



高中物理 竞赛教程 基础篇

赵志敏 主编



 復旦大學出版社

中学物理竞赛教程编委会

主 编 赵志敏

《高中物理竞赛教程 基础篇》

分册主编 王肇铭

分册副主编 张明森

编 者 (以拼音排序)

方梦非 陆永刚 桑 嫣 王肇铭

杨鸣华 张明森 张忠义

序 一

物理学是自然科学的基础,是探讨物质结构和基本运动规律的前沿学科。

古往今来,人们总是不断地设法理解我们周围的世界。现代物理学理论的建立,则是从伽利略开始的。经过 300 多年来一大批杰出物理学家的努力,建立了以力学、电磁学和热学为代表的经典物理的完美体系。20 世纪以来,物理学又有了革命性的发展,以相对论和量子论为代表的近代物理,不仅极大地开阔了人们的视野,也为人类物质文明的高度发展和社会的巨大进步奠定了基础。

物理学是一门非常讲究美感的学问,它内在的魅力吸引着一代又一代的杰出物理学家为之奋斗终生,为人类的文明作出了无与伦比的巨大贡献。伽利略、牛顿、麦克斯韦、卡诺、爱因斯坦、玻尔……这些集中了人类的最高智慧、揭示了宇宙奥秘的物理学家,将永垂史册。

物理学的学习能够培养我们缜密的推理能力,能够培养我们提出问题、解决问题的能力,能够培养我们发现规律、总结规律的能力。这些能力恰恰是我们从事任何工作都需要的,因此,物理学的学习会使我们受益终身。

站在无数巨人的肩膀上,物理学成就了今天的辉煌,明天的物理学将更加璀璨夺目!选择物理,学好物理,研究物理,为中国文明和世界文明作出贡献,是新一代有志气、有抱负的青少年学生的正确选择之一。

本书是优秀中学生深入学习物理的辅助教材,希望对于引导中学生走进神奇而美丽的物理世界,理解物理学的知识、思想方法,提高应用能力有所帮助。

中国科学院院士
上海市物理学会理事长
上海交通大学校长
张 杰

序 二

无穷的追问,无穷的乐趣

物理,物理,万物之理。

追问万物之理,是物理学光芒四射的魅力。

这是为什么?那是为什么?追根溯源,物理的问题远远不止10万个,无穷无尽。

一个有好奇心的人,才会问为什么;好奇心越强,问题就越多。许多青少年就是这样,怀着强烈的好奇心,踏上学习物理的艰难路程,进入奇妙的科学世界。热爱物理的人,遇到问题就兴奋;问题越多,兴趣越浓,钻研的热情越高。

正是物理学这些令人兴奋的问题,吸引一代又一代物理学家奉献出他们毕生的时间和精力。正是在好奇心的驱使下,牛顿发现了力学三定律,麦克斯韦发现了电磁场的规律。在他们看来,发现问题,然后解决问题,是一件赏心悦目的事情。牛顿说:“对我而言,我只是像在海滩边玩耍的男孩,偶然间发现了一粒比较圆的石头,和一枚比较漂亮的贝壳,就觉得很愉快。”

这并不意味,学习物理是件轻松的事。科学家决不满足于一时一事的愉悦、一时一事取得的成绩,他们永远像小学生一样,谦虚地对待自然界。热爱物理的人和所有热爱科学的人一样,不会浅尝辄止,不会因为解答了一个问题,就高枕无忧,相反,他们殚精竭虑,不断追问,把问题解决得臻于完美。就这样,在具有好奇心、创造力,而又不怕艰难的科学家们的前仆后继之中,物理学才有今天的成就,才会不断向前发展。

你面前的这本书,是富有教学经验的物理教师,为那些对物理充满好奇心的青少年学生所编。书中的内容,是以往物理学习的总结。在你没有用自己的脑袋思考之前,这些仅仅是别人的知识,而要把这些知识变成自己的思想,就需要在解题过程中用心钻研,并不断加以总结。

希望这本书能成为你攀登物理这座高山的拐杖,“在科学上没有平坦的大道,只有不畏劳苦沿着陡峭山路攀登的人,才有希望达到光辉的顶点”。

前上海市物理学会理事长

前复旦大学副校长

前复旦大学研究生院院长

周鲁卫

前 言

上海市物理学校《高中物理竞赛教程》共分两册,上册为基础篇,下册为拓展篇。

基础篇以基础知识教学、基本能力培养为主,将上海市和全国高中物理教材的内容,上海市高中物理竞赛和全国中学生物理竞赛的基本内容融合提炼成 17 章共 88 节。每章浓缩了各章的主要概念、规律和解题思路,知识结构一目了然,并着力于剖析物理思维方法,有利于形成思维结构;每一节呈现给读者的不仅是简明正确的表述,力图将“概念、规律、应用、点拨、拓展”构成一个有机整体,通过“知识梳理—例题详解—例题试解—巩固练习—高点击—自主招生点击”的学习过程,引导读者领悟要点,确保“形成概念,形成能力”。习题根据认知规律进行配置,“选题”突出了问题的针对性,“难度”突出了认知的适应性,“题量和组合”突出了形成的有效性。基础篇旨在为参与高中物理竞赛打基础,对参加高校自主招生和高考的同学有一定的帮助。

参加基础篇编著和审稿的老师有方梦非、陆永刚、桑嫣、王肇铭、杨鸣华、张明森和张忠义,全书由分册主编王肇铭老师统稿。限于时间仓促,难免差错,恳请老师和学员提出宝贵意见,以利修订再版。

物理学的价值不仅在于它对自然规律的深刻揭示,更重要的是它在发展过程中,形成了一整套卓有成效的思想方法体系,诚如诺贝尔物理学奖得主、德国科学家马克斯·玻恩所言:“与其说我发表的工作里包含了一个自然现象的发现,倒不如说是因为那里包含了一个关于自然现象的科学思想方法基础。”

物理学是科学思维最为活跃的科学,物理学的思想方法不仅对物理学本身有重要意义,而且对整个自然科学和社会科学的发展都有重大贡献。自 20 世纪中叶以来,在诺贝尔化学奖、生物及医学奖,甚至经济学奖的获奖者中,有一半以上的人具有深厚的物理学背景,却未发生过非物理专业出身的科学家问鼎诺贝尔物理学奖的情况。牛顿发明微积分就是运用物理思维研究其他学科成功的经典范例,从物理学的知识体系、思想方法体系中汲取智能,转而在其他学科领域进行研究的科学思潮已蔚然成风,量子化学、量子生物学的成就及量子经济学的出现正是对这一科学思潮的生动注释。物理学当之无愧是一切科学技术之母,是人类伟大智慧的结晶。

人类文明的发展与物理学息息相关,力、热、电、微观物理学的每一次重大突破都将人类文明带入了一个新的时代。力学和热学的发展导致了蒸汽机的发明,点燃第一次产业革命的火炬,人类社会开始了告别中世纪阴影、迈向工业化的旅程;19 世纪末,电磁场理论的成功催生了第二次产业革命,将人类社会带进以电力和无线电技术广泛应用为标志的电气化时代;20 世纪中叶微观物理取得重大突破,开创了微电子工业和核工业,使人类社会得以进入以电



子计算机、核能、激光广泛应用为标志的信息化时代,实现第三次产业革命。

21世纪人类面临着能源危机、资源枯竭、环境污染等有史以来的最大挑战,新能源开发、能源利用率、智能电网、智能能源遭遇技术瓶颈,焦虑的幽灵困扰着地球的每个角落,世界在等待、在渴望科学的突破,联合国史无前例地通过了“2005年为世界物理年”的决议,充分表达世界对物理学的殷切企盼,呼唤年轻的爱因斯坦,呼唤物理学的新突破!2009年底哥本哈根世界气候大会再一次表达了人类渴望科技突破拯救地球的强烈愿望。

其实,世界并不缺能源,缺少的是科学技术。量子理论预示,真空中蕴藏着巨大的本底能量,在绝对零度时仍然存在,称为真空零点能,随着物理真空理论和实验研究的推进,未来人类将有可能把宇宙真空作为一块“无限大的新油田”加以开发利用;有关科技报道,实验室里捕获的反物质粒子与物质粒子碰撞时产生的效应,与正电子与负电子相遇发生湮灭现象一样,物质消失,质量全部转化为能量,且没有放射性污染。由爱因斯坦的质能方程 $E = mc^2$ 可知,几十克质量释放的能量就足以满足世界一年的能源需求,碳排放为零。这些规律若被科学进一步证实,到人类掌握相关技术时,能源危机将永远消失,人类社会得以从高碳经济中解放出来,天更蓝,水更绿,空气更清新;宇宙飞船将变得轻巧,可很快加速到 100 km/s 以上,实现人类梦寐以求的星际航行。我们不知道这一天有多远,也不知道地球还要为危机担忧多少年?但 we 知道,物理学的新突破一定能在今天的青少年一代手中实现。

物理学蕴藏的伟大力量和无限魅力曾吸引了一代代世界顶级精英为之献身,从亚里士多德、伽利略、牛顿、法拉第、麦克斯韦、玻尔到普朗克、爱因斯坦、霍金……物理学如此多娇,引无数英雄竞折腰,它包含的智慧、力量和科学之美一定能吸引今天的学子为之奋发献身。

当您走进我们的课堂时,一种物理学之缘把您、我和物理学紧紧联系在一起,愿我们的每一次授课、每一道题目都能丰满您的羽毛、坚实您的翅膀。年轻的朋友,展开您的双翅,带着我们的祝福,高飞吧!愿您成为明天灿烂的群星中最耀眼的一颗新星,让我们的世界再改变一千次。

编者

2010年8月

目 录

序 一	1
序 二	1
前 言	1
第 1 章 数学预备知识	1
1.1 角度与弧度	1
1.2 三角函数	1
1.3 矢量与标量	4
1.4 幂函数	7
第 2 章 匀变速直线运动	10
2.1 直线运动的描述	10
2.2 匀变速直线运动	12
2.3 匀变速直线运动应用	20
第 3 章 静力学	27
3.1 三种性质分类的力	27
3.2 共点力的合成与分解	35
3.3 力的相互作用和受力分析	42
3.4 受共点力作用物体的平衡	46
3.5 转动物体的平衡	58
第 4 章 运动和力	69
4.1 牛顿第一定律	69
4.2 牛顿第二定律	70
4.3 质点的牛顿第二定律应用	78
* 4.4 质点系的牛顿第二定律应用	89
4.5 牛顿运动定律的局限性	91



第5章 运动的合成与分解	95
5.1 曲线运动	95
5.2 运动的合成与分解	96
5.3 小船过河的运动	98
5.4 绳联物体的运动	100
5.5 竖直上抛运动	101
5.6 平抛运动	103
* 5.7 斜抛运动	108
第6章 匀速圆周运动和万有引力	113
6.1 匀速圆周运动	113
6.2 万有引力定律	123
6.3 万有引力作用下的匀速圆周运动	125
第7章 机械能	134
7.1 功	134
7.2 功率	136
7.3 动能定理	139
7.4 机械能守恒定律	141
7.5 功能原理	144
第8章 动量	149
8.1 动量和冲量	149
8.2 动量定理	151
8.3 动量守恒定律	153
8.4 反冲运动	155
第9章 简谐运动	161
9.1 机械振动	161
9.2 描述简谐运动的物理量	161
9.3 简谐运动的规律	163
9.4 简谐运动的图像	163
9.5 单摆	165
9.6 简谐运动的能量	168



9.7 阻尼振动	168
9.8 受迫振动与共振	169
第 10 章 机械波	173
10.1 机械波的形成	173
10.2 波的图像	174
10.3 机械波中质点的振动方向与波传播方向之间的关系	176
10.4 机械波传播中的多解和特解问题	177
10.5 波的干涉、衍射	179
第 11 章 分子动理论和气体性质	186
11.1 分子动理论	186
11.2 气体的性质	192
11.3 理想气体状态方程	205
* 11.4 克拉珀龙方程	206
11.5 物体的内能及其转化规律	208
第 12 章 静电场	217
12.1 电荷的相互作用 库仑定律	217
12.2 电场和电场强度	219
12.3 电场线	221
12.4 电势和电势能	223
12.5 等势面、电势差与电场强度的关系	225
12.6 带电粒子在电场中的运动	227
* 12.7 静电场中的导体、电容和电容器	229
第 13 章 稳恒电流	236
13.1 电流及电流强度	236
13.2 电阻及电阻定律	237
13.3 欧姆定律	239
13.4 串、并联电路规律	241
13.5 电功和电功率	243
13.6 闭合电路欧姆定律	245
13.7 简单逻辑电路	247



13.8 实验	249
第 14 章 磁场 电磁感应	258
14.1 磁场、磁感强度、磁感线、磁通量	258
14.2 磁场对电流的作用——安培力	261
14.3 磁场对电荷的作用——洛仑兹力	263
14.4 电磁感应现象	266
14.5 楞次定律	268
14.6 法拉第电磁感应定律	270
14.7 法拉第电磁感应定律的应用	272
14.8 自感电动势	275
第 15 章 交流电 理想变压器 电磁场和电磁波	282
15.1 交变电流	282
15.2 电感、电容对交变电流的阻碍作用,感抗和容抗	290
15.3 变压器	294
* 15.4 三相交变电流	301
15.5 电磁场和电磁波	304
第 16 章 光学	311
16.1 几何光学	311
16.2 物理光学	314
第 17 章 近代物理	323
17.1 原子	323
17.2 原子核	326
17.3 原子核的结合能与质量亏损	329
17.4 狭义相对论	332
参考答案	338

第 1 章 数学预备知识



1.1 角度与弧度

1. 角度与弧度

我们以前学过角的度量,是用度、分、秒作为角的度量单位,这种度量的制度叫做角度制。角的另一种度量制叫弧度制,即用实数表示角度,单位为弧度(rad)。

2. 角度与弧度之间的换算关系

$$180^\circ = \pi \text{ 弧度}, 1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ 弧度} \approx 0.017453 \text{ 弧度}$$

例 1-1 把下列各角用另一种度量制表示出来:

$$112^\circ 30', 36^\circ, -\frac{5}{12}\pi, 3.5$$

[分析] 可利用 $1^\circ = \frac{\pi}{180}$ 弧度, $1(\text{弧度}) = \frac{180^\circ}{\pi} = 57.3^\circ$ 的换算规律解题,对于某些特殊角也可以利用 $180^\circ = \pi$ 这个关系来实现换算。用弧度制表示角,弧度二字可以省略不写,因此用角度制表示角时要特别注意单位“°”不能丢,因为 1° 与 1 是完全不同的两个角。

[解答]

$$\begin{aligned} 112^\circ 30' &= \frac{225^\circ}{2} \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{5}{8}\pi, 36^\circ = 36^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{5} \\ -\frac{5}{12}\pi &= -\frac{5}{12}\pi \times \frac{180^\circ}{\pi} = -75^\circ, 3.5 = 3.5 \times \frac{180^\circ}{\pi} = 200.55^\circ (200^\circ 33') \end{aligned}$$

对于常用的特殊角,角度与弧度之间的换算要熟练、准确。如 $30^\circ = \frac{\pi}{6}$, $45^\circ = \frac{\pi}{4}$, $60^\circ = \frac{\pi}{3}$, $90^\circ = \frac{\pi}{2}$, $120^\circ = \frac{2\pi}{3}$, $150^\circ = \frac{5\pi}{6}$, $180^\circ = \pi$, $270^\circ = \frac{3\pi}{2}$, $360^\circ = 2\pi$ 等。

1.2 三角函数

如图 1-1 所示,在一直角三角形中,某一角 α 总是由斜边与一直角边构成。设斜边长为 r ,



相邻的直角边长为 x , 与 α 角相对的直角边长为 y , 则由 x 、 y 、 r 两两组成 4 个不同的比值。从而得到

$$\sin \alpha = \frac{y}{r}, \cos \alpha = \frac{x}{r}, \tan \alpha = \frac{y}{x}, \cot \alpha = \frac{x}{y}$$

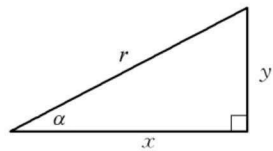


图 1-1

1. 正弦定理

在一个三角形中, 各边和它所对角的正弦比相等, 即:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

如图 1-2 所示, 它适合于任何三角形。

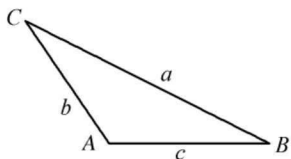


图 1-2

2. 余弦定理

三角形任何一边的平方等于其他两边平方的和减去这两边与它们夹角的余弦的积的两倍, 如图 1-2 所示, 即:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

3. 物理中常用的三角恒等式

(1) 同角三角比的几个重要关系式

$$(i) \tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$$

$$(ii) \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$(iii) \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$(iv) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$(v) 1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$(vi) 1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

(2) 两角和与差的正弦、余弦

$$(i) \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$(ii) \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

(3) 二倍角公式

$$(i) \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$(ii) \tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha}$$

$$(iii) \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

(4) 半角公式

$$(i) \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}$$

$$(ii) \sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$$

$$(iii) \tan \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

(5) 辅助角公式的应用



$$a \sin \alpha + b \cos \alpha = \sqrt{a^2 + b^2} \sin(\alpha + \varphi) \left(\text{其中 } \tan \varphi = \frac{b}{a} \right)$$

(6) 特殊角的值与相关运算

(i) $\sin(90^\circ \pm \alpha) = \cos \alpha$

(ii) $\cos(90^\circ \pm \alpha) = \mp \sin \alpha$

(iii) $\sin(2k\pi \pm \alpha) = \pm \sin \alpha$

(iv) $\cos(2k\pi \pm \alpha) = \pm \cos \alpha$

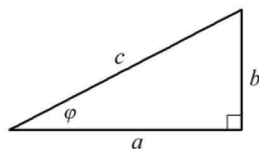


图 1-3

表 1-1

角度 α	0°	30°	60°	45°	90°	180°	37°	53°
正弦 \sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	0	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{5}$
余弦 \cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	-1	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{5}$
正切 \tan	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{3}$	1	∞	0	$\frac{3}{4}$	$\frac{4}{3}$
余切 \cot	∞	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	0	∞	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{4}$

例 1-2 求下列各三角函数的值：(1) $\sin 1470^\circ$ ；(2) $\cos\left(-\frac{15\pi}{4}\right)$ ；(3) $\tan \frac{25\pi}{3}$ 。

[分析] 对于大于 90° 的角，可以先转换成 $k\pi \pm \alpha$ 的形式，然后进行计算。

[解答] (1) $\sin 1470^\circ = \sin(4 \times 360^\circ + 30^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ；

(2) $\cos\left(-\frac{15\pi}{4}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{4} - 4\pi\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ；

(3) $\tan \frac{25\pi}{3} = \tan\left(8\pi + \frac{\pi}{3}\right) = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$ 。

例 1-3 化简求值(1) $\frac{1}{2} \sin \alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha$ ；(2) $a \sin x + b \cos x$ ；(3) $\sin 113^\circ \cdot \cos 22^\circ + \sin 203^\circ \cdot \sin 158^\circ$ 。

[分析] (1)、(2)两道小题是对辅助角的应用，该用法常用来求三角的极值问题。

[解答]

(1) 原式 $= \sin \alpha \cdot \cos \frac{\pi}{3} + \cos \alpha \cdot \sin \frac{\pi}{3} = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$ ；

(2) 原式 $= \sqrt{a^2 + b^2} \sin(x + \phi)$ ，其中 $\cos \phi = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ ， $\sin \phi = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ 。

(3) 原式 $= \sin 67^\circ \cdot \cos 22^\circ - \sin 23^\circ \cdot \sin 22^\circ = \cos 23^\circ \cdot \cos 22^\circ - \sin 23^\circ \cdot \sin 22^\circ$
 $= \cos(23^\circ + 22^\circ) = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 。



练习题 1-1

1. 将下列角度化为弧度、弧度化为角度：

(1) 150° ; (2) $22^\circ 30'$; (3) $\frac{3\pi}{4}$; (4) $-\frac{3\pi}{10}$ 。

2. 求下列各三角函数的值：

(1) $\sin\left(-\frac{11\pi}{6}\right)$; (2) $\cot\frac{7\pi}{3}$; (3) $\cos 1500^\circ$; (4) $\tan\left(-\frac{11\pi}{3}\right)$ 。

3. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $c = 10, A = 45^\circ, C = 30^\circ$, 求 b 。

4. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{2}, B = 45^\circ$, 求 A, C 和 c 。

5. 已知: $\sin \alpha + \cos \alpha = 1$, 求 α 。

6. 若 $y = 3\sin \alpha + 4\cos \alpha$, 则 α 角为多少时, y 有最大值? $y_{\max} = ?$

1.3 矢量与标量

1. 矢量和标量的定义

既有大小又有方向的量叫矢量, 只有大小没有方向的量叫标量。例如: 力、速度等物理量是矢量, 时间、质量、密度等物理量是标量。矢量可用黑斜体字母或用一带箭头的有向线段表示, 可记做 \boldsymbol{a} 或 \overrightarrow{AB} , 如图 1-4 所示。

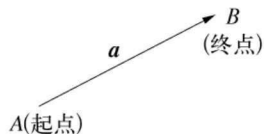


图 1-4

2. 矢量加法和减法, 负矢量

(1) 矢量的加法

求两个矢量的和的运算, 叫做矢量的加法。物理中只有同类物理量才可相加减。两个矢量的和仍旧是矢量, 简称和矢量, 如合位移、合力等, 矢量的运算法则为三角形法则或平行四边



形法则。

如图 1-5 所示,图中线段 AC 即为矢量 a 与矢量 b 的和。其中图(b)为方向相同的矢量相加,图(c)为方向相反的矢量相加,此为三角形法则的特殊情况;图(a)为不共线矢量的求和,方法是将矢量平移,使前一个矢量的终点为后一个矢量的起点,此为普遍情况。

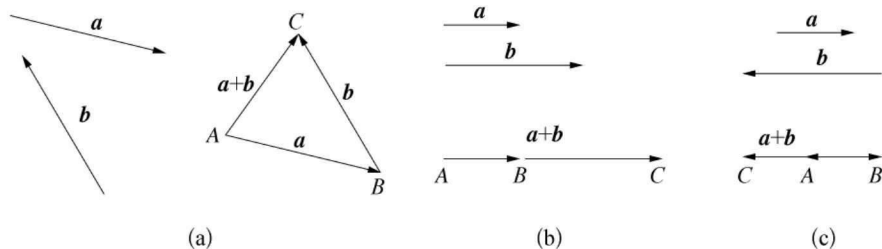


图 1-5

(2) 矢量的减法

求两个矢量差的运算,叫做矢量的减法。矢量的减法是矢量加法的逆运算,即: $a - b = a + (-b)$, 因此其运算法则也为三角形法则或平行四边形法则。

如图 1-6 所示,图中线段 AB 即为矢量 a 与矢量 b 的差。其中图(a)为方向相同的矢量相减,图(b)为方向相反的矢量相减;图(c)为不共线矢量的差,方法是将矢量平移到一个起点 O 上,方向由 A 指向 B 。矢量的减法通常用来求矢量的变化量。

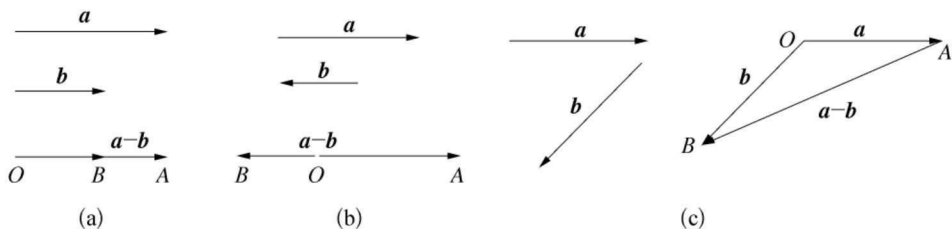


图 1-6

(3) 负矢量

方向与规定正方向相反的矢量。记作 $-\overrightarrow{AB}$, 负号在这里不表示大小,只表示方向。如位移 $+1\text{ m}$ 和 -1 m 大小是完全相同的。只有两个矢量的大小、方向完全一致,才能说这两个矢量相等;在实际解题中,通常应先规定正方向。

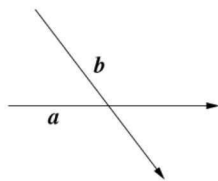


图 1-7

例 1-4 如图 1-7 所示,已知矢量 a 、 b , 求作矢量 $a + b$, $b + a$ 。

[分析] 运用矢量加法的平行四边形法则进行运算。

[解答] 如图 1-8 所示,在平面内取一点,作 $\overrightarrow{OA} = a$, $\overrightarrow{AB} = b$, 则 $\overrightarrow{OB} = a + b$ 。用同样方法作 $b + a$, 如图中虚线,得到相同的矢量和。这说明

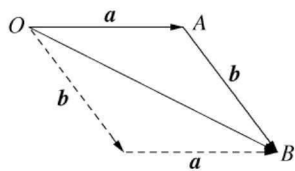


图 1-8



$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a}$$

由题中结论得到向量加法的交换律

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a}$$

还可推广到多个向量相加的情况:

$$(\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c} = \mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c})$$

练习题 1-2

1. 设某物体先向东运动了 3 km, 然后向北运动了 3 km, 求物体的合位移。

2. 如图 1-9 所示, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} =$ _____; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} =$ _____; $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} =$ _____; $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{BC} =$ _____。

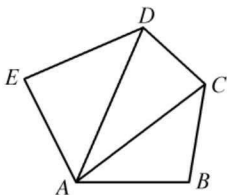


图 1-9

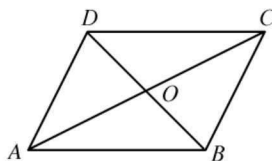


图 1-10

3. 如图 1-10 所示, $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} =$ _____; $\overrightarrow{BA} - \overrightarrow{BC} =$ _____; $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} =$ _____; $\overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} =$ _____。

4. 已知 $|\mathbf{a}| = 4$, $|\mathbf{b}| = 3$, 当 (1) $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$; (2) $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$; (3) \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为 60° 时, 分别求 $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ 的值。

5. 灯塔 A 在灯塔 B 东偏南 15° 的方向, 这两个灯塔相距 20 海里, 从轮船 K 看见灯塔 B 在它的正西, 看见灯塔 A 在它的正东南方向, 求轮船离这两个灯塔的距离。

1.4 幂函数

1. 一次函数及其图像

(1) 一次函数

一般地,如果 $y = kx + b$ (k, b 为常数, $k \neq 0$), 那么 y 叫 x 的一次函数。特别地: 当 $b = 0$ 时, 一次函数就变成了正比例函数 $y = kx$ (k 为常数, $k \neq 0$)。

(2) 一次函数的图像

一次函数 $y = kx + b$ 为过 $(0, b)$ 和 $(-\frac{b}{k}, 0)$ 两点的直线, 所有的一次函数的图像都是直线。

① 图像性质:

当 $k > 0$ 时, y 随 x 的增大而增大;

当 $k < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小。

② 与正比例函数的联系与区别:

联系: 两种函数都是一条直线; 当 $k > 0$ 或 $k < 0$ 时, 两函数的增减性相同; 当 $b = 0$ 时, 一次函数 $y = kx + b$ 转化为正比例函数, 因此正比例函数可看作一次函数的特例。

区别: 正比例函数也是一次函数, 但是一次函数不是正比例函数; 正比例函数的图像一定经过原点, 且经过一、三象限, 一次函数的图像一般不经过原点, 且经过三个象限。

2. 二次函数及其图像

(1) 二次函数

一般表达式 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)。

(2) 二次函数的图像

二次函数的图像为一左右对称的抛物线, 当 $b = 0$ 时, 则关于 y 轴对称。

① 图像性质: 当 $a > 0$ 时, 图像开口方向向上; 当 $a < 0$ 时, 函数开口方向向下;

② 对称轴: 直线 $x = -\frac{b}{2a}$;

③ 顶点坐标: $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$;

④ 增减性:

当 $a > 0$ 时, 在对称轴左侧, y 随着 x 的增大而减少; 在对称轴右侧, y 随着 x 的增大而增大;

当 $a < 0$ 时, 在对称轴左侧, y 随着 x 的增大而增大; 在对称轴右侧, y 随着 x 的增大而减少;

⑤ 最大或最小值:

当 $a > 0$ 时, 函数有最小值, 并且当 $x = -\frac{b}{2a}$, $y_{\min} = \frac{4ac - b^2}{4a}$;