

# 快乐暑假

## 精彩每一天

本书编写组 编

数 学

高中二年级

班级：\_\_\_\_\_

姓名：\_\_\_\_\_



CTS 湖南教育出版社

# 快乐暑假

## 精彩每一天

本书编写组 编

《快乐暑假·精彩每一天》依据课程标准编写，以“提高学生学习兴趣”为基点，以“培养学生素养，锻造综合创新能力”为核心，以“注重学生分析问题、解决问题的能力培养”为宗旨，以学年阶段目标中相关知识为重点，力求“实用、好用、有用”，帮助学生度过快乐而充实的暑假。

### 数 学

高中二年级

CIS  
PUBLISHING & MEDIA

湖南教育出版社

---

### 图书在版编目(CIP)数据

快乐暑假·精彩每一天:高中二年级数学/  
《快乐暑假·精彩每一天》编写组编. — 长沙:湖南  
教育出版社, 2013.5

ISBN 978-7-5539-0542-6

I. ①快… II. ①快… III. ①中学数学课-高中-习  
题集 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 103385 号

---

快乐暑假·精彩每一天

---

数 学  
高中二年级  
本书编写组 编

---

责任编辑:陆 超

出版发行:湖南教育出版社出版发行(长沙市韶山北路 443 号)

网 址: <http://www.hnepi.com> <http://www.shoulai.cn>

电子邮箱: 228411705@qq.com

客 服: 0731-85486742 QQ: 228411705

总 经 销: 湖南省新华书店

印刷装订: 湖南天闻新华印务有限公司

开 本: 1/16

字 数: 110000

印 张: 5.5

版 次: 2013 年 5 月第 1 版第 1 次印刷

书 号: ISBN 978-7-5539-0542-6

定 价: 10.00 元

(本书若有印刷、装订错误,可向承印厂调换)

\_\_\_月\_\_\_日 星期\_\_\_



### 快乐出发

- 下列判断正确的是 ( )
 

A. $1 \notin \{x   x^2 = 1\}$	B. $\{1\} \in \{x   x^2 = 1\}$
C. $-1 \in \{x   x^2 = 1\}$	D. $-1 \subseteq \{x   x^2 = 1\}$
- 若函数  $f(x) = \sqrt{x+3}$ , 则  $f(6)$  等于 ( )
 

A. 3	B. 6	C. 9	D. $\sqrt{6}$
------	------	------	---------------
- 直线  $l$  经过原点和点  $(-1, -1)$ , 则它的倾斜角是 ( )
 

A. $\frac{\pi}{4}$	B. $\frac{3\pi}{4}$	C. $\frac{\pi}{4}$ 或 $\frac{3\pi}{4}$	D. $-\frac{\pi}{4}$
--------------------	---------------------	---------------------------------------	---------------------
- 设复数  $z$  满足  $i(z+1) = -3+2i$ , 则复数  $z$  的实部为\_\_\_\_\_.
- 已知数列  $\{a_n\}$  的前 4 项分别是:  $-1, \frac{4}{3}, -2, \frac{16}{5}$ , 则该数列的一个通项公式为\_\_\_\_\_.
- “负数的平方是正数”的逆命题是\_\_\_\_\_.
- 已知椭圆的中心在原点, 焦点在  $x$  轴上, 离心率为  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ , 且经过点  $M(4, 1)$ , 求椭圆的方程.





## 快乐升级

8. 某宾馆有 50 个房间供游客居住, 当每个房间每天的定价为 180 元时, 房间会全部住满; 房间的单价每增加 10 元, 就会有一个房间空闲. 如果游客居住房间, 宾馆每天每间需花费 20 元的各种维修费. 问房间定价为多少时, 宾馆的利润最大?



## 乐在其中

腾讯 QQ 可以通过累积在线时长, 获得相应的 QQ 等级, 在线时长积满 20 小时, 即可获得第 1 颗星星(称为第 1 级), 获得第 2 颗星星(称为第 2 级), 需再积累 30 个小时, 获得第 3 颗星星(称为第 3 级), 需再积累 40 个小时, 依次递增, 当累积到第 4 颗星星时, 即可升级为 1 个月亮, 当累积到第 4 个月亮时, 即可升级为 1 个太阳. 求当累积到第  $n$  级所需在线时长  $a_n$ .



## 趣说集合(相声)

甲:老朋友,好久不见,近来可好?

乙:托您的福,吃得好,睡得香,身体棒得像头牛.

甲:今天我们合作,为在座的诸位表演一下“说集合”,好吗?

乙:好啊,你一句,我一言,说得大家笑开颜?你先开始吧!

甲:说集合,道集合,集合与你交朋友!

乙:先说集合的概念,把握概念最关键.“一般地,一定范围内某些确定的、不同的对象的全体构成一个集合,集合中的每一个对象称为元素,简称元.”

甲:稀奇稀奇真稀奇,集合其实无定义,描述性文字要理解,理解概念莫死记.集合里面是元素,元素集合是从属,我的元素我做主,集合用大括号把元素来“圈住”.学习集合探元素,“一定二异三无序”.

乙:“一定”就是“确定性”,集合把元素来圈定.中华民族大集合,“藏族”就是一元素,“藏独”分子想分裂,五十六元素共抵制,“藏族”属于“大中华”,元素与集合永不离.

(注:五十六元素是指五十六个中华民族)

甲:“二异”就是“互异性”,同一集合的元素,彼此不同和平处.

乙:“三无序”指“无序性”,元素之间无尊卑,平起平坐享民主,亲如兄弟似手足.

甲:说完概念说“表示”,集合表示有两法.倘若元素并不多,列举法来是首选,各个元素一字排,一目了然心有数;倘若元素有无数,描述法来非莫属,一段文字说特征,元素统统被“罩住”.集合有时画成图(“韦恩图”),分析问题有帮助.

乙:世间集合何其多,有限无限统天下.一个集合一个样,元素特征看仔细.这里不妨举个例,考考你的观察力.如, $A = \{x | y = x - 1\}$ , $B = \{(x, y) | y = x - 1\}$ ,它们似乎是一样,其实相差八万里,前者元素是个数,后者元素是个点;再如 $C = \{x | y = \sqrt{x}\}$ , $D = \{y | y = x^2\}$ ,它们看似不一样,其实它们都是非负实数集.

甲:说到非负实数集,常用数集莫忘记,它们是: $\mathbf{N}$ 是自然数集, $\mathbf{N}^*$ ( $\mathbf{N}_+$ )是正整数集, $\mathbf{Z}$ 是整数集, $\mathbf{Q}$ 是有理数集, $\mathbf{R}$ 是实数集.还有一个集合最特殊,它就是空集 $\emptyset$ ,它是所有集合的子集,这句话同学们一定要牢记.

乙:各位同学,说到这里,你对集合一定了解不少了吧!且慢,还有一事要相告,那就是,集合的祖宗是康托尔,“为数学而疯”就是他.

甲和乙:说集合,道集合,说完集合表祝愿,愿同学们学习好,身体好,思想好,学习数学的劲头像芝麻开花节节高!



## 快乐出发

- 已知集合  $A = \{-1, 0, 2\}$ ,  $B = \{x, 3\}$ , 若  $A \cap B = \{2\}$ , 则  $x$  的值为 ( )  
 A. 3                      B. 2                      C. 0                      D. -1
- 在区间  $(0, +\infty)$  上是减函数的是 ( )  
 A.  $y = 2^x$               B.  $y = \log_2 x$               C.  $y = \frac{2}{x}$               D.  $y = x^2$
- 点  $P(m^2, 5)$  与圆  $x^2 + y^2 = 24$  的位置关系是 ( )  
 A. 在圆内              B. 在圆外              C. 在圆上              D. 不确定
- “已知  $ab > 0$ , 若  $a > b$ , 则  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ”的逆否命题是\_\_\_\_\_.

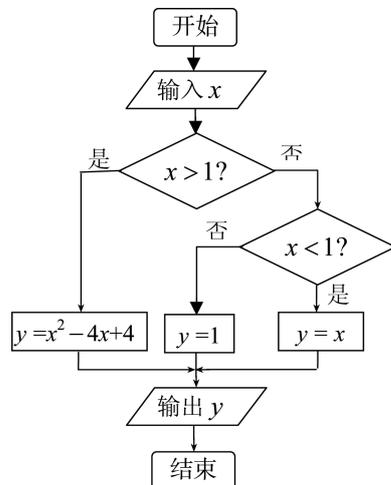
5. 阅读如图所示的程序框图, 若输出  $y$  的值为 0, 则输入非零实数  $x$  的值为\_\_\_\_\_.

6. 已知实数  $x, y$  满足  $\begin{cases} x \geq 2, \\ y \geq 2, \\ x + y < 6, \end{cases}$  则目标函数  $z = x + 3y$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

7. 求下列各函数的导函数:

(1)  $y = 2\sqrt{x} - \frac{1}{x} + 4\sqrt{3}$ ;

(2)  $y = x^n \ln x$ .





### 快乐升级

8. 某地 10 户家庭的年收入和年饮食支出的统计资料如下表:

年收入 $x$ (万元)	2	4	4	6	6	6	7	7	8	10
年饮食支出 $y$ (万元)	0.9	1.4	1.6	2.0	2.1	1.9	1.8	2.1	2.2	2.3

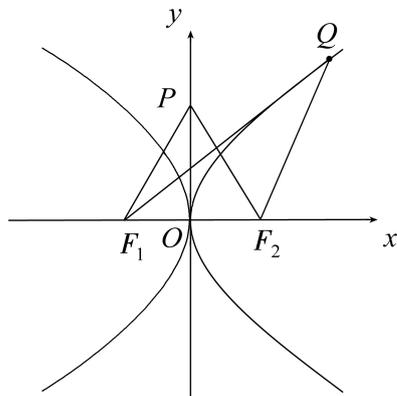
- (1) 根据表中数据, 确定家庭的年收入和年饮食支出的相关关系;
- (2) 如果某家庭年收入为 9 万元, 预测其年饮食支出.



### 乐在其中

我们把由抛物线  $y^2 = -2px$  和  $y^2 = 2px$  ( $p > 0$ ) 组成的曲线称为“ $x$  型曲线”, 如图所示的“ $x$  型曲线”的两个焦点为  $F_1, F_2$ , 点  $P(0, \sqrt{3})$ ,  $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$ , 点  $Q$  在“ $x$  型曲线”上,  $|QF_2| = 3$ .

- (1) 求图中“ $x$  型曲线”的方程;
- (2) 求  $|QF_1|$ .



### 函数与密码

函数与密码,似乎毫不相干,但细细一想,所谓密码,就是设置一种旁人未知的密码与明文之间的对应关系,而函数本质上也是一种对应关系,于是,函数与密码“一拍即合”.让我们一起来看一个例子.

现代社会对破译密文的难度要求越来越高,有一种密码把英文的明文(真实文)按两个字母一组分组(如果最后剩一个字母,则任意添一个字母,拼成一组),例如:

Wish you success,分组为 Wi,sh,yo,us,uc,ce,ss,得到:

$$\begin{pmatrix} 23 \\ 9 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 19 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 25 \\ 15 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 21 \\ 19 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 21 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 19 \\ 19 \end{pmatrix},$$

其中英文的 a, b, c, ..., z 的 26 个字母(不论大小写)依次对应 1, 2, 3, ..., 26 这 26 个自然数,见表格:

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

给出如下一个变换公式  $\begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 3x + 4y. \end{cases}$  将明文转换为密文.如:

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} x' = 3 + 2 \times 5 = 13 \\ y' = 3 \times 3 + 4 \times 5 = 29 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} 13 \\ 3 \end{pmatrix}, \text{即 ce 变成 mc (说明: } 29 \div 26 \text{ 余数为 3).}$$

又如  $\begin{pmatrix} 23 \\ 9 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{cases} x' = 23 + 2 \times 9 = 41 \\ y' = 3 \times 23 + 4 \times 9 = 105 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} 15 \\ 1 \end{pmatrix}$ , 即 wi 变成 oa (说明:  $41 \div 26$  余数为 15,  $105 \div 26$  余数为 1).

- (1)按上述方法将明文 star 译成密文;
- (2)若按上述方法将某明文译成的密文是 kcwi,请你找出它的明文.

解析:(1)将 star 分组:st,ar,对应的数组分别为  $\begin{pmatrix} 19 \\ 20 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 18 \end{pmatrix}$ ,

$$\text{由 } \begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 3x + 4y, \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x' = 19 + 2 \times 20 \\ y' = 3 \times 19 + 4 \times 20 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} 7 \\ 7 \end{pmatrix}, \begin{cases} x' = 1 + 2 \times 18 \\ y' = 3 \times 1 + 4 \times 18 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} 11 \\ 23 \end{pmatrix}.$$

所以 star 翻译成密文为 ggkw.

$$(2) \text{ 由 } \begin{cases} x' = x + 2y, \\ y' = 3x + 4y, \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} x = -2x' + y', \\ y = \frac{3}{2}x' - \frac{y'}{2}. \end{cases}$$

将 kcwi 分组:kc,wi,对应的数组分别为  $\begin{pmatrix} 11 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 23 \\ 9 \end{pmatrix}$ ,由  $\begin{cases} x = -2x' + y', \\ y = \frac{3}{2}x' - \frac{y'}{2}, \end{cases}$  得

$$\begin{cases} x = -2 \times 11 + 3 \\ y = \frac{3}{2} \times 11 - \frac{3}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} -19 \\ 15 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 7 \\ 15 \end{pmatrix}, \begin{cases} x = -2 \times 23 + 9 \\ y = \frac{3}{2} \times 23 - \frac{9}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} 15 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

所以密文 kcwi 的明文为 good.

本题是一个十分流行的破译密文问题,表面上似乎与函数无关,但从求解过程中却处处体现了函数中对应的思想,主要考查阅读理解能力和推理能力.

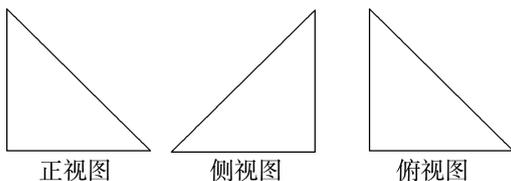
同学们,看了以上的例子,你一定感想颇多,一定也想利用函数关系设置密码,那么请试试吧!

\_\_\_月\_\_\_日 星期\_\_\_

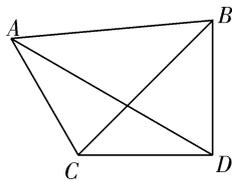


### 快乐出发

- 已知集合  $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ ,  $B = \{-2, 1, 2\}$ , 则  $A \cap B$  等于 ( )  
 A.  $\{1\}$                       B.  $\{2\}$                       C.  $\{1, 2\}$                       D.  $\{-2, 0, 1, 2\}$
- 直线  $l_1: 2x - y - 10 = 0$  与直线  $l_2: 3x + 4y - 4 = 0$  的交点坐标为 ( )  
 A.  $(-4, 2)$                       B.  $(4, -2)$                       C.  $(-2, 4)$                       D.  $(2, -4)$
- 已知等差数列  $\{a_n\}$  中,  $a_7 + a_9 = 16$ ,  $a_4 = 1$ , 则  $a_{12}$  的值是 ( )  
 A. 15                                  B. 30                                  C. 31                                  D. 64
- 复数  $\frac{4+3i}{1+2i}$  的实部是\_\_\_\_\_.
- 点  $P$  从  $(1, 0)$  出发, 沿单位圆  $x^2 + y^2 = 1$  按逆时针方向运动  $\frac{\pi}{3}$  到达  $Q$  点, 则点  $Q$  的坐标是\_\_\_\_\_.
- 一个几何体的三视图如图所示, 其正视图、侧视图、俯视图均为等腰直角三角形, 且直角边长都为 1, 则该几何体的体积为\_\_\_\_\_.



- 如图所示, 要测量河对岸  $A, B$  之间的距离, 选取相距  $\sqrt{3}$  km 的  $C, D$  两点并测得  $\angle ACB = 75^\circ$ ,  $\angle BCD = 45^\circ$ ,  $\angle ADC = 30^\circ$ ,  $\angle ADB = 45^\circ$ , 求  $A, B$  之间的距离.





快乐升级

8. 已知命题“若四边形  $ABCD$  是矩形, 则它的所有内角都是直角”, 有同学写出它的逆命题是“若四边形  $ABCD$  的所有内角都是直角, 则它是矩形”, 否命题是“若四边形  $ABCD$  不是矩形, 则它的所有内角都不是直角”. 请问他写得对不对?



乐在其中

2012年7月30日, 在伦敦奥运会男子双人10米跳台跳水决赛中, 中国组合曹缘与张雁全以486.78分的总成绩夺冠. 已知运动员相对于水面的高度  $h$  (单位: m) 与起跳后的时间  $t$  (单位: s) 存在函数关系:  $h(t) = -4.9t^2 + 6.5t + 10$ . 求:

- (1) 运动员在1 s末的瞬时速度;
- (2) 运动员在2 s到3 s的时间段内的平均速度;
- (3) 运动员在跳水过程中的加速度.

## 测量地球第一人

他是测量地球的第一人,他在公元前3世纪就测出了地球的经线圈长和地球的表面积,他就是古希腊科学家埃拉托色尼。

埃拉托色尼出生于公元前3世纪的埃及亚历山大里亚城。他对天文学很感兴趣,非常崇拜希腊著名科学家亚里士多德。因为当时教会极力宣扬上帝的万能,不仅天为上帝所主宰,甚至地也是上帝赐给人类的。因此,有关天地的解释被弄得神乎其神。亚里士多德是一位勇于探索的科学家,通过长期的观察和研究,著成《天论》一书。他认为大地是一个球体,一部分是陆地,一部分是海洋,外面包的一层是空气。可惜的是,被教会的宣扬所愚弄的人们,当时都不相信这一说法,固执地认为:历来都说天圆地方,明明地是平的,怎么能说成是一个球呢?而埃拉托色尼不仅完全接受亚里士多德的理论,而且还想亲自量一量地球究竟有多大。当时人们都认为他是异想天开。

要量地球的大小,在科学发达的今天当然不算难事,可当时根本没有什么先进仪器,这可是一件“难于上青天”的事啊!

通过观察,埃拉托色尼发现,他所住的亚历山大里亚城,每年从百花盛开的春季到万木凋枯的冬季,太阳几乎从来也没有在头顶的天空停留过,即使太阳应该当顶的这一天,太阳仍是斜挂在蓝天上,太阳光与直立于地面的长杆也存在着 $7.2^\circ$ 的夹角。

这一为人们所熟视无睹的现象,引起了埃拉托色尼的注意。难道所有地方都是这样吗?

带着探究的心理,他四处打听外地的情况。打听的结果是,亚历山大里亚城附近地方的情况,都大同小异,但后来听人说,该城以南的塞恩城的情况却截然不同。比如夏至那天正午,太阳是正挂中天,阳光笔直射到地面,可以一直照到井底。有些好玩太阳影子的孩子,这时在地上竖立起一根竹杆,让人猜:“嘻嘻,杆子的影儿跑到哪里去了?”因为地上根本看不到有影子。两地迥异的现象,一般人只当怪事议论一阵也就罢了,而善于思考的埃拉托色尼却不这样认为,他一直琢磨这个问题,“为什么会出现这一现象呢?啊,对了,在同一时间的不同地方,太阳光与地面的夹角各不相同,这恰好证明地球是一个球体。”

作为科学家,既要广泛注意别人提供的种种情况、现象,又不能轻信“小道消息”,必须掌握有真凭实据的第一手资料。为了探明虚实,更为了证实自己的想法,埃拉托色尼决定在夏至(即6月21日)的正午,于亚历山大里亚城和塞恩城两处,同时对太阳照射到地面的情况进行观测。对比观测结果表明,果然与人们传说的一样。他还根据商队经过两城间路程所用的时间,计算出两地的距离为5000斯台地亚(800公里)。有了这个数据,埃拉托色尼便着手进行计算。亚历山大里亚城和塞恩城基本在同一条线上,两者之间存在着 $7.2^\circ$ 的角度差,这相当于圆周角的 $\frac{1}{50}$ 。根据这些数据,埃拉托色尼求得地球的经线圈长等于250000斯台地亚(相当于39816公里)。现在,科学家用精密仪器测得地球的经线圈长为40009公里。在古代缺乏先进科学仪器设备及计算方法的情况下,能求得如此精确的结果,这是十分难能可贵的。

地球的经线圈长已经知道,要求地球的表面积就不太难了,埃拉托色尼经过精心的测量和计算,最后求得地球的表面积约为5.0亿平方公里(现在测出地球的表面积为5.11亿平方公里)。听到这个数字,人们大吃一惊,地球原来比已知的陆地面积要大几百倍。

埃拉托色尼测出结果的精确度很多年都没有人能超过。随着科学的发展,各种先进仪器不断被研制出来,人们对地球的认识也不断加深,直到18世纪,人们才逐渐认清了,原来地球并非是一个圆球体,还有点扁,是一个椭球体。



## 快乐出发

- 如果集合  $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0\}$  中只有一个元素, 则  $a$  的值是 ( )  
 A. 0                      B. 0 或 1                      C. 1                      D. 不能确定
- 下面多面体是五面体的是 ( )  
 A. 三棱锥                      B. 三棱柱                      C. 四棱柱                      D. 五棱锥
- 圆的一条直径的两端点是  $(2, 0)$ 、 $(2, -2)$ , 则此圆的方程是 ( )  
 A.  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0$                       B.  $x^2 + y^2 - 4x - 2y - 4 = 0$   
 C.  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$                       D.  $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 4 = 0$
- 复数  $-1006i (1+i)^2 =$  \_\_\_\_\_.
- 已知方程  $x^2 + (2k-1)x + k^2 = 0$ , 则使该方程有两个大于 1 的根的充要条件为 \_\_\_\_\_.
- 若函数  $f(x)$  图象上每一个点的纵坐标保持不变, 横坐标伸长到原来的两倍, 然后再将整个图象沿  $x$  轴向右平移  $\frac{\pi}{2}$  个单位, 再向下平移 3 个单位, 恰好得到  $y = \frac{1}{2} \sin x$  的图象, 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_.
- 某洗衣店中, 每洗一次衣服需要付费 4 元, 若在这一家店洗衣 10 次, 则其后可以免费洗一次, 若某人在这店中洗了 15 次衣服.

(1) 根据题意填写下表:

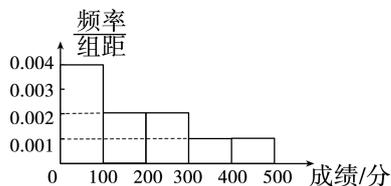
洗衣次数 $n$	5	9	10	11	15
洗衣费用 $c$					

(2) 写出当  $n \leq 15$  时函数  $c(n)$  的解析式.



### 快乐升级

8. 为提高全省高中教师的新课程实施能力,全面推进素质教育,我省对全省高中教师进行了网络远程培训. 培训结束后,某市为了解参训教师的成绩情况,从本市参加培训的 5 000 名教师中随机抽取了 100 名,对他们的成绩(单位:分)进行统计分析,并画出了成绩的频率分布直方图,如图所示. 根据直方图,完成下面问题:



- (1) 这 100 名教师培训成绩的中位数应在哪个小组? 说明理由.
- (2) 若成绩在 300 分以上(含 300 分)为优秀学员,求该市优秀学员的人数.



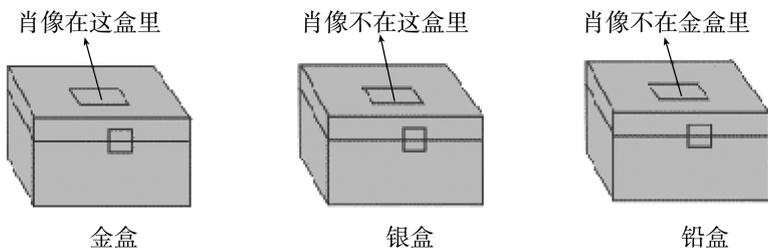
### 乐在其中

根据环保部门测定,某处的污染指数与附近污染源的强度成正比,与到污染源距离的平方成反比,比例常数为  $k(k>0)$ . 现已知相距 18 km 的 A、B 两家化工厂(污染源)的污染强度分别为  $a$ 、 $b$ ,它们连线上任意一点 C 处的污染指数  $y$  等于两化工厂对该处的污染指数之和,设  $AC=x$ (km).

- (1) 试将  $y$  表示为  $x$  的函数;
- (2) 若  $a=1$  且  $x=6$  时,  $y$  取得最小值,试求  $b$  的值.

## 简易逻辑趣题两则

**趣题 1:** 数学家斯摩林根据莎士比亚的名剧《威尼斯商人》中的情节编了一道题: 女主角鲍西娅对求婚者说: “这里有三只盒子: 金盒、银盒和铅盒, 每只盒子的铭牌上各写有一句话. 三句话中, 只有一句是真话. 谁能猜中我的肖像放在哪一只盒子里, 谁就能做我的丈夫.” 盒子上的话见图, 求婚者猜中了, 问: 他是怎样猜中的?



**解析:** 我们可以首先从问题中的一些关联条件出发, 借助图形加以分析, 找出解题的突破口与关键, 再应用形式逻辑的一般规律等数学知识, 以及生活中的常识, 作出推理、判断, 使问题获解.

当求婚者看到金盒上面的铭牌“肖像在这盒里”(即肖像在金盒里)与铅盒上面的铭牌“肖像不在金盒里”是意思截然相反的两句话时, 依据形式逻辑中的排中律: 一句话要么是真, 要么是假, 两者必居其一, 因此可以得出结论, 这两句话必是一真一假. 又因为三句话中只有一句是真话, 所以银盒子铭牌所说的那句话“肖像不在这盒里”就肯定是假话了, 于是求婚者断定鲍西娅的肖像放在银盒子里.

**趣题 2:** 话说在远方的一个岛上, 住着两个民族, 一个是诚实族, 一个是说谎族. 顾名思义, 说谎族在说话或回答问题时总是说谎话, 诚实族在说话或回答问题时, 则全是说实话. 某记者在此岛上遇到了四个岛民, 记者照例对他们进行了访问: “你们都是什么族的? 诚实族的还是说谎族的?” 这四人的回答如下:

第一个人说: “我们四人全都是说谎族的.”

第二个人说: “我们之中只有一人是说谎族的.”

第三个人说: “我们四人之中有两人是说谎族的.”

第四个人说: “我是诚实族的.”

试问第四个人是否真的是诚实族的?

**解析:** 我们可以从题设条件出发, 通过分析找出解题的突破口, 依据一个人所讲的话非真即假, 并辅之以反证法, 对各种情形逐一推理、判断, 使问题获解.

由第一个人的回答可得出如下判断: ①四个人中一定有诚实族的人; ②第一人是说谎族的. (因为如果四个人全是说谎族的, 那么谁也不会说“我们四个人全都是说谎族的”.)

由第二、第三人的回答可得出如下判断: ③第二人是说谎族的.

因为如果他说真话, 则第二、第三和第四人应是诚实族的, 但第二和第三人的回答相矛盾, 故第二人必是说谎族的.

对第三人, 若是说谎族的, 则由①、②和③知, 第四人必是诚实族的; 若是诚实族的, 即他说真话, 则第三、第四两人必是诚实族的.

因此第四人是诚实族的.

\_\_\_月\_\_\_日 星期\_\_\_



## 快乐出发

- 若函数  $f(x) = \sqrt[3]{x-2}$ , 则  $f(29)$  等于 ( )  
 A. 3                      B. 8                      C. 9                      D.  $\sqrt{27}$
- 直线  $3y - \sqrt{3}x + 2 = 0$  的倾斜角是 ( )  
 A.  $30^\circ$                       B.  $60^\circ$                       C.  $120^\circ$                       D.  $150^\circ$
- 若  $f(x)$  在  $x_0$  处可导, 则  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{-\Delta x}$  等于 ( )  
 A.  $f'(x_0)$                       B.  $-f'(x_0)$                       C.  $f'(-x_0)$                       D.  $2f'(x_0)$
- 若复数  $z$  满足  $z = i(2-z)$  ( $i$  是虚数单位), 则  $z =$  \_\_\_\_\_.
- 若  $\cos(2\pi - \alpha) = \frac{\sqrt{5}}{3}$  且  $\alpha \in (-\frac{\pi}{2}, 0)$ , 则  $\sin(\pi - \alpha) =$  \_\_\_\_\_.
- 已知  $F_1, F_2$  是双曲线  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$  的左、右焦点, 点  $P$  在双曲线上, 若点  $P$  到焦点  $F_1$  的距离等于 9, 则点  $P$  到焦点  $F_2$  的距离为 \_\_\_\_\_.
- 已知  $2 < a < 5, -1 < b < 3$ , 求  $a - b$  的取值范围.



## 快乐升级

- 小明的爸爸下班驾车经过小明的学校门口, 时间是下午 6:00 到 6:30, 小明放学后到学校门口候车点候车, 能坐上公交车的时间为 5:50 到 6:10, 则小明能乘到他爸的车的概率是 \_\_\_\_\_.

9. 已知数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n = n^2 + n$ .

(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 若  $b_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{a_n}$ , 求数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .



乐在其中

某班学生报考大学的情况是:①报考 A 大学的人未报考 B 大学;②报考 B 大学的人也报考了 D 大学;③报考 C 大学的人未报考 D 大学;④未报考 C 大学的人报考了 B 大学. 根据以上情况判断如下命题是否正确,并说明理由.

(1) 报考 D 大学的人也报考了 A 大学;

(2) 没有人同时报考 B 和 C 大学;

(3) 报考 B 大学的人与报考 D 大学的人相同.