中国机械工程学会
机械设计专业学会年会
暨机械零部件设计学术交流会

论 文 集

第 4 集

一九八九年四月
于北京

轴的计算机辅助设计系统

西安电子科技大学

孙文焕

摘　要

本文主要是提供出各类机械及设备中通用轴的计算机辅助设计软件。该软件是用FORTRAN语言编写而在微型计算机——IBM-PC/XT（或长城0520A）等机器上调试运行的。软件的设计思路是：首先根据轴传递的力矩和安装在轴上零件的数目及要求，初步确定轴的结构，并把轴的各部分尺寸存入数据库中。然后由计算机自动进行力分析。即计算轴的强度、刚度（弯曲和扭转变形）和振动（横向和扭转振动）等有关数值，并判断是否符合规定的要求，如果计算结果与设计要求不符合，可用人—机对话的方法进行修改，直到符合设计要求为止，并把修改后的结构尺寸存入数据库中。最后，由计算机自动地绘出轴的零件工作图。

引　言

为提高设计质量，缩短设计周期和降低成本，近年来，在机械和机械零件的设计中，计算机辅助设计己获得了一定的应用，并取得了显著的效益。另外，考虑到微型计算机的特点和在我国的应用情况，以它作为该软件的主机是具有实际使用意义的。在软件设计中，由于采用模块结构，所以，软件的修改，扩充和移植都很方便。使用时，启动软件后，屏幕立即提示（中、英文同时提示），使用户知道要做什么和如何做。如输入有错，继续提示，直到正确为止，再作下一步提示。当要求的数据全部输入后，计算机进行计算，并

显示结果。接着就可绘出轴的零件工作图。

软件系统设计原理和组成

软件由两大部分组成：其一是分析计算；其二是绘图。每一部分又由若干功能模块组成。下面分别进行论述。

1.初步确定轴的结构

根据轴类零件的设计特点，首先根据轴所传递的力矩和轴在机器中所处的位置，以及轴上安装零件的类型和数目，初步确定轴的各部分结构尺寸，为分析计算提供数据。因为轴的正视图沿轴线方向是由各轴段的长度和直径构成的大小不同的矩形所组成的，各矩形之间通常用圆孤连接。据此，在系统中，设计出如图1所示的常用图形模块。初步设计时，只要合理地组织这些模块就可获得轴的初步形状和尺寸。

2.轴的分段

为了后面的分析计算，我们把上述初步设计的轴，根据需要，将它分成若干段，如图2所示的轴分成了10段。分段的一般原则是：凡是有集中载荷作用的地方、直径有变化的轴段处、有待计算挠度和安全系数的位置都作为一个分段的站点，两站点之间的距离用X(i)表示(i=1，2，…，n)。

3.受力分析

受力分析就是计算出支承点的反力和各轴段上的弯矩方程式（或弯矩值），并画出弯矩及扭矩图。

1）计算支反力

以图3所示的双支座轴的简图为例，写出在外力（力和力矩）作用下计算支反力的方程式。设在轴的垂直和水平面内分别作用F(i)、Q(i)、FM(i)、QM(i)的力和力矩，则在垂直和水平面内的支承反力F(N_1)，F(N_2)，Q(N_1)，Q(N_2)分别为：

在垂直平面内

$$
\left.
\begin{aligned}
F(N_1) &= -[FMS + FM(N_1) + FM(N_2)]/X_L \\
F(N_2) &= -\sum_{j=1}^{N} F(j) \qquad (j \neq N_2)
\end{aligned}
\right\} \tag{1}
$$

在水平面内

$$
\left.
\begin{aligned}
Q(N1) &= -[QMS + QM(N1) + QM(N2)]/X_L \\
Q(N2) &= -\sum_{j=1}^{N} Q(j) \qquad (j \neq N_2)
\end{aligned}
\right\} \tag{2}
$$

FMS、QMS 分别为

$$
\left.
\begin{aligned}
FMS &= \sum_{i=1}^{N} [F(i)(S - X_s) + FM(i)] \\
QMS &= \sum_{i=1}^{N} [Q(i)(S - X_s) + QM(i)]
\end{aligned}
\right\} \tag{3}
$$

而 $FM(N_1)$，$FM(N_2)$，$QM(N_1)$，$QM(N_2)$ 分别是作用在左右支承处的垂直和水平面内的力矩，N_1，N_2 分别是左右支承点的站点号。

2）计算各轴段的弯矩 $M(X)$

设作用在轴上的外力（包括支反力），在垂直平面内分别用 $F(i)$，$FM(i)$ 表示力和力矩；在水平面内分别用 $Q(i)$ • $QM(i)$ 表示力和力矩。任取某一轴段（如图3所示的位于5站点和6站点间的M段），根据外力的作用，M轴段上的垂直和水平面内的弯矩方程式分别为：

垂直平面

$$VM(X) = \sum_{i=1}^{M} [F(i) \cdot (X_c - H) + FM(i)]/EI(i) \tag{4}$$

水平面

$$HM(X) = \sum_{i=1}^{M} [Q(i) \cdot (X_c - H) + QM(i)]/EI(i)$$

其中$EI(i)=\pi ED^4(i)/64$，$H=\Sigma X(j)(j=1,2,\cdots i)$，D是轴段M的直径，$X_i$如图3所示。根据式(1)、(2)和(4)就可以画出轴的受力分析图。

4 轴的强度计算

一般轴的强度计算包括疲劳强度校核计算和静强度的校核计算。这两种校核计算所要的数据都存入计算机。计算时，由计算机引导设计者确定具体的数据，然后就可以得出结果。

5 刚度计算

首先根据轴的工作情况确定允许的变形值。然后分别计算轴可能产生的最大弯曲和扭转变形值，并与允许值进行比较，直到符合要求为止。扭转变形的计算较简单，下面简介弯曲刚度的计算。计算方法是采用单位力法，计算结果十分满意。我们用如图4所示的双支点等截面的圆轴为例。设轴的直径为40mm，共分8段，每段长度为20mm，在其支承的中点作用一垂直向下的力，其值为5KN。用此软件计算与用材力公式手算的结果完全相同，结果如表1所示。

表1 弯曲刚度值

计算机计算结果	按材力公式手算结果
挠度$V(5)=+6.991\times10^{-3}$ mm	挠度$V(5)=\dfrac{FL^3}{48EI}=+6.99\times10^{-3}$ mm
转角$\theta(2)=-1.75\times10^{-4}$ (rad) $\theta(5)=1.75\times10^{-4}$ (rad)	转角$\theta(8)=-\theta(2)=\dfrac{FL^2}{16EI}=1.75\times10^{-4}$(rad)

6 振动计算

振动计算就是计算轴的自振频率或临界转速，使轴的工作转速离开临界转速，避免发生共振。对于具体的一根轴有横向振动和扭转

振动的固有频率。在电子机械中，传动系统的扭转振动会影响电性能。所以在设计时必须进行分析计算。计算这类问题的方法是很多的，但到底采用什么方法，主要取决于计算精度和速度。本文采用了传递矩阵法，该法能方便地计算出任何频率范围的自振频率。我们以图2的齿轮轴为例，对它的弯曲和扭转振动进行分析计算，计算结果十分满意。

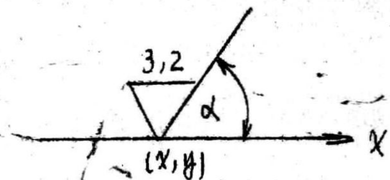
7.图形软件设计

经上述计算，当要求的各项指标都满足时，数据库中就存有轴的各部分几何尺寸的数据。绘图软件就根据这些数据自动地绘出轴的图形，并标出各部分的有关尺寸。利用人—机对话方法标注尺寸公差、形位公差、表面粗糙度和技术条件等。下面对标注尺寸及其偏差、表面粗糙度和形位公差的方法分别进行论述。

1）标注零件表面粗糙度符号

首先设计了表面粗糙度基本图形的模块，如下图所示。

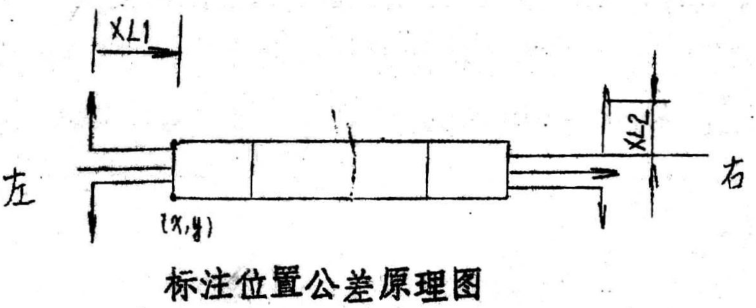
并把常用的符号存入图形库中，使用时，通过人—机对话从库中调出，把它放到坐标为（x，y），角度为α的表面处。



粗糙度符号

2）位置公差的标注方法

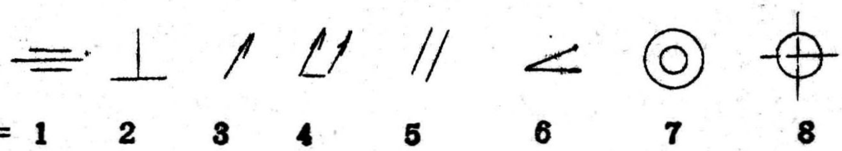
与表面粗糙度的标注方法大致相同，也是把如下图所示的位置公差标注图形存入库内。标注时，用人—



标注位置公差原理图

机对话的方法输入坐标（x，y）值确定图形的位置，然后，依次用字

符I，J确定指引箭头的方向，当I＝1时（向左），I＝2时（向右），当J＝1时指引箭头为直线，J＝2（或3）时，指引线分别向上和向下；而用控制变量NI确定位置公差的种类，其对应关系如下图所示。用FPN表示所标位置公差的值；NL为基准字符的个



位置公差种类

数，如NL＝3，则基准为A－B；XL1和XL2分别表示指引线的长度。形状公差的标注和位置公差相同。

3）轴的直径尺寸公差的标注

轴的直径及其偏差的标注，是用三个变量来控制，把常用的轴的偏差值存入数据库，其上、下偏差分别用ES、EX表示，标注时，采用人—机对话输入标注尺寸的位置、精度等级、配合级别和直径D的值后，就能标出要标注的尺寸及其上、下偏差。

图5所示的轴是用该软件设计计算得出结构尺寸后由计算机绘出来的轴的工作图。

结　论

从理论和设计计算结果来看，本软件是很好的。使用该软件设计轴时，设计者完全不用到设计手册中查找任何数据。也就是说，设计时要用到的有关数据及材料性能等都存入计算机。使用人—机对话，由计算机引导设计者一步一步的选择数据。所需的设计数据决定后，计算机就自动计算、绘图。

参考文献

〔1〕濮良贵主编，机械零件，高等教育出版社，1982年12月第

4版。

〔2〕 谭浩强 田淑清编著，结构化程序设计。高等教育出版社，1935年4月第一版。

〔3〕 JOSEPH EDWARD SHIGLEY, Mechanical Engineering Design, Printed in The United States of America by McGRAW-Hill 1977, Third Edition.

〔4〕 M.F. SPOTTS, Design of Machine Elements. printed in The United States of America by Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J., 1978.

〔5〕 W.K. Gilci, Interactive Computer Graphics, prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1978.

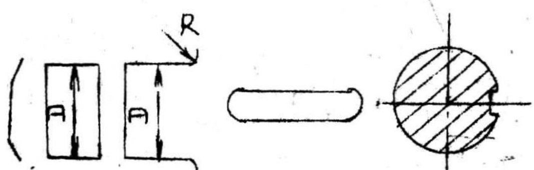


图1 阶梯轴基本结构元素

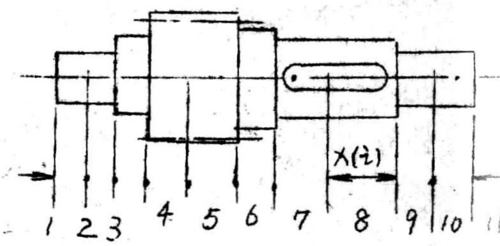


图2 轴的分站

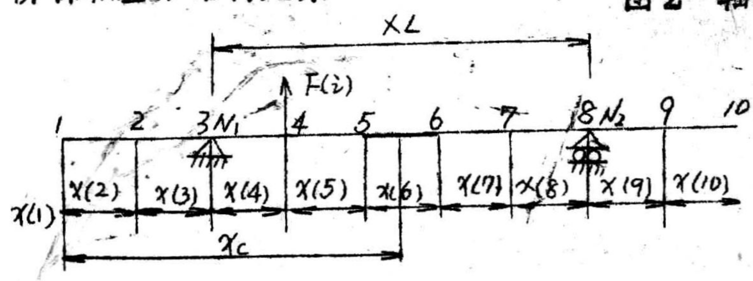


图3 计算轴的弯矩简图

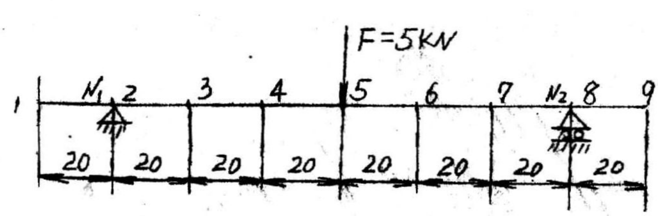


图4 计算轴的挠度简图

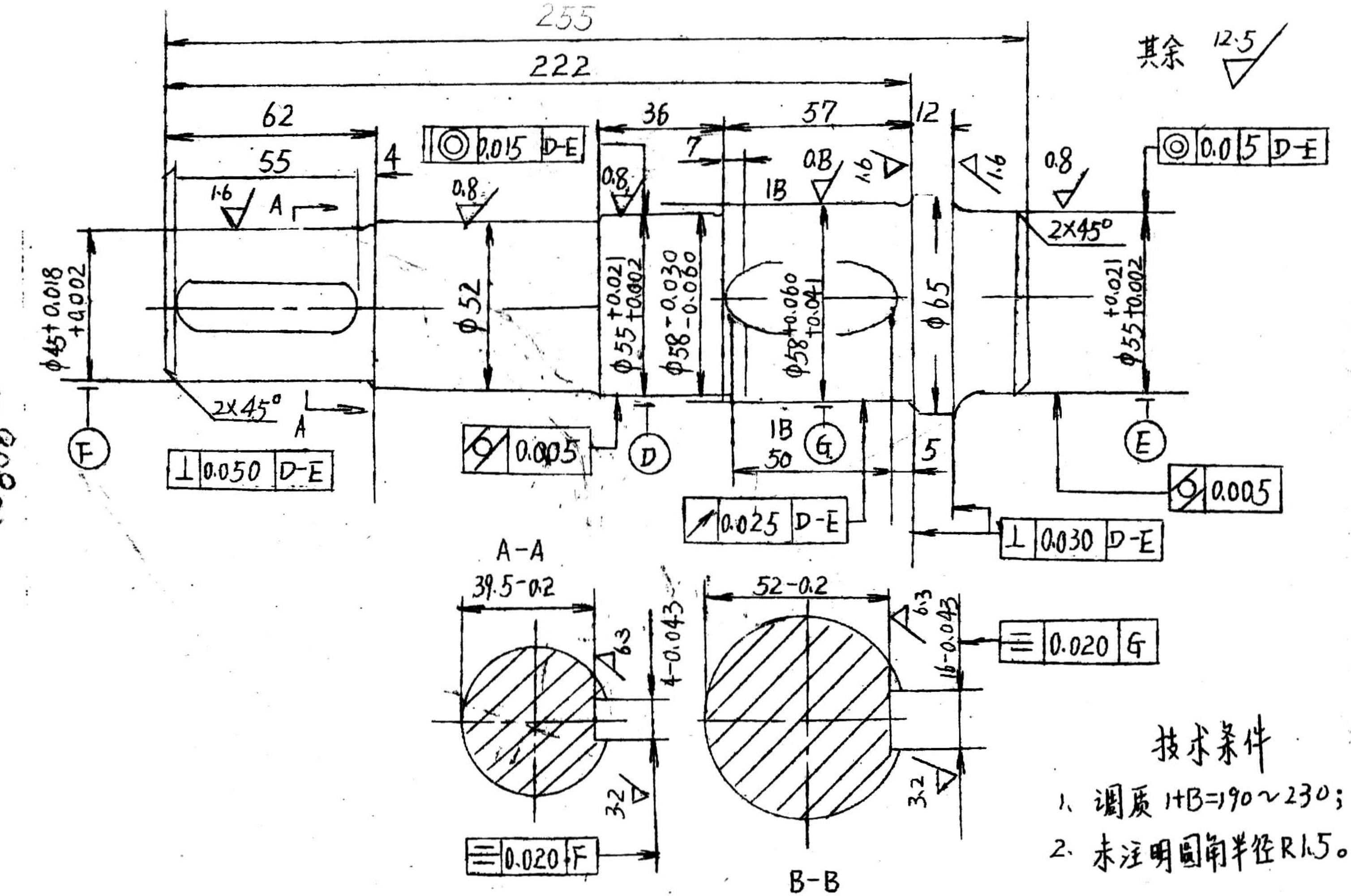


图5 计算机绘出的轴的工作图

用奇异函数法进行阶梯轴刚度计算的程序研制

太原工业大学　　　　肖尚宏　丁克元　吴桂英

摘　　要

本文用奇异函数法推导出阶梯轴在各种载荷作用下刚度计算的普遍计算式，并编制出计算程序（用FORTRAN语言编写），最后给出了算例，与有限元计算结果进行了比较。

关键词：奇异函数法，阶梯轴的刚度计算，程序研制。

前　　言

在设计轴类零件时，需要对其刚度进行计算，以前人们采用图式法，当量直径法，差分法以及能量法，前三种方法计算精度较差后一种方法只能求给定截面处的刚度。在文献〔1〕中，作者采用有限元法计算阶梯轴的刚度，较上述方法有明显的优越性，但是，如果轴上作用有集中力矩和分布力，用有限元法计算时，需要将载荷作等效处理。在文献〔2〕中，作者只是简单介绍了用奇异函数法求变截面梁刚度的方法。本文用奇异函数法推导出阶梯轴在各种载荷作用下，受到多种约束时的刚度计算的普遍计算式，并编制出计算程序，只要输入很简单的数据，即可快速而准确地输出计算结果。

一、奇异函数

定义以下函数为奇异函数：

$$F_n(x)=<x-x_i>^n$$

当 $n\geqq 0$ 时，$<x-x_i>^n=\begin{cases}(x-x_i)^n, & x\geqq x_i\\ 0, & x<x_i\end{cases}$ <1>

当 $n<0$ 时，$<x-x_i>^n=\begin{cases}\infty, & x=x_i\\ 0 & x\neq x_i\end{cases}$

奇异函数的积分规则如下：

当 $n>0$ 时，$\frac{d}{dx}<x-x_i>^n=n(x-x_i)^{n-1}$

$$\int<x-x_i>^n dx=\frac{1}{n+1}(x-x_i)^{n+1}$$

<2>

当 $n\leqslant 0$ 时，$\frac{d}{dx}<x-x_i>^n=(x-x_i)^{n-1}$

$$\int<x-x_i>^n=(x-x_i)^{n+1}$$

由奇异函数的定义，并利用分部积分法，便可得出下列奇异函数的积分式：

$$\int f(x)<x-x_j>^0 dx=[F(x)-F(x_j)]<x-x_j>^0$$

式中，$F(x)=\int f(x)dx$ <3>

$$\int<x-x_i>^1<x-x_j>^1 dx=\frac{1}{2}<x-x_j>^1<x-x_j>^2-\frac{1}{6}<x-x_i>^3,\ (x_i>x_j)$$

二、阶梯轴任意截面惯性矩的表示法

图1所示为一阶梯轴，截面惯性矩依次为 I_1，I_2，……I_n，将惯性矩的倒数 $1/I(x)$ 表示成下列阶梯函数。

$$\frac{1}{I(x)}=\beta_0+\sum_{i=1}^{n-1}\beta_i<x-x_i>^0 \qquad \langle 4\rangle$$

式中，$\beta=\frac{1}{I_1}$，$\beta_1=\frac{1}{I_2}-\frac{1}{I_1}$，……，$\beta_i=\frac{1}{I_i+1}-\frac{1}{I_i}$

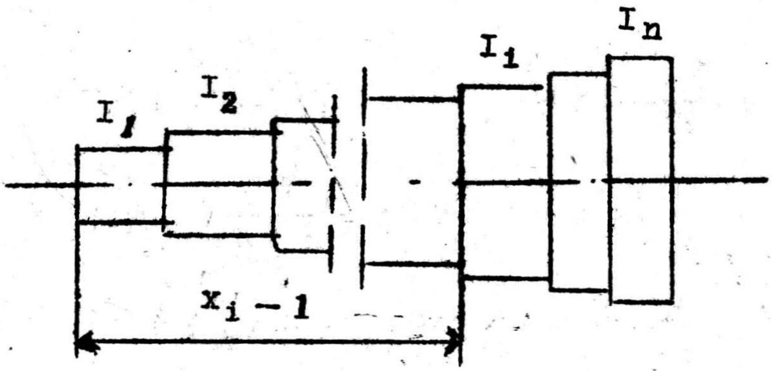


图1

三、阶梯轴刚度计算的奇异函数法

图2为一级梯轴的力学模型。

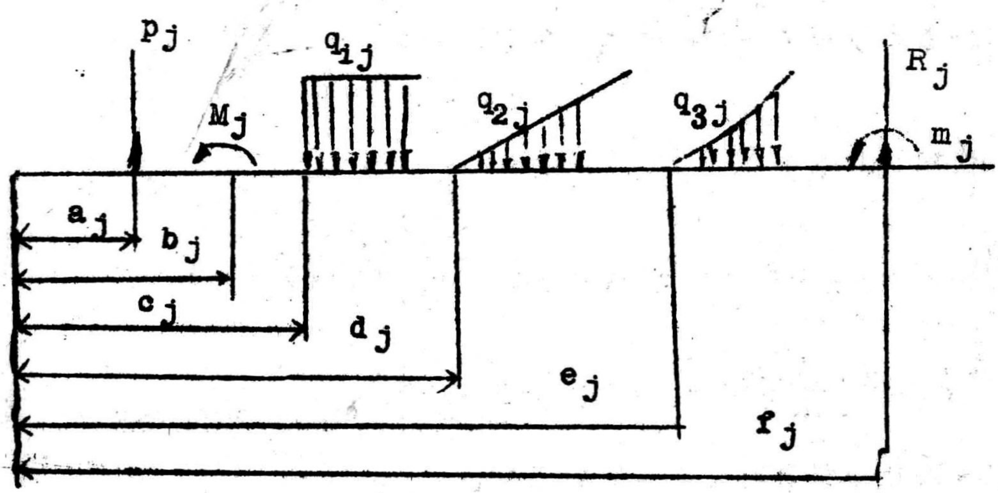


图2

图中，R_j、m_j分别表示第j个约束处反力与反力偶（考虑一般约束情况），q_{1j}表示第j个单位分布力，q_{2j}表示j个斜线分布力，q_{3j}表示第j个抛物线分布力。

阶梯轴上任意截面的弯矩可由下式表示：

$$
\begin{aligned}
M(x) = &\sum_{j=1}^{n_1} p_j < x-a_j >^1 + \sum_{j=1}^{n_2} M_j < x-b_j >^0 \\
&+ \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n_3} q_{1j} < x-c_j >^2 + \frac{1}{6}\sum_{j=1}^{n_4} q_{2j} < x-d_j >^3 \\
&+ \frac{1}{12}\sum_{j=1}^{n_5} q_{3j} < x-e_j >^4 + \sum_{j=1}^{n_6} R_j < x-f_j >^1 \\
&+ \sum_{j=1}^{n_6} m_j < x-f_j >^0
\end{aligned}
\qquad <6>
$$

阶梯轴的 曲线方程

$$
Ey'' = \frac{M(x)}{I(x)} \qquad <7>
$$

将<4>、<6>式代入<7>式，并积分一次得

$$
Ey' = \int \frac{M(x)}{I(x)} dx
$$

$$
\begin{aligned}
= \int \Big(&\sum_{j=1}^{n_1} p_i < x-a_j >^1 + \sum_{j=1}^{n_2} M_j < x-b_j >^0 \\
&+ \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n_3} q_{1j} < x-c_j >^2 + \frac{1}{6}\sum_{j=1}^{n_4} q_{2j} < x-d_j >^3
\end{aligned}
$$

$$+\frac{1}{12}\sum_{j=1}^{n^5} q_{3j}\langle x-e_j\rangle^4+\sum_{j=1}^{n^6} R_j\langle x-g_j\rangle^1$$

$$+\sum_{j=1}^{n_6} m_j\langle x-f_j\rangle^0\,)\,(\,\beta_0+\sum_{i=1}^{n-1}\beta_i\langle x-x_i\rangle^0)dx$$

$$=\sum_{i=1}^{14} A_i(x)+c \qquad \langle 8\rangle$$

其中，

$$A_1(x)=\int\beta_0\sum_{j=1}^{n_1} p_j\langle x-a_j\rangle^1 dx$$

$$=\frac{1}{2}\beta_0\sum_{j=1}^{n_1} p_j\langle x-a_j\rangle^2 \qquad \langle 9\rangle$$

$$A_2(x)=\int\beta_0\sum_{j=1}^{n^2} M_j\langle x-b_j\rangle^0 dx$$

$$=\beta_0\sum_{j=1}^{n^2} M_j\langle x-b_j\rangle^1 \qquad \langle 10\rangle$$

$$A_3(x)=\frac{1}{2}\int\beta_0\sum_{j=1}^{n^3} q_{1j}\langle x-c_j\rangle^2 dx$$

$$=\frac{1}{6}\beta_0\sum_{j=1}^{n^3} q_{1j}\langle x-c_j\rangle^3 \qquad \langle 11\rangle$$

$$A_4(x)=\frac{1}{6}\int\beta_0\sum_{j=1}^{n^4} q_{2j}\langle x-d_j\rangle^3 dx$$

$$=\frac{1}{24}\beta_0\sum_{j=1}^{n^4} q_{2j}\langle x-d_j\rangle^4 \qquad \langle 12\rangle$$

$$A_5(x) = \frac{1}{12}\int \beta_o \sum_{j=1}^{n5} q_{3j} < x - e_j >^4 dx$$

$$= \frac{1}{60}\beta_o \sum_{j=1}^{n5} q_{3j} < x - e_j >^5 \qquad <13>$$

$$A_6(x) = \int \beta_o \sum_{j=1}^{n6} R_j < x - f_j >^1 dx$$

$$= \frac{1}{2}\beta_o \sum_{j=1}^{n6} R_j < x - f_j >^2 \qquad <14>$$

$$A_7(x) = \int \beta_o \sum_{j=1}^{n6} m_j < x - f_j >^0 dx$$

$$= \beta_o \sum_{j=1}^{n6} m_j < x - f_j >' \qquad <15>$$

$$A_8(x) = \int \sum_{j=1}^{n_1} p_j < x - a_j >' \sum_{i=1}^{n-1} \beta_i < x - x_i >^0 dx$$

$$= \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{n_1} \beta_i p_j (< x - a_j >^2 \qquad <16>$$

$$- < x_i - a_j >^2) < x - x_i >^0$$

$$A_9(x) = \int \sum_{j=1}^{n_2} M_j < x - b_j >^0 \sum_{i=1}^{n-1} \beta_i < x - x_i >^0 dx$$

$$= \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{n_2} \beta_i M_j (< x - b_j >^1 \qquad <17>$$

$$- < x_i - b_j >^1) < x - x_i >^0$$

$$A_{10}(x)=\frac{1}{2}\int\sum_{j=1}^{n_3} q_{1j}<x-c_j>^2\sum_{i=1}^{n-1}\beta_i<x-x_i>^0 dx$$

$$=\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=1}^{n_3}\beta_i q_{1j}(<x-c_j>^3 \quad <18>$$

$$-<x_j-c_j>^3\ )<x-x_i>^0$$

$$A_{11}(x)=\frac{1}{6}\int\sum_{i=1}^{n_4} q_{2j}<x-d_j>^3\sum_{i=1}^{N-1}\beta_i<x-x_j>^0 dx$$

$$=\frac{1}{24}\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=1}^{n_4}\beta_i q_{2j}(<x-d_j>^4 \quad <19>$$

$$-<x_i-b_j>^4)<x-x_i>^0$$

$$A_{12}(x)=\frac{1}{12}\int\sum_{j=1}^{n_5} q_{3j}<x-e_j>^4\sum_{i=1}^{n-1}\beta_i<x-x_i>^0 dx$$

$$=\frac{1}{60}\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=1}^{n_5}\beta_j q_{3j}(<x-e_j>^5 \quad <20>$$

$$-<x_i-e_j>^5<x-x_j>^0$$

$$A_{13}(x)=\int\sum_{j=1}^{n_6} R_j<x-f_j>^1\sum_{i=1}^{n-1}\beta_i<x-x_i>^0 dx$$

$$=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=1}^{n_6}\beta_i R_j(<x-f_j>^2 \quad <21>$$

$$-(x_i-f_j>^2)<x-x_i>^0$$

$$A_{14}(x)=\int\sum_{j=1}^{n_6} m_j <x-f_j>^0 \sum_{i=1}^{n-1} \beta_i <x-x_i>^0 dx$$

$$=\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=1}^{n_6} \beta_i m_j \left(<x-f_i>^1 - <x_i-f_j>^1 \right) <x-x_i>^0 \qquad <22>$$

将<8>式积分一次得

$$Ey=\int\left(\sum_{i=1}^{14} A_i(x)+c\right)dx=\sum_{i=1}^{14} B_i(x)+cx+D \qquad <23>$$

其中，

$$B_1(x)=\int A_1(x)dx$$

$$=\frac{1}{6}\beta_o \sum_{j=1}^{n_1} p_i <x-a_j>^3 \qquad <24>$$

$$B_2(x)=\int A_2(x)dx$$

$$=\frac{1}{2}\beta_o \sum_{j=1}^{n_2} M_j <x-b_j>^2 \qquad <25>$$

$$B_3(x)=\int A_3(x)dx$$

$$=\frac{1}{24}\beta_o \sum_{j=1}^{n_3} q_{1j} <x-c_j>^4 \qquad <26>$$

$$B_4(x)=\int A_4(x)dx$$

$$=\frac{1}{120}\beta_o \sum_{j=1}^{n_3} q_{2j} <x-d_j>^5 \qquad <27>$$