

★解读中考命题
★锁定中考热点
★预测中考试题
★冲刺重点高中

刘初喜 ○ 主编

上海中考 总动员

数学

【考点全解版】

赠

全新重点高中
自主招生推优
与自荐分析

考点系统梳理全掌握, 建议使用《上海中考总动员——数学(考点全解版)》
提升能力挑战得满分, 建议使用《上海中考总动员——数学(挑战满分版)》



华东理工大学出版社

CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

- ★ 解读中考命题
- ★ 锁定中考热点
- ★ 预测中考试题
- ★ 冲刺重点高中

刘初喜 ○ 主编

上海中考 总动员 数学

【考点全解版】

赠

全新重点高中
自主招生推优
与自荐分析

编委：刘初喜 胡素芬 胡昊康 章华彦

考点系统梳理全掌握，建议使用《上海中考总动员——数学（考点全解版）》
提升能力挑战得满分，建议使用《上海中考总动员——数学（挑战满分版）》



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

· 上海 ·

图书在版编目(CIP)数据

上海中考总动员.数学:考点全解版 / 刘初喜主编. —上海:
华东理工大学出版社, 2016.11

(中考总动员)

ISBN 978-7-5628-4812-7

I. ①上… II. ①刘… III. ①中学数学课—初中—升学参考
资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 248740 号

项目统筹 / 陈月姣

责任编辑 / 陈月姣

装帧设计 / 袁幼华

出版发行 / 华东理工大学出版社有限公司

地址: 上海市梅陇路 130 号, 200237

电话: 021-64250306

网址: www.ecustpress.cn

邮箱: zongbianban@ecustpress.cn

印 刷 / 上海展强印刷有限公司

开 本 / 787mm×1092mm 1/16

印 张 / 13.25

字 数 / 310 千字

版 次 / 2016 年 11 月第 1 版

印 次 / 2016 年 11 月第 1 次

定 价 / 36.00 元

版权所有 侵权必究

寄语中考师生

为了更好地应对上海市最新出台的中考政策,为了使学生和教师使用起来更实用,为了体现上海中考最新的题型和重点,从而使考点解析更加全面,我们研究了最新的考试大纲和要求打造了这本《上海中考总动员——数学(考点全解版)》。

在编写的过程中,我们本着“学生最容易学习理解”和“教师最方便教学解答”的原则,广泛听取了上海市各大学校不同层次的学校和培训机构的教师、学生及家长的宝贵意见,努力使本书丰富、创新、完善,目的就是使读者能“学有所用,用有所得”,在复习考试的过程中以最少的精力赢得最强大的竞争力。本书具有以下几点:

第一,复习方案更科学。为了应对上海市中考可能出现的题型、考点等变化,同时遵循学生理解和接受内容的基本规律,我们按照循序渐进、逐步强化的模式编排内容,使读者能在有限的复习时间里获得“有效学习”。

第二,基础训练更全面。“不遗漏任何一个小知识点,不忽略任何一个可能会出现的小考点”是我们为读者整理基础考点的原则之一,只有全面覆盖每个考点,才有可能为读者在中考中获得满分来增加筹码。

第三,专题训练题目更有针对性。这部分内容也可以称之为“仿真训练”,我们将历年中考模拟题、真题分模块进行系统的专项整理,站在出题人的角度进行“题型分析”,并给出“方法指导”,再辅以“典型考题”,使读者能够熟练掌握该题型,做到举一反三。

第四,附赠自主招生推优与自荐分析。这部分内容是为初三优等生准备重点高中自主招生复习所用,重在强化置身著名高中自主招生测试的真切体验和适应能力。

另外,《上海中考总动员——数学(挑战满分版)》是本书的提高版,与本书配合使用效果会更好。书中若有任何知识内容或编辑差错之处,敬请读者原谅并指正,以使我们做得更好!

目 录

★★★★★

考点全解精练篇

数 与 式	3
考点 1 实数的有关概念与运算	3
考点 2 整式与因式分解	8
考点 3 分式与二次根式	11
方程与不等式	15
考点 4 一元一次方程和二元一次方程(组)	15
考点 5 一元二次方程	18
考点 6 一元一次不等式(组)	21
考点 7 可化为一元一次或一元二次方程的分式方程与无理方程	24
考点 8 二元二次方程(组)	26
函数与分析	29
考点 9 坐标系与函数定义	29
考点 10 正比例函数与一次函数	34
考点 11 反比例函数	40
考点 12 二次函数	44
数据分析	49
考点 13 概率与统计初步	49
几何与论证	53
考点 14 相交线与平行线	53
考点 15 三角形的性质与全等三角形	57
考点 16 等腰三角形与直角三角形	61
考点 17 平行四边形	64
考点 18 特殊的平行四边形	68
考点 19 梯形	73
考点 20 三角形中位线与梯形中位线	77
考点 21 相似三角形 1	80
考点 22 相似三角形 2	90
考点 23 圆与正多边形 1	96

考点 24 圆与正多边形 2	99
平面向量	103
考点 25 平面向量	103
锐角三角比	109
考点 26 锐角三角比的定义及解直角三角形	109
考点 27 锐角三角比的应用	115

专项指导提高篇

专项 1 图形的平移、旋转和翻折中的运算	123
专项 2 情景类问题	126
专项 3 与动点相关的等腰三角形存在性问题	132
专项 4 与动点相关的四边形存在性问题	137
专项 5 与动点相关的相似三角形存在性问题	143
专项 6 与动点相关的面积问题	148
专项 7 与圆有关的综合问题	154

附赠 自主招生篇

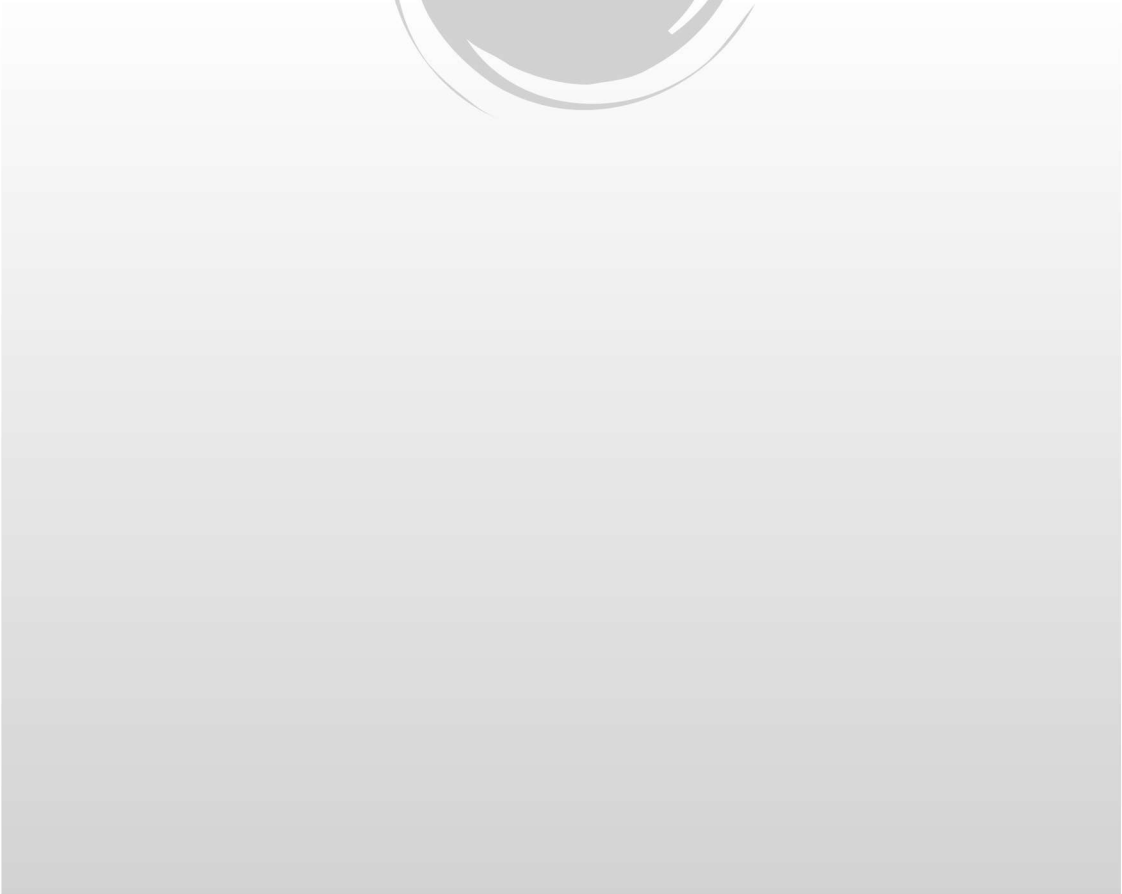
自主招生——推优与自荐	163
-------------------	-----

参考答案

参考答案	171
------------	-----



考点全解精练篇



数 与 式

考点 1 实数的有关概念与运算



知识梳理

1. 实数的分类: _____ 和 _____ 都是有理数. _____ 和 _____ 统称为实数.
2. 数轴: 规定了 _____、_____ 和 _____ 的直线叫数轴. _____ 和数轴上的 _____ 一一对应.
3. 绝对值: 在数轴上表示数 a 的点到 _____ 的距离叫数 a 的绝对值, 记作 _____. 正数的绝对值是 _____; 负数的绝对值是 _____; 0 的绝对值是 0.
4. 相反数: 符号 _____、绝对值 _____ 的两个数互为相反数. a 的相反数是 _____, 0 的相反数是 0.
5. 有效数字: 一个近似数, 从左边第一个 _____ 的数字起, 到 _____ 数字止, 所有的数字, 都叫做这个近似数的有效数字.
6. 科学记数法: 把一个数写成 $a \times 10^n$ 的形式 (其中 _____, n 是整数), 这种记数法叫做科学记数法. 如: $407\ 000 = 4.07 \times 10^5$, $0.000\ 043 = 4.3 \times 10^{-5}$.
7. 大小比较: 正数大于 0, 负数小于 0, 两个负数, _____ 大的反而小.
8. 数的乘方: 求相同因数的积的运算叫乘方, 乘方运算的结果叫 _____.
9. 平方根: 一般地, 如果一个数 x 的 _____ 等于 a , 即 $x^2 = a$, 那么这个数 x 就叫做 a 的平方根 (也叫做二次方根). 一个正数有两个平方根, 它们互为 _____; 0 只有一个平方根, 它是 0 本身; 负数没有平方根.
10. 开平方: 求一个数 a 的平方根的运算, 叫做 _____.
11. 算术平方根: 一般地, 如果一个正数 x 的平方等于 a , 即 $x^2 = a$, 那么这个正数 x 就叫做 a 的算术平方根, 0 的算术平方根是 0.
12. 立方根: 一般地, 如果一个数 x 的立方等于 a , 即 $x^3 = a$, 那么这个数 x 就叫做 a 的立方根 (也叫做三次方根), 正数的立方根是 _____; 负数的立方根是 _____; 0 的立方根是 0.
13. 开立方: 求一个数 a 的立方根的运算叫做开立方.
14. 有理数加法法则: 同号两数相加, 取相同的符号, 并把绝对值相加. 异号两数相加, 绝对值相等时和为 _____; 绝对值不等时, 取绝对值较 _____ 的数的符号, 并用较大的绝对值减去较小的绝对值; 一个数同 0 相加, 仍得这个数.
15. 有理数减法法则: 减去一个数, 等于加上这个数的 _____ 数.
16. 有理数乘法法则: 两个有理数相乘, _____ 得正, _____ 得负, 再把绝对值相乘; 任何数与 0 相乘, 积仍为 _____.
17. 有理数除法法则: 两个有理数相除, 同号得正, 异号得负, 并把绝对值相除.
18. 0 除以任何非 0 的数都得 _____; 除以一个数等于乘以这个数的 _____.
19. 有理数的混合运算法则: 先算乘方, 再算 _____, 最后算加减; 如果有括号, 先算 _____ 里面的.
20. 有理数的运算律 (以下 a 、 b 、 c 表示任意有理数):

加法交换律: $a+b=b+a$;

加法结合律: $(a+b)+c=a+(b+c)$;

乘法交换律: $a \times b=b \times a$;

乘法结合律: $(a \times b) \times c=a \times (b \times c)$;

乘法分配律: $a \times (b+c)=a \times b+a \times c$



例题精讲

【例 1】 以下说法错误的有_____.(填上正确的序号)

① -7 的绝对值是 $\frac{1}{7}$; ② $-\frac{1}{5}$ 的相反数是 $\frac{1}{5}$; ③ 5 的倒数是 $-\frac{1}{5}$.

【分析】 因为一个负数的绝对值是它的相反数, 所以 -7 的绝对值是 7 , ① 错误; 一般地, 我们确定一个数的相反数时, 只需在这个数前面加上负号即可, 即数 a 的相反数是 $-a$, 所以 $-\frac{1}{5}$ 的相反数是 $-(-\frac{1}{5})=\frac{1}{5}$, ② 正确; 5 是一个整数, 根据“整数 n 的倒数为 $\frac{1}{n}$ ”可知, 5 的倒数是 $\frac{1}{5}$, ③ 错误(也可根据乘积为 1 的两个数互为倒数, 判断).

【答案】 ①③.

【例 2】 在数 $1, 0, -1, -2$ 中, 最小的数是

()

A. 1

B. 0

C. -1

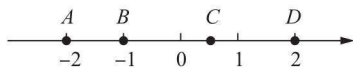
D. -2

【分析】 因为正数大于 0 , 所以 $1 > 0$; 因为负数小于 0 , 所以 $-1 < 0, -2 < 0$; 因为两个负数, 绝对值大的反而小, 所以 $-1 > -2$, 故选择 D.

【答案】 D.

【例 3】 如图, 数轴上有 A, B, C, D 四个点, 其中表示互为相反数的点是

()



例 3 图

A. 点 A 与点 D

B. 点 A 与点 C

C. 点 B 与点 D

D. 点 B 与点 C

【分析】 点 A, B, C, D 到原点的距离分别为 $2, 1, 0.5, 2$, 根据在数轴上到原点的距离相等的点所表示的两个数互为相反数, 故选 A.

【答案】 A.

【例 4】 下列运算中, 正确的是

()

A. $9^{\frac{1}{2}} = \pm 3$

B. $\sqrt[3]{-27} = 3$

C. $(-3)^0 = 0$

D. $3^{-2} = \frac{1}{9}$

【分析】 根据负整数指数幂的意义, $9^{\frac{1}{2}} = 3$, 所以 A 错误; 根据 $\sqrt[3]{-27} = -3$, 所以 B 错误; 根据一个不为 0 的零次幂的意义, $(-3)^0 = 1$, 所以 C 错误; 根据乘方的意义, $3^{-2} = \frac{1}{9}$, D 正确.

【答案】 D.

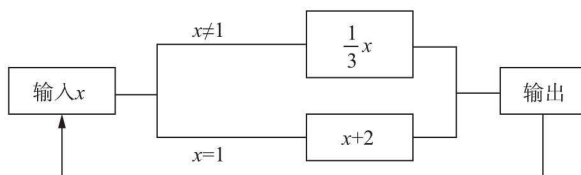
【方法规律】 零指数幂, $a^0 = 1 (a \neq 0)$; 负指数幂, $a^{-p} = \frac{1}{a^p} (a \neq 0)$, 或者说 $a^{-p} = \left(\frac{1}{a}\right)^p (a \neq 0)$. 负数的绝对值等于它的相反数, 任何数的平方都是一个非负数.

【例 5】 20 600 用科学记数法表示为 _____; 0.000 04 用科学记数法表示为 _____.

【分析】 科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$ 的形式, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 因此, 20 600 用科学记数法表示为 2.06×10^4 ; 0.000 04 用科学记数法表示为 4×10^{-5} .

【答案】 2.06×10^4 , 4×10^{-5} .

【例 6】 如图是一个运算程序的示意图, 若开始输入 x 的值为 81, 则第 2 016 次输出的结果为 ()



例 6 图

- A. 3 B. 27 C. 9 D. 1

【分析】 第 1 次, $\frac{1}{3} \times 81 = 27$, 第 2 次, $\frac{1}{3} \times 27 = 9$, 第 3 次, $\frac{1}{3} \times 9 = 3$, 第 4 次, $\frac{1}{3} \times 3 = 1$, 第 5 次, $1 + 2 = 3$, 第 6 次, $\frac{1}{3} \times 3 = 1$, ……以此类推, 从第 3 次起, 偶数次运算输出的结果是 1, 奇数次运算输出的结果是 3, 因为 2 016 是偶数, 所以第 2 016 次输出的结果为 1, 故选择 D.

【答案】 D.

【方法规律】 图表型求代数式的值, 解题的关键是根据图表所示规律准确判断, 再输入 x 的值, 根据运算程序进行计算.

【例 7】 现定义一种变换: 对于一个由有限数组成的序列 S_0 , 将其中的每个数换成该数在 S_0 中出现的次数, 可得到一个新序列 S_1 . 例如序列 $S_0: (4, 2, 3, 4, 2)$, 通过变换可生成新序列 $S_1: (2, 2, 1, 2, 2)$. 若 S_0 可以为任意序列, 则下列的序列可作为 S_1 的是 ()

- A. (1, 2, 1, 2, 2) B. (2, 2, 2, 3, 3) C. (1, 1, 2, 2, 3) D. (1, 2, 1, 1, 2)

【分析】 由于序列 S_0 含 5 个数, 于是新序列中不能有 3 个 2, 所以 A、B 中所给序列不能作为 S_1 ; 又如果 S_1 中有 3, 则 S_1 中应有 3 个 3, 所以 C 中所给序列也不能作为 S_1 , 故选 D.

【答案】 D.

【方法规律】 规律性求值, 解题的关键是在举例的帮助下看懂变化的规则, 再根据变换的规律求值.

【考点精练 A 组】

1. 计算 $\left(-\frac{1}{2}\right)^3$ 的结果是 ()

- A. $\frac{1}{6}$ B. $-\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $-\frac{1}{8}$

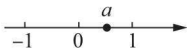
2. -2 的倒数是 ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 2 D. -2

3. 下列各式中, 正确的是 ()

- A. $2 < \sqrt{15} < 3$ B. $3 < \sqrt{15} < 4$ C. $4 < \sqrt{15} < 5$ D. $14 < \sqrt{15} < 16$

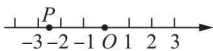
4. 已知实数 a 在数轴上的位置如图所示, 则化简 $|1-a| + \sqrt{a^2}$ 的结果为



()

第 4 题

- A. 1
B. -1
C. $1-2a$
D. $2a-1$
5. -2 的相反数是()
A. 2
B. -2
C. $\frac{1}{2}$
D. $-\frac{1}{2}$
6. 如果 $\square \times \left(-\frac{2}{3}\right) = 1$, 则“ $\square$ ”内应填的实数是 ()
A. $\frac{3}{2}$
B. $\frac{2}{3}$
C. $-\frac{2}{3}$
D. $-\frac{3}{2}$
7. 下列运算正确的是()
A. $a^4 \times a^2 = a^6$
B. $5a^2b - 3a^2b = 2$
C. $(-a^3)^2 = a^5$
D. $(3ab^2)^3 = 9a^3b^6$
8. 某市 2016 年第一季度财政收入为 41.76 亿元, 用科学记数法(结果保留两个有效数字)表示为 ()
A. 41×10^8 元
B. 4.1×10^9 元
C. 4.2×10^9 元
D. 41.7×10^8 元
9. 估计 68 的立方根的大小在 ()
A. 2 与 3 之间
B. 3 与 4 之间
C. 4 与 5 之间
D. 5 与 6 之间
10. 如图, 数轴上点 P 表示的数可能是 ()
A. $\sqrt{7}$
B. $-\sqrt{7}$
C. -3.2
D. $-\sqrt{10}$



第 10 题

11. -5 的相反数是_____, $-\frac{1}{2}$ 的绝对值是_____, $\sqrt{(-4)^2} =$ _____.

12. 写出一个有理数和一个无理数, 使它们都是小于 -1 的数_____.

13. 一组数: 2, 1, 3, x , 7, y , 23, ..., 满足“从第三个数起, 前两个数依次为 a 、 b , 紧随其后的数就是 $2a-b$ ”, 例如这组数中的第三个数“3”是由“ $2 \times 2 - 1$ ”得到的, 那么这组数中 y 表示的数为_____.

14. (2015 黄浦二模) 计算: $(a^2)^2 =$ _____.

15. 计算

(1) $(-1)^{2009} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} + \sqrt{16} - \cos 60^\circ$

(2) $(\sqrt{3}-1)^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \sqrt{4}$

【考点精练 B 组】

1. (2010 上海中考) 下列实数中, 是无理数的为 ()

- A. 3.14 B. $\frac{1}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{9}$

2. (2011 上海中考) 下列分数中, 能化为有限小数的是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{5}$ C. $\frac{1}{7}$ D. $\frac{1}{9}$

3. (2015 上海中考) 下列实数中, 是有理数的为 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt[3]{4}$ C. π D. 0

4. (2016 上海中考) 如果 a 与 3 互为倒数, 那么 a 是 ()

- A. -3 B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

5. (2015 上海中考) 计算: $|-2| + 2 =$ _____.

6. 已知 $C_3^2 = \frac{3 \times 2}{1 \times 2} = 3$, $C_5^3 = \frac{5 \times 4 \times 3}{1 \times 2 \times 3} = 10$, $C_6^4 = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 15$, ... 观察以上计算过程, 寻找规律计算 $C_8^5 =$ _____.

7. (2014 上海中考) 据统计, 2013 年上海市全社会用于环境保护的资金约为 60 800 000 000 元, 这个数用科学记数法表示为 ()

- A. 608×10^8 B. 60.8×10^9 C. 6.08×10^{10} D. 6.08×10^{11}

8. 计算: $\frac{2a+2}{a-1} \div (a+1) - \frac{a^2-1}{a^2-2a+1}$.

9. 计算

$$(1) \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{6}) + \sqrt{8}$$

$$(2) 27^{\frac{1}{3}} + (\sqrt{3}-1)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \frac{4}{\sqrt{3}+1}$$

$$(3) (-3)^0 - \sqrt{27} + |1-\sqrt{2}| + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{3}}$$

$$(4) \frac{1}{2} \times (\sqrt{3}-1)^2 + \frac{1}{\sqrt{2}-1} + 3^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-1}$$

$$(5) \sqrt{8} + |\sqrt{2}-1| - \pi^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$$

$$(6) (2016 \text{ 上海中考}) |\sqrt{3}-1| - 4^{\frac{1}{2}} - \sqrt{12} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$$

考点2 整式与因式分解



知识梳理

1. 幂的运算性质: ①同底数幂的乘法法则: 同底数幂相乘, 底数_____, 指数_____, 即 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ (m, n 为正整数); ②同底数幂的除法法则: 同底数幂相除, 底数_____, 指数_____, 即 $a^m \div a^n = a^{m-n}$ ($a \neq 0, m, n$ 为正整数, $m > n$); ③幂的乘方法则: 幂的乘方, 底数_____, 指数_____, 即 $(ab)^n = a^n b^n$ (n 为正整数); ④零指数: $a^0 = 1$ ($a \neq 0$); ⑤负整数指数: $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ($a \neq 0, n$ 为正整数).

2. 整式的乘除法:

- (1) 几个单项式相乘除, 系数与系数_____, 同底数的幂结合起来相乘除.
- (2) 单项式乘以多项式, 用单项式乘以多项式的_____.
- (3) 多项式乘以多项式, 用一个多项式的每一项分别乘以另一个多项式的每一项.
- (4) 多项式除以单项式, 将多项式的每一项分别除以这个_____.
- (5) 平方差公式: 两个数的和与这两个数的差的_____等于这两个数的_____, 即 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.
- (6) 完全平方公式: 两数和(或差)的平方, 等于它们的平方和, 加上(或减去)它们的积的 2 倍, 即 $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$.

3. 分解因式: 把一个多项式化成几个整式的_____的形式, 叫做把这个多项式分解因式.

4. 分解因式的方法:

(1) 提公因式法: 如果一个多项式的各项含有_____, 那么就可以把这个公因式提出来, 从而将多项式化成两个因式_____的形式, 这种分解因式的方法叫做提公因式法.

(2) 运用公式法: $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$, $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$.

5. 分解因式的步骤: 分解因式时, 首先考虑是否有公因式, 如果有公因式, 一定先提取公因式, 然后再考虑是否能用公式法分解.

6. 分解因式易错点:

- (1) 提公因式时, 其公因式应找字母指数最低的, 而不是以首项为准.
- (2) 提公因式时, 若有一项被全部提出, 括号内的项“1”易漏掉.
- (3) 分解不彻底, 如保留中括号形式, 或未分解完全可继续分解等.



例题精讲

【例1】下列运算正确的是

()

A. $a^2 + a^3 = a^5$

B. $(-2a^2)^3 = -6a^6$

C. $(2a+1)(2a-1) = 2a^2 - 1$

D. $(2a^3 - a^2) \div a^2 = 2a - 1$

【分析】选项 A 考查的是整式的加法, 整式的加法实质是合并同类项, 合并同类项时字母与字母的指数都不变, 不是同类项的不能合并, 因 a^2 与 a^3 不是同类项, 故错误; 选项 B 考查的是积的乘方, 计算时积的每一个因式要分别乘方, 即 $(-2a^2)^3 = (-2)^3 \times (a^2)^3 = -8a^6$, 故错误; 选项 C 考查的是平方差公式, $(2a+1)(2a-1) = (2a)^2 - 1 = 4a^2 - 1$, 故错误; 选项 D 考查的是多项式除以单项式, 计算时用多项式的每一项与单项式分别相除, 再把结果相加, 则 $(2a^3 - a^2) \div a^2 = 2a^3 \div a^2 - a^2 \div a^2 = 2a - 1$, 故正确.

【答案】 D.

【方法规律】 对于这类判断运算是否正确的问题,在求解时往往采用“各个击破”的方法,即对每一选项逐一分析,先判断运算类型,再根据相关运算性质、法则计算后进行判断.

【例 2】 多项式 $ax^2 - 4ax - 12a$ 因式分解正确的是 ()

A. $a(x-6)(x+2)$

B. $a(x-3)(x+4)$

C. $a(x^2-4x-12)$

D. $a(x+6)(x-2)$

【分析】 本题考查了多项式的因式分解,解题的关键是提取公因式后进一步的分解因式.先提公因式,再把整式分解彻底.

【解】 $ax^2 - 4ax - 12a = a(x^2 - 4x - 12) = a(x-6)(x+2)$.

【答案】 A.

【例 3】 下列因式分解正确的是 ()

A. $2x^2 - 2 = 2(x+1)(x-1)$

B. $x^2 + 2x - 1 = (x-1)^2$

C. $x^2 + 1 = (x+1)^2$

D. $x^2 - x + 2 = x(x-1) + 2$

【分析】 本题考查了整式的因式分解,解题的关键是正确运用因式分解中的乘法公式.按照因式分解的要求逐一判断;或根据因式分解与整式乘法的关系逆向判断.选项 A 中 $2x^2 - 2 = 2(x^2 - 1) = 2(x+1)(x-1)$,故选项 A 正确;选项 B、C 都记错了公式,应该是 $x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$, $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2$;选项 D 不符合因式分解的形式.

【答案】 A.

【例 4】 设 $y=kx$,是否存在实数 k ,使得代数式 $(x^2 - y^2)(4x^2 - y^2) + 3x^2(4x^2 - y^2)$ 能化简为 x^4 ? 若能,请求出所有满足条件的 k 的值;若不能,请说明理由.

【分析】 本题考查了因式分解和代数式的化简,解题的关键是根据因式分解或平方根的意义对数学式子进行化简.先根据多项式因式分解的方法对多项式分解因式,再假设原多项式等于 x^4 ,然后再根据因式分解或平方根的意义继续化简,进一步求出 k 的值.

【解】 因为 $(x^2 - y^2)(4x^2 - y^2) + 3x^2(4x^2 - y^2) = (x^2 - y^2 + 3x^2)(4x^2 - y^2) = (4x^2 - y^2)^2$,

所以假设存在实数 k ,使得代数式 $(x^2 - y^2)(4x^2 - y^2) + 3x^2(4x^2 - y^2)$ 能化简为 x^4 ,

则有 $(4x^2 - y^2)^2 = x^4$,所以 $4x^2 - y^2 = \pm x^2$,所以 $y^2 = 3x^2$ 或 $y^2 = 5x^2$.

因为 $y=kx$,所以 $(kx)^2 = 3x^2$ 或 $(kx)^2 = 5x^2$,所以 $k^2 = 3$ 或 $k^2 = 5$,解得 $k = \pm\sqrt{3}$, $k = \pm\sqrt{5}$.

【考点精练 A 组】

1. 分解因式: $9a - a^3 =$ _____, $-x^3 - 2x^2 - x =$ _____.

2. 对于任意两个实数对 (a, b) 和 (c, d) ,规定:当且仅当 $a=c$ 且 $b=d$ 时, $(a, b) = (c, d)$.定义运算“ $\otimes$ ”: $(a, b) \otimes (c, d) = (ac - bd, ad + bc)$.若 $(1, 2) \otimes (p, q) = (5, 0)$,则 $p =$ _____, $q =$ _____.

3. 用代数式表示“ a 与 b 和的平方”,式为 _____.

4. 若 $a^2 - 3b = 4$,则 $6b - 2a^2 + 2017 =$ _____.

5. 已知 $a = 1.6 \times 10^9$, $b = 4 \times 10^3$,则 $a^2 \div 2b =$ ()

A. 2×10^7

B. 4×10^{14}

C. 3.2×10^5

D. 3.2×10^{14}

6. (2016 上海中考)下列单项式中,与 a^2b 是同类项的是 ()

A. $2a^2b$

B. a^2b^2

C. ab^2

D. $3ab$

7. 先化简,再求值: $(a+b)^2+(a-b)(2a+b)-3a^2$,其中 $a=-2-\sqrt{3}$, $b=\sqrt{3}-2$.

8. 先化简,再求值: $(a+b)(a-b)+(a+b)^2-2a^2$,其中 $a=3$, $b=-\frac{1}{3}$.

【考点精练 B 组】

1. (2007 上海中考)分解因式: $2a^2-2ab=$ _____.
2. (2008 上海中考)分解因式: $x^2-4=$ _____.
3. (2010 上海中考)分解因式: $a^2-ab=$ _____.
4. (2011 上海中考)分解因式: $x^2-9y^2=$ _____.
5. (2012 上海中考)分解因式: $xy-x=$ _____.
6. (2013 上海中考)分解因式: $a^2-1=$ _____.
7. (2016 上海中考)计算: $a^3 \div a=$ _____.

考点3 分式与二次根式



知识梳理

1. 分式概念:若 A 、 B 表示两个整式,且 B 中含有字母,则代数式 $\frac{A}{B}$ 叫做分式.

2. 分式的基本性质:分式的分子和分母同时乘以(或除以)同一个不为 0 的整式,分式的值不变.把一个分式的分子和分母的公因式约去,这种变形称为分式的约分;把几个异分母分式分别化为与原分式值相等的同分母分式,这种变形称为分式的通分.

3. 二次根式:_____叫做二次根式.

4. 二次根式的化简:

$$(1) \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} (a \geq 0, b \geq 0); (2) \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} (a \geq 0, b > 0).$$

5. 最简二次根式应满足的条件:(1)被开方数中不含有_____的因数或因式;(2)根号内不含分母;(3)分母上没有根号.

6. 同类二次根式:几个二次根式化成_____以后,如果_____相同,这几个二次根式就叫做同类二次根式.

7. 二次根式的乘法、除法公式:

$$(1) \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0); (2) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} (a \geq 0, b > 0).$$

8. 二次根式运算注意事项:(1)二次根式相加减,先把各根式化为最简二次根式,再合并同类二次根式,防止:①该化简的没化简;②不该合并的合并;③化简不正确;④合并出错.(2)二次根式的乘法或除法常用乘法公式或除法公式来简化计算,运算结果一定写成最简二次根式或整式.



例题精讲

【例 1】当 $a=2$ 时, $\frac{a^2-2a+1}{a^2} \div \left(\frac{1}{a}-1\right)$ 的结果是 ()

A. $\frac{3}{2}$

B. $-\frac{3}{2}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $-\frac{1}{2}$

【分析】因为 $\frac{a^2-2a+1}{a^2} \div \left(\frac{1}{a}-1\right) = \frac{(a-1)^2}{a^2} \div \frac{1-a}{a} = \frac{(a-1)^2}{a^2} \times \frac{a}{1-a} = \frac{1-a}{a}$, 所以当 $a=2$ 时, 原式 = $\frac{1-2}{2} = -\frac{1}{2}$.

【答案】D.

【例 2】先化简,再求值: $\left(1 - \frac{3}{x+2}\right) \div \frac{x-1}{x^2+2x} - \frac{x}{x+1}$, 其中 x 满足 $x^2-x-1=0$.

【分析】先计算括号内的分式减法,再把除法转换成乘法运算,最后进行加减运算,然后对已知的式子按分式化简的结果进行变形,再代入求值.

$$\begin{aligned} \text{【解】} & \left(1 - \frac{3}{x+2}\right) \div \frac{x-1}{x^2+2x} - \frac{x}{x+1} \\ &= \frac{x-1}{x+2} \times \frac{x(x+2)}{x-1} - \frac{x}{x+1} \end{aligned}$$