

2015年 湖南省怀化市

初中毕业学业考试 指导丛书

丛书编写组 编



数学

2015 年湖南省怀化市
初中毕业学业考试指导丛书

数 学

丛书编写组 编



湖南教育出版社

编写说明

根据湖南省教育厅湘教发〔2005〕35号文件精神，为使命题和备考有所依据，丛书编写组根据教育部制定的新的《课程标准》、省教育厅颁发的《湖南省初中毕业学业考试标准》和相应教材，结合怀化市初中教学的实际，编写了“2015年湖南省怀化市初中毕业学业考试指导丛书”。丛书共九科，分九册编写，其中生物、地理两册，供八年级使用；语文、数学、英语、思想品德、历史、物理、化学七册，供九年级使用。

本书共分为四个部分。第一部分为湖南省初中毕业学业考试标准·数学，对2015年初中毕业学业考试的指导思想、考试目标、试题难度、考试方式及试卷结构等都做了明确规定；第二部分为怀化市对《湖南省初中毕业学业考试标准·数学》的补充说明；第三部分为样卷；第四部分为复习指导。

参加本书编写的人员都是有丰富教学经验的一线教师和从事专门研究的教研员。我们希望本套丛书能更好地适应中学教学实际，对全面实施素质教育发挥积极影响。

丛书编写组

2015年1月

目 录

第一部分	湖南省初中毕业学业考试标准·数学	1
第二部分	怀化市关于《湖南省初中毕业学业考试标准·数学》的补充说明	9
第三部分	样卷	10
第四部分	复习指导	14
第一单元	数与式	14
1.1	实数及其运算	14
1.2	整 式	17
1.3	因式分解	20
1.4	分 式	21
1.5	二次根式	23
第二单元	方程与不等式	26
2.1	一元一次方程与可化为一元一次方程的分式方程	26
2.2	二元一次方程组	27
2.3	一元一次不等式(组)	29
2.4	一元二次方程	31
2.5	整式方程的应用	33
2.6	分式方程、不等式的应用	34
第三单元	函 数	36
3.1	平面直角坐标系及其函数的有关概念	36
3.2	一次函数	37
3.3	反比例函数	39
3.4	二次函数	41
3.5	函数的应用	44
第四单元	图形的性质	47
4.1	点、线、面、角、相交线、平行线	47
4.2	三角形及全等三角形	49
4.3	等腰三角形	51
4.4	直角三角形	53
4.5	尺规作图	55
4.6	四边形和平行四边形	56
4.7	矩形、菱形、正方形	58
4.8	圆的有关性质	60
4.9	与圆有关的位置关系	63
4.10	圆中的有关计算	65
第五单元	图形的变化	68
5.1	图形的对称、平移和旋转	68
5.2	相似与位似图形	70
5.3	锐角三角函数	73
5.4	解直角三角形及其应用	74
5.5	视图与投影	77
5.6	图形与坐标	79
第六单元	统计与概率	81
6.1	数据的收集与整理	81
6.2	数据的分析	83
6.3	概率初步	85



第一部分

湖南省初中毕业学业考试标准·数学

一、考试指导思想

初中毕业数学学业考试是依据《义务教育数学课程标准(2011年版)》(以下简称《数学课程标准》)进行的义务教育阶段数学学科的终结性考试。初中毕业数学学业考试要有利于全面贯彻国家教育方针,推进素质教育;有利于体现九年义务教育的性质,全面提高教育教学质量;有利于数学课程改革,培养学生的创新精神和实践能力;有利于减轻学生过重的课业负担,促进学生生动、活泼、主动地学习。

初中毕业数学学业考试命题应当根据学生的年龄特征、思维特点、数学背景和生活经验编制试题,面向全体学生,使具有不同认知特点、不同数学发展程度的学生都能正常表现自己的学习状况。初中毕业数学学业考试要求公正、客观、全面、准确地评价学生通过初中阶段的数学学习所获得的发展状况。

初中毕业数学学业考试要重视对学生初中阶段数学学习的结果与过程的评价,重视对学生数学思考能力和解决问题能力的发展性评价,重视对学生数学认知水平的评价;初中毕业数学学业考试试卷要有效发挥选择题、填空题、计算(求解)题、证明题、开放性问题、应用性问题、阅读分析题、探索性问题及其他各种题型的功能;试题设计必须与其评价的目标相一致,加强对学生思维水平与思维特征的考查,使试题的解答过程体现《数学课程标准》所倡导的数学活动方式,如观察、实验、猜测、验证、推理等等。

二、考试内容和要求

(一)考试内容

初中毕业数学学业考试应以《数学课程标准》所规定的四大学习领域,即数与代数、图形与几何、统计与概率、综合与实践的内容为依据,主要考查学生在知识技能、数学思考和问题解决三个方面的发展状况。

1. 知识技能

体验从具体情境中抽象出数学符号的过程,理解有理数、实数、代数式、方程、不等式、函数;掌握必要的运算(包括估算)技能;探索具体问题中的数量关系和变化规律,掌握用代数式、方程、不等式、函数进行表述的方法。

探索并掌握相交线、平行线、三角形、四边形和圆的基本性质与判定,掌握基本的证明方法

和基本的作图技能;探索并理解平面图形的平移、旋转、轴对称;认识投影与视图;探索并理解平面直角坐标系,能确定位置.

体验数据收集、处理、分析和推断过程,理解抽样方法,体验用样本估计总体的过程;进一步认识随机现象,能计算一些简单事件的概率.

2. 数学思考

通过用代数式、方程、不等式、函数等表述数量关系的过程,体会模型的思想,建立符号意识;在研究图形性质和运动、确定物体位置等过程中,进一步发展空间观念;经历借助图形思考问题的过程,初步建立几何直观.

了解利用数据可以进行统计推断,发展建立数据分析观念;感受随机现象的特点.

体会通过合情推理探索数学结论,运用演绎推理加以证明的过程,在多种形式的数学活动中,发展合情推理与演绎推理的能力.

能独立思考,体会数学的基本思想和思维方式.

3. 问题解决

初步学会在具体的情境中从数学的角度发现问题和提出问题,并综合运用数学知识和方法等解决简单的实际问题,增强应用意识,提高实践能力.

经历从不同角度寻求分析问题和解决问题的方法的过程,体验解决问题方法的多样性,掌握分析问题和解决问题的一些基本方法.

(二) 考试要求

《数学课程标准》阐述的教学要求具体分以下几个层次

知识技能要求:

(1)了解:从具体实例中知道或举例说明对象的有关特征;根据对象的特征,从具体情境中辨认或者举例说明对象.

(2)理解:描述对象特征和由来,阐述此对象与有关对象之间的区别和联系.

(3)掌握:在理解的基础上,把对象用于新的情境.

(4)运用:综合使用已掌握的对象,选择或创造适当的方法解决问题.

过程性要求:

(5)经历:在特定的数学活动中,获得一些感性认识.

(6)体验:参与特定的数学活动,主动认识或验证对象的特征,获得一些经验.

(7)探索:独立或与他人合作参与特定的数学活动,理解或提出问题,寻求解决问题的思路,发现对象的特征及其与相关对象的区别和联系,获得一定的理性认识.

这些要求从不同角度表明了初中毕业数学学业考试要求的层次性.

(三) 具体内容与考试要求细目列表

(表中“考试要求”栏中的序号和“(二)2.”中的“教学要求”规定一致)

具体内容		知识技能要求				过程性要求		
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
数 与 式	有理数的意义,用数轴上的点表示有理数		√					
	相反数、绝对值的意义		√					
	求相反数、绝对值,有理数的大小比较			√				
	乘方的意义		√					
	有理数加、减、乘、除、乘方及简单混合运算(三步为主), 运用运算律进行简化运算			√				
	运用有理数的运算解决简单问题			√				
	平方根、算术平方根、立方根的概念及其表示	√						
	用平方运算求百以内整数的平方根,用立方运算求百以 内整数的立方根,用计算器求平方根与立方根			√				
	无理数和实数的概念,实数与数轴上的点一一对应	√						
	实数的相反数和绝对值			√				
	用有理数估计一个无理数的大致范围			√				
	近似数的概念	√						
	用计算器进行近似计算,并按问题的要求对结果取近似值			√				
	二次根式、最简二次根式的概念	√						
	二次根式(根号下仅限于数字)的加、减、乘、除运算			√				
	实数的简单四则运算(不要求分母有理化)			√				
	用字母表示数,列代数式表示简单问题的数量关系			√				
	代数式的实际意义与几何背景		√					
	求代数式的值			√				
	整数指数幂及其性质	√						
	用科学记数法表示数(含计算器)			√				
	整式的概念(整式、单项式、多项式)		√					
	合并同类项和去括号的法则			√				
	整式的加、减、乘(其中的多项式相乘仅指一次式之间以 及一次式与二次式相乘)运算			√				
	乘法公式的推导和几何背景及简单计算			√				
	因式分解的概念	√						
	用提公因式法、公式法(直接用公式不超过2次)进行因 式分解(指数是正整数)			√				
	分式和最简分式的概念	√						
	约分、通分			√				
	简单分式的运算(加、减、乘、除)			√				
方 程 与 不 等 式	估计方程的解					√		
	等式的基本性质			√				
	一元一次方程及解法			√				
	二元一次方程组及解法			√				
	可化为一元一次方程的分式方程(方程中分式不超过2 个)及解法			√				

续表

具体内容		知识技能要求				过程性要求		
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
方程与不等式	一元二次方程(数字系数)的解法(配方法、公式法、因式分解法)			√				
	一元二次方程根的判别式判别方程是否有实根和两个实根是否相等			√				
	根据具体问题中的数量关系列方程(组)并解决实际问题			√			√	
	根据具体问题的实际意义,检验方程(组)的解是否合理			√				
	根据具体问题中的数量关系列一元一次不等式并解决简单实际问题			√				
	不等式的基本性质			√				√
	解一元一次不等式			√				
	解由两个一元一次不等式(组)组成的不等式组			√				
	用数轴表示一元一次不等式(组)的解集			√				
函数	简单实际问题中的函数关系的分析			√				
	具体问题中的数量关系及变化规律							√
	常量、变量的意义	√						
	函数的概念及三种表示法	√						
	简单函数及简单实际问题中的函数的自变量取值范围,函数值			√				
	使用适当的函数表示法,刻画实际问题中变量之间的关系			√				
	结合对函数关系的分析,对变量的变化情况进行初步讨论			√				
	一次函数的意义及表达式			√		√		
	一次函数的图象及性质			√				√
	正比例函数		√					
	用待定系数法确定一次函数的表达式			√				
	一次函数与二元一次方程的关系			√				
	用一次函数解决实际问题			√				
	反比例函数的意义及表达式			√			√	
	反比例函数的图象及性质			√				√
	用反比例函数解决简单实际问题			√				
	二次函数的意义及表达式		√				√	
	二次函数的图象及性质			√				
	确定二次函数图象的顶点坐标、开口方向及其对称轴			√				
	用二次函数解决简单实际问题			√				
	用二次函数图象求一元二次方程的近似解			√				

续表

具体内容		知识技能要求				过程性要求		
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
图形的认识	点、线、面	√						
	比较线段的长短、线段的和、差以及线段中点的意义		√					
	“两点确定一条直线”，“两点之间线段最短”			√				
	两点间距离的意义，度量两点间的距离		√					
	角的概念		√					
	角的大小比较，角的和与差的计算			√				
	角的单位换算			√				
	角平分线及其性质	√						
	补角、余角、对顶角的概念	√						
	对顶角相等、同角或等角的余角(补角)相等			√				√
	垂线、垂线段的概念、画法及性质，点到直线的距离	√					√	
	“过一点有且只有一条直线与已知直线垂直”			√				
	线段垂直平分线及性质		√					√
	同位角、内错角、同旁内角	√						
	平行线的概念		√					
	“过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行”			√				
	平行线的性质和判定			√				√
	平行线间的距离	√					√	
	画平行线			√				
	三角形的有关概念	√						
	三角形的内角和定理及其推论							√
	三角形的任意两边之和大于第三边				√			
	画任意三角形的角平分线、中线、高			√				
	三角形的稳定性	√						
	三角形中位线的性质			√				√
	全等三角形的概念		√					
	全等三角形中的对应边、对应角	√						
	两个三角形全等的性质和判定			√				√
	等腰三角形的有关概念	√						
	等腰三角形的性质及判定			√				√
	等边三角形的性质及判定			√				√
	直角三角形的概念	√						
	直角三角形的性质及判定			√				√
	勾股定理及其逆定理的运用			√			√	
	三角形重心的概念	√						
	多边形的有关概念	√						
	多边形的内角和与外角和公式	√						√

续表

具体内容		知识技能要求				过程性要求		
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
图形的认识	正多边形的概念	√						
	平行四边形、矩形、菱形、正方形的概念及它们之间的关系			√				
	平行四边形的性质及判定			√				√
	矩形、菱形、正方形的性质及判定			√				√
	圆及其有关概念		√					
	弧、弦、圆心角的关系	√						
	点与圆、直线与圆、圆与圆的位置关系	√						√
	圆的性质,圆周角与圆心角的关系、直径所对圆周角的特征	√						√
	圆内接四边形的对角互补			√				
	三角形的内心与外心	√						
	切线的概念			√				
	切线的性质与判定			√				√
	弧长公式,扇形面积公式		√					
	正多边形与圆的关系	√						
	圆锥的侧面积和全面积		√					
	利用尺规基本作图		√					
	利用基本作图作三角形		√					
	过平面上的点作圆			√				√
	尺规作图的步骤(已知、求作)	√						
图形的变化	基本几何体的三视图			√				
	基本几何体与其三视图、展开图之间的关系		√					
	直棱柱、圆锥的侧面展开图,根据展开图想象和制作实物模型	√					√	
	中心投影和平行投影	√						
	轴对称的概念	√						
	轴对称的基本性质		√					√
	利用轴对称作图,简单图形间的轴对称关系			√				√
	基本图形的轴对称性及其相关性质		√					√
	轴对称图形的欣赏			√				
	平移的概念,平移的基本性质		√					√
	旋转的概念,旋转的基本性质		√					√
	平行四边形、圆的中心对称性	√						
	中心对称、中心对称图形的概念和基本性质	√						√
	轴对称、平移、旋转在现实生活中的应用		√				√	
	用轴对称、平移和旋转进行图案设计				√			
	比例的基本性质,线段的比,成比例线段,黄金分割	√						
	图形的相似	√						

续表

具体内容		知识技能要求				过程性要求		
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
图形与变换	相似图形的性质		√					√
	两个三角形相似的性质及判定,直角三角形相似的判定		√					√
	位似及应用	√						
	相似的应用			√				
	锐角三角函数(正弦、余弦、正切)	√						
	特殊角(30° , 45° , 60°)的三角函数值			√				
	使用计算器求已知锐角三角函数的值,由已知三角函数值求它对应的锐角			√				
	锐角三角函数的简单应用			√				
图形与坐标	平面直角坐标系;在给定的直角坐标系中,根据坐标描出点的位置、由点的位置写出它的坐标			√				
	建立适当的直角坐标系描述物体的位置			√				
	图形的变换与坐标的变化		√			√		
	在平面上用方位角和距离刻画两个物体的相对位置			√				
	用不同的方式描述图形的运动或者坐标的规律、确定物体的位置				√			
图形与证明	证明的必要性		√					
	定义、命题、定理的含义,互逆命题的概念	√						
	反例的作用及反例的应用		√					
	反证法的含义						√	
	证明的格式及依据			√				
	全等三角形的性质定理和判定定理			√				
	平行线的性质定理和判定定理			√				
	三角形的内角和定理及推论			√				
	直角三角形全等的判定定理			√				
	角平分线性质定理及逆定理			√				
	垂直平分线性质定理及逆定理			√				
	三角形中位线定理			√				
	等腰三角形、等边三角形、直角三角形的性质和判定定理			√				
	平行四边形、矩形、菱形、正方形的性质和判定定理			√				
统计	数据的收集、整理、描述和分析,用计算器处理较复杂的统计数据			√			√	
	体会抽样的必要性,通过实例了解简单随机抽样	√						
	总体、个体、样本的概念	√				√		
	制作扇形统计图,用统计图直观、有效地描述数据			√				
	理解平均数的意义,能计算中位数、众数、加权平均数,了解它们是数据集中趋势的描述		√					

续表

具体内容		知识技能要求				过程性要求		
		(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
统计	一组数据的离散程度的表示,方差的计算			√				√
	频数、频率的概念		√					
	画频数分布直方图和频数折线图,并解决简单实际问题			√				
	频数分布的意义和作用	√						
	用样本估计总体的思想,用样本的平均数、方差估计总体的平均数和方差			√			√	
	根据统计结果作出合理的判断和预测,统计对决策的作用		√			√		
	应用统计知识与技能,解决简单的实际问题		√					
概率	概率的意义	√						
	用列举法求简单事件的概率			√				
	通过大量重复试验,可以用频率来估计概率	√						
综合与实践	结合实际情境,经历设计解决具体问题的方案,并加以实施的过程,体验建立数学模型、解决问题的过程,并在此过程中,尝试发现和提出问题。					√		
	会反思参与活动的全过程,将研究的课程和结果形成报告或小论文,并能进行交流,进一步获得数学活动经验。						√	
	通过对有关问题的探讨,了解所学知识(包括其他学科知识)之间的关联,进一步理解有关知识,发展应用意识和能力。						√	

第二部分 怀化市关于《湖南省初中毕业学业考试标准·数学》的补充说明

根据《湖南省初中毕业学业考试标准·数学》及我市初中数学教学的具体情况,作如下补充说明:

一、命题特点

1. 命题必须依据《义务教育数学课程标准》规定的内容和要求,兼顾毕业与升学考试的功能,坚持能力立意,注重基础知识、基本技能的考查.
2. 数学能力的考查是命题的立意首选,数学能力以基础知识为载体,以生活实际为背景,注重社会热点和数学应用,把数学与生活联系起来,拉近数学与生活的距离.
3. 以核心内容为主体,注重数学思想方法的考查. 不等式(组)、方程(组)、函数及其图象、锐角三角函数、三角形、四边形、统计与概率等,都是初中数学中的核心内容. 配方法、换元法、待定系数法、归纳法、演绎法、观察法、类比法、抽象概括法、分析法、综合法、反证法等数学方法是学习数学最常用的方法,数形结合、函数与方程、化归与转化、分类讨论等数学思想是初中数学中重要的数学思想.

二、考试方式

采用闭卷、笔试的方式考试. 全卷满分 120 分,考试限定用时为 120 分钟.

三、试卷结构

1. 选择题,共 10 个小题,每小题 4 分,共 40 分.
2. 填空题,共 4 个小题,每小题 4 分,共 16 分.
3. 解答题,共 8 个小题,共 64 分. 解答题包括计算(求解)题、证明题、开放性问题、应用性问题、阅读分析题、探索性问题及其他各种功能的题型.
4. 试卷中数与代数、空间与图形、统计与概率所占的比例约为 5 : 3.5 : 1.5.
5. 试题分基础题,中档题、综合题,其比例为 7 : 2 : 1.
6. 试卷中试题的难点不完全集中,采取分散与集中相结合的方法.
7. 试卷整体难度控制在 0.70~0.90 之间,基础题的难度值在 0.75~0.95,中档题的难度值在 0.50~0.75,拔高题难度值在 0.30 左右.

第三部分 样卷

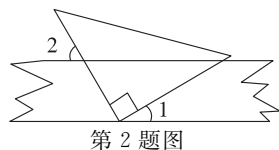
2015 年怀化市初中毕业学业考试样卷 数学

温馨提示:

- (1)本学科试卷分试题卷和答题卡两部分,考试时量为 120 分钟,满分 120 分.
- (2)请你将姓名、准考证号等相关信息按要求填涂在答题卡上.
- (3)请在答题卡上作答,答在本试题卷上无效.

一、选择题(每小题 4 分,共 40 分;每小题的四个选项中只有一项是正确的,请将正确选项的代号填涂在答题卡的相应位置上)

1. 我国南海海域面积约为 $3\,500\,000\text{ km}^2$,用科学记数法表示正确的是 ()
 A. $3.5 \times 10^5\text{ km}^2$ B. $3.5 \times 10^6\text{ km}^2$ C. $3.5 \times 10^7\text{ km}^2$ D. $3.5 \times 10^8\text{ km}^2$
2. 将一直角三角板与两边平行的纸条如图所示放置,已知 $\angle 1 = 30^\circ$,则 $\angle 2$ 的度数为 ()



第 2 题图

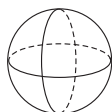
3. 多项式 $ax^2 - 4ax - 12a$ 因式分解正确的是 ()
 A. $a(x-6)(x+2)$ B. $a(x-3)(x+4)$
 C. $a(x^2 - 4x - 12)$ D. $a(x+6)(x-2)$
4. 下列物体的主视图是圆的是 ()



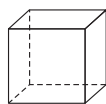
圆柱
A



圆锥
B

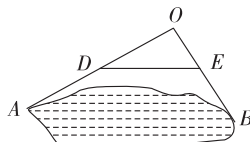


球
C



正方体
D

5. 如图,为测量池塘岸边 A, B 两点的距离,小明在池塘的一侧选取一点 O ,测得 OA, OB 的中点分别是点 D, E ,且 $DE = 14\text{ m}$,则 A, B 间的距离是 ()



第 5 题图

6. 若 4 与一个数的 7 倍的和不小于 6 与这个数的 5 倍的差,则这个数的范围是 ()
 A. $x \leq \frac{1}{6}$ B. $x \geq \frac{1}{6}$ C. $x \leq -\frac{1}{6}$ D. $x \geq -\frac{1}{6}$
7. 某中学随机地调查了 15 名学生,了解他们一周在校参加体育锻炼时间,列表如下:

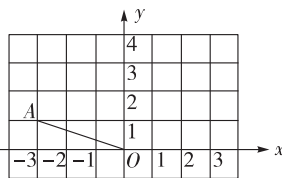
锻炼时间/时	5	6	7	8
人数	2	6	5	2

则这 15 名同学一周在校参加体育锻炼时间的中位数和众数分别是 ()

- A. 6,7 B. 7,7 C. 7,6 D. 6,6

8. 如图,在方格纸上建立的平面直角坐标系中,将 OA 绕原点 O 按顺时针方向旋转 180° 得到 OA' ,则点 A' 的坐标为 ()

- A. (3,1) B. (3,-1)
C. (1,-3) D. (1,3)

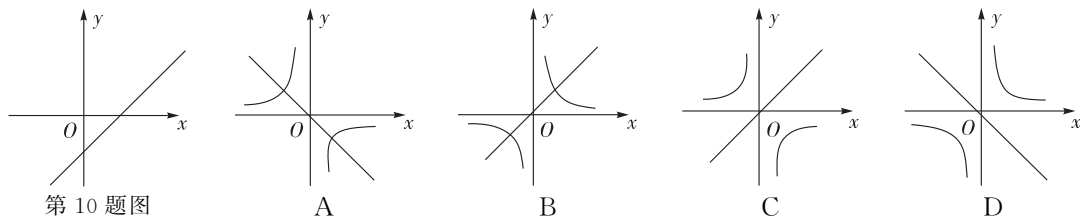


第 8 题图

9. 小郑的年龄比妈妈小 28 岁,今年妈妈的年龄正好是小郑的 5 倍.小郑今年的岁数是 ()

- A. 7 岁 B. 8 岁 C. 9 岁 D. 10 岁

10. 已知一次函数 $y=kx+b$ 的图象如下所示,那么正比例函数 $y=kx$ 和反比例函数 $y=\frac{b}{x}$ 在同一平面直角坐标系中的图象大致是 ()



第 10 题图

A

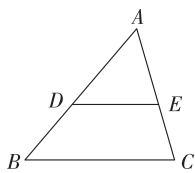
B

C

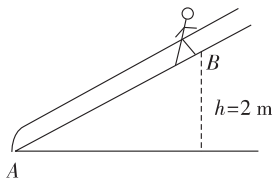
D

二、填空题(每小题 4 分,共 16 分;请将答案直接填写在答题卡的相应位置上)

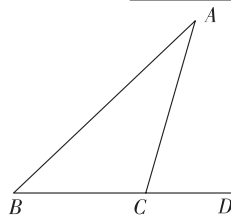
11. 如图, D,E 分别是 $\triangle ABC$ 的边 AB,AC 上的中点,则 $S_{\triangle ADE} : S_{\triangle ABC} =$ _____.



第 11 题图



第 12 题图

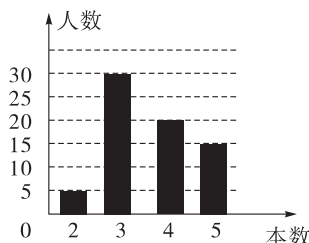


第 13 题图

12. 如图,小明爬一土坡,他从 A 处爬到 B 处所走的直线距离 $AB=4$ m,此时,他离地面高度为 $h=2$ m,则这个土坡的坡角 $\angle A =$ _____ $^\circ$.

13. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=30^\circ, \angle B=50^\circ$,延长 BC 到 D ,则 $\angle ACD =$ _____ $^\circ$.

14. 某校九年级有 560 名学生参加了市教育局举行的读书活动,现随机调查了 70 名学生读书的数量,根据所得数据绘制了如图所示的条形统计图,请估计该校九年级学生在此次读书活动中共读书 _____ 本.



第 14 题图

三、解答题(本大题共 8 小题,共 64 分)

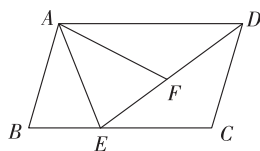
15. (本小题满分 8 分)计算: $|-3| - \sqrt{8} - \left(\frac{1}{2}\right)^0 + 4\sin 45^\circ$.

16. (本小题满分 8 分) 设一次函数 $y=kx+b(k \neq 0)$ 的图象经过 $A(1,3), B(0,-2)$ 两点, 试求 k, b 的值.

17. (本小题满分 8 分) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\angle B = \angle AFE$, EA 是 $\angle BEF$ 的角平分线. 求证:

(1) $\triangle ABE \cong \triangle AFE$;

(2) $\angle FAD = \angle CDE$.



第 17 题图

18. (本小题满分 8 分) 甲、乙两名同学做摸球游戏. 他们把三个分别标有 1, 2, 3 的大小和形状完全相同的小球放在一个不透明的口袋中.

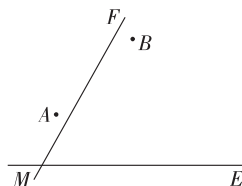
(1) 求从袋中随机摸出一球, 标号是 1 的概率;

(2) 从袋中随机摸出一球, 然后放回, 摇匀后再随机摸出一球, 若两次摸出的球的标号之和为偶数时, 则甲胜; 若两次摸出的球的标号之和为奇数时, 则乙胜; 试分析这个游戏是否公平. 请说明理由.

19. (本小题满分 8 分) 两个城镇 A, B 与两条公路 ME, MF 的位置如图所示, 其中 ME 是东西方向的公路. 现电信部门需在 C 处修建一座信号反射塔, 要求发射塔到两个城镇 A, B 的距离必须相等, 到两条公路 ME, MF 的距离也必须相等, 且在 $\angle FME$ 的内部.

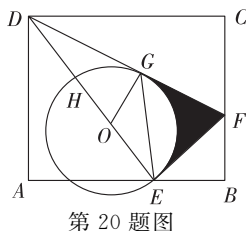
(1) 那么点 C 应选在何处? 请在图中, 用尺规作图找出符合条件的点 C . (不写已知、求作、作法, 只保留作图痕迹).

(2) 设 AB 的垂直平分线交 ME 于点 N , 且 $MN = 2(\sqrt{3} + 1)$ km, 在 M 处测得点 C 位于点 M 的北偏东 60° 方向, 在 N 处测得点 C 位于点 N 的北偏西 45° 方向, 求点 C 到公路 ME 的距离.



第 19 题图

20. (本小题满分 8 分) 如图, E 是长方形 $ABCD$ 的边 AB 上的点, $EF \perp DE$ 交 BC 于点 F .
- (1) 求证 $\triangle ADE \sim \triangle BEF$;
- (2) 设 H 是 ED 上一点, 以 EH 为直径作 $\odot O$, DF 与 $\odot O$ 相切于点 G . 若 $DH = OH = 3$, 求图中阴影部分的面积 (结果精确到小数点后面第一位, $\sqrt{3} \approx 1.73, \pi \approx 3.14$).



第 20 题图

21. (本小题满分 8 分) 设 m 是不小于 -1 的实数, 使得关于 x 的方程 $x^2 + 2(m-2)x + m^2 - 3m + 3 = 0$ 有两个不相等的实数根 x_1, x_2 .
- (1) 若 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1$, 求 $\frac{1}{3-2m}$ 的值;
- (2) 求 $\frac{mx_1}{1-x_1} + \frac{mx_2}{1-x_2} - m^2$ 的最大值.

22. (本小题满分 8 分) 如图 1, 在平面直角坐标系中, $AB = OB = 8, \angle ABO = 90^\circ, \angle yOC = 45^\circ$, 射线 OC 以每秒 2 个单位长度的速度向右平行移动, 当射线 OC 经过 B 点时停止运动. 设平行移动 x 秒后, 射线 OC 扫过 $Rt\triangle ABO$ 的面积为 y .

- (1) 求 y 与 x 之间的函数关系式;
- (2) 当 $x = 3$ 秒时, 射线 OC 平行移动到 $O'C'$, 与 OA 相交于 G , 如图 2 所示, 求经过 G, O, B 三点的抛物线的解析式;
- (3) 现有一动点 P 在 (2) 中的抛物线上, 试问点 P 在运动过程中, 是否存在 $\triangle POB$ 的面积 $S = 8$ 的情况? 若存在, 请求出点 P 的坐标. 若不存在, 请说明理由.

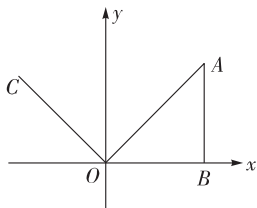


图 1

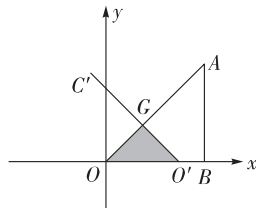


图 2

第 22 题图