主编：蒋忠勇 杜秀红 王乃芯

赢在思维

初中数学

拉分题

解题思想与方法220题

几何集训篇

華東理工大學出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

赢在思维

初中数学拉分题解题思想与方法(220题)

几何集训篇

主编：蒋忠勇 杜秀红 王乃芯

编委会

王乃芯 郭妍婕 陆娇蕾 瞿美娜
倪佳娣 许静妍 汤婧雯 郭晓云
郭 嫣 黄伊雯 孙璐怡 倪昳雯
蒋忠勇 杜秀红 邵秀秀 应雨亭

華東理工大學出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS
·上海·

图书在版编目(CIP)数据

初中数学拉分题解题思想与方法. 几何集训篇 / 蒋忠勇等主编. —上海:华东理工大学出版社,2015.11

(赢在思维)

ISBN 978-7-5628-4376-4

Ⅰ. ①初… Ⅱ. ①蒋… Ⅲ. ①几何课—初中—题解

Ⅳ. ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 216144 号

赢在思维

初中数学拉分题解题思想与方法(220 题)(几何集训篇)

主　　编/ 蒋忠勇　杜秀红　王乃芯

策划编辑/ 郭　艳

责任编辑/ 赵子艳

责任校对/ 张　波

封面设计/ 视界创意

出版发行/ 华东理工大学出版社有限公司

地　址:上海市梅陇路 130 号,200237

电　话:(021)64250306(营销部)

(021)64252174(编辑室)

传　真:(021)64252707

网　址:press.ecust.edu.cn

印　　刷/ 常熟市华顺印刷有限公司

开　　本/ 787 mm×1092 mm　1/16

印　　张/ 9.25

字　　数/ 220 千字

版　　次/ 2015 年 11 月第 1 版

印　　次/ 2015 年 11 月第 1 次

书　　号/ ISBN 978-7-5628-4376-4

定　　价/ 25.00 元

联系我们:电 子 邮 箱 press@ecust.edu.cn

官 方 微 博 e.weibo.com/ecustpress

天猫旗舰店 http://hdlgdxcbs.tmall.com

華東理工大學出版社

客户端扫码进入天猫旗舰店

前　　言

在初中数学学习过程中，对于一些中等以上难度的题目，即拉分题，大部分同学做相同的题型时有时对有时错，很难拿到高分.究其原因，绝大多数是因为对定型的、静态的基础知识理解不够深入，从而无法灵活掌握发展的、动态的数学思想，进而导致虽然进行了大量的训练但仍旧不得要领.解题方法之所以重要，本质原因就是解题思想与方法是数学学习的灵魂.为此，我们编写本套丛书，将初中数学最常见拉分题的解题思想与方法按代数篇和几何篇系统整理归类，依次阐述，旨在读者触类旁通，迅速得其要领，起到事半功倍作用，大大提高学习效率.

本书可配套《赢在思维——初中数学拉分题解题思想与方法全归纳（几何篇）》使用，精选几年来一些优秀试题和自编一些综合性难题，书后附有参考答案与提示，言简意赅揭示解题奥秘，选择方便的解题技巧，提高效率，增强能力.

本书既可作为初中学生（尤其八年级、九年级）学习数学之参考，也可作为初中数学教师在教学中使用.本书对思想方法的归类，对解题技巧规律的总结等系统学习方法的渗透，只要读者能认真对待，把每一题每一类弄懂弄透，数学能力肯定会迅速提高.哪怕在课余时间稍作尝试也能开阔眼界，扩大思路，提高对数学的兴趣.

以下几个关键问题希望读者能特别关注：辅助线的添加形式；综合性、压轴性问题的解答；思维方法和解题方法的应用场合.

授人以鱼，只供一饭之需；授人以渔，则一生受用无穷.希望读者们能通过本套丛书收获各自想收获的，同时也希望能得到广大读者的建议与批评，使这套丛书日臻完善，不断超越.

目　录

思想方法篇

专题 1　分类讨论 …… 1
专题 2　方程函数 …… 5
专题 3　动变思想 …… 10
专题 4　构造思想 …… 15
专题 5　转化化归 …… 19
专题 6　数形结合 …… 24

解题方法篇

专题 7　中线倍长法 …… 29
专题 8　反证法 …… 33
专题 9　平移平行法 …… 35
专题 10　归纳猜想法 …… 42
专题 11　同一法 …… 52
专题 12　补形法 …… 55
专题 13　角平分线法 …… 60
专题 14　建模法 …… 63
专题 15　垂线法 …… 68
专题 16　面积法 …… 73
专题 17　旋转变换法 …… 78
专题 18　割补法 …… 83
专题 19　截长补短法 …… 88
专题 20　翻折变换法 …… 92
参考答案与提示 …… 97

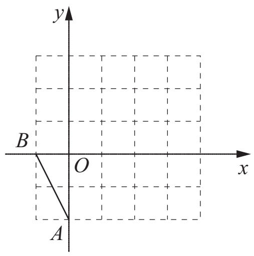
思想方法篇

专题 1 分类讨论

【巩固练习】

(☆☆)【1.1】已知两圆相交,它们的半径分别为 10,17,公共弦长为 16,那么这两圆的圆心距为__________.

(☆☆)【1.2】在方格纸中,每个小格的顶点称为格点,以格点连线为边的三角形叫格点三角形.在如图所示 5×5 的方格中,作格点△ABC 和△OAB 相似(相似比不为 1),则点 C 的坐标是__________.

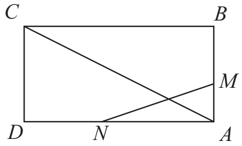


题 1.2 图

(☆☆)【1.3】在△ABC 中,已知 $AB=15$,$AC=13$,$\angle B=60°$,求 BC 的长.

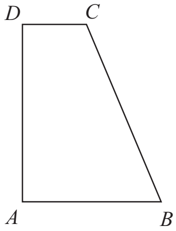
(☆☆)【1.4】若等腰三角形一腰上的中线分周长为 9 cm 和 12 cm 两部分,求这个等腰三角形的底和腰的长.

(☆☆)【1.5】如图所示,已知矩形 $ABCD$ 的边长 $AB=3$ cm,$BC=6$ cm.某一时刻,动点 M 从点 A 出发沿 AB 方向以 1 cm/s 的速度向点 B 匀速运动;同时,动点 N 从点 D 出发沿 DA 方向以 2 cm/s的速度向点 A 匀速运动.问:是否存在时刻 t,使以 A,M,N 为顶点的三角形与△ACD 相似?若存在,求 t 的值;若不存在,请说明理由.



题 1.5 图

(☆☆)【1.6】如图所示,梯形 $ABCD$ 中,$AB//DC$,$AD\perp AB$,$DC=4$,$AD=3DC$,$S_{梯形ABCD}=78$,点 E 是线段 AD 上一动点,如果以 E,C,B 为顶点的三角形为直角三角形,求 DE 长.



题 1.6 图

(☆☆)【1.7】已知△ABC 是等腰三角形,由顶点 A 所引 BC 边上的高恰等于 BC 边长的一半,试求∠BAC.

(☆☆)【1.8】已知$\triangle ABC$是一个底角为$72°$的等腰三角形，延长BA到点D，使$DA=AC$.连接DC，请判断$\triangle BDC$形状，并证明.

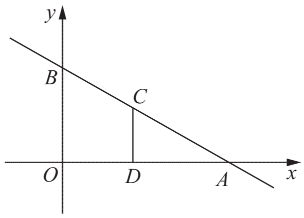
(☆☆)【1.9】等腰三角形的一个内角比另一个内角的2倍少$30°$.求这个等腰三角形三个内角的度数.

(☆☆☆)【1.10】如图所示，在平面直角坐标系中，直线AB与x轴，y轴分别交于$A(3,0)$，$B(0,\sqrt{3})$两点，点C为线段AB上的一动点，过点C作$CD\perp x$轴于点D.

(1)求直线AB的关系式.

(2)若$S_{梯形OBCD}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$，求点$C$的坐标.

(3)在第一象限内是否存在点P，使得以P,O,B为顶点的三角形与$\triangle OBA$相似.若存在，请求出所有符合条件的点P的坐标；若不存在，请说明理由.



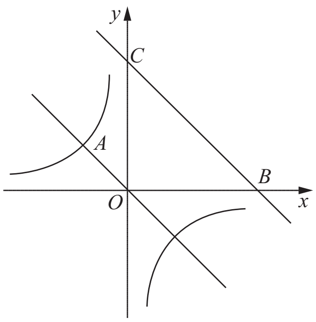
题 1.10 图

(☆☆☆)【1.11】二次函数 $y=x^2-\frac{3}{2}x-1$ 的图像与 x 轴交于点 A,B,与 y 轴交于点 C.

(1)求△ABC 的面积.

(2)在该二次函数的图像上是否存在点 D,使四边形 $ACBD$ 为直角梯形?若存在,求出点 D 的坐标;若不存在,请说明理由.

(☆☆☆)【1.12】如图所示,在平面直角坐标系中,点 O 是坐标原点,正比例函数 $y=kx$(x 为自变量)的图像与双曲线 $y=-\frac{2}{x}$交于点 A,且点 A 的横坐标为$-\sqrt{2}$.将直线 $y=kx$(x 为自变量)向上平移 4 个单位得到直线 BC,直线 BC 分别交 x 轴、y 轴于点 B,C,若点 D 在直线 BC 上,在平面直角坐标系中求一点 P,使以 O,B,D,P 为顶点的四边形是菱形.



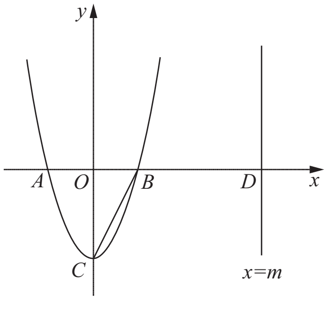
题 1.12 图

(☆☆☆)【1.13】如图所示,已知抛物线与 x 轴交于点 $A(-1,0)$和点 $B(1,0)$,与 y 轴交于点 $C(0,-2)$,直线 $x=m(m>1)$与 x 轴交于点 D.

(1)求该抛物线的解析式.

(2)在直线 $x=m(m>1)$上有一点 P,使得以 P,D,B 为顶点的三角形与以 B,C,O 为顶点的三角形相似,求点 P 的坐标(用含 m 的代数式表示).

(3)在(2)成立的条件下,在抛物线上是否存在点 Q,使得四边形 $ABPQ$ 为平行四边形?若存在,请求出点 Q 的坐标;若不存在,请说明理由.



题 1.13 图

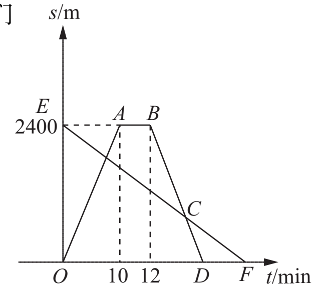
专题 2 方程函数

【巩固练习】

(☆☆)【2.1】如图所示，小明从家骑自行车出发，沿一条直线到相距 2400 m 的邮局办事，小明出发的同时，他的爸爸以 96 m/min 速度从邮局沿同一条道路步行回家，小明在邮局停留 2 min 后沿原路以原速返回，设他们出发后经过 t min 时，小明与家之间的距离为 s_1 m，小明爸爸与家之间的距离为 s_2 m，图中折线 $OABD$，线段 EF 分别表示 s_1，s_2 与 t 之间的函数关系的图像.

(1)求 s_2 与 t 之间的函数关系式.

(2)小明从家出发，经过多长时间在返回途中追上爸爸？这时他们距离家还有多远？



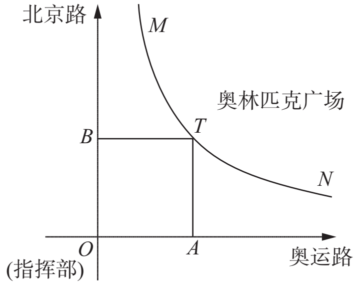
题 2.1 图

(☆☆)【2.2】如图所示，奥运圣火抵达某市奥林匹克广场后，沿图中平面直角坐标系中的一段反比例函数图像传递.动点 $T(m,n)$ 表示火炬位置，火炬从离北京路 10 m 处的 M 点开始传递，到离北京路 1000 m 的 N 点时传递活动结束.迎圣火临时指挥部设在坐标原点 O(北京路与奥运路的十字路口)，$OATB$ 为少先队员鲜花方阵，方阵始终保持矩形形状且面积恒为 10000 m^2(路线宽度均不计).

(1)求图中反比例函数的关系式(不需写出自变量的取值范围).

(2)当鲜花方阵的周长为 500 m 时，确定此时火炬的位置(用坐标表示).

(3)设 $t=m-n$，用含 t 的代数式表示火炬到指挥部的距离；当火炬离指挥部最近时，确定此时火炬的位置(用坐标表示).



题 2.2 图

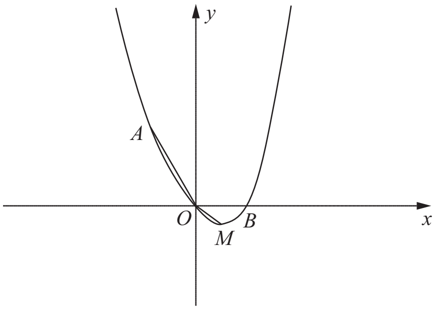
(☆☆)【2.3】当 m 取何值时，方程 $x^2+(m+2)x+3=0$ 的两个根都大于 1.

(☆☆)【2.4】如图所示，在平面直角坐标系中，顶点为 M 的抛物线 $y=ax^2+bx(a>0)$，经过点 A 和 x 轴正半轴上的点 B，$AO=OB=2$，$\angle AOB=120°$.

(1)求这条抛物线的表达式.

(2)连接 OM，求 $\angle AOM$ 的大小.

(3)如果点 C 在 x 轴上，且 $\triangle ABC$ 与 $\triangle AOM$ 相似，求点 C 的坐标.



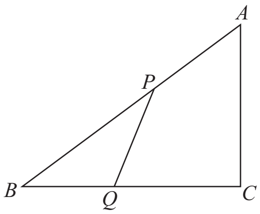
题 2.4 图

(☆☆☆)【2.5】如图所示，在 Rt$\triangle ABC$ 中，直角边 $AC=3$ cm，$BC=4$ cm，设点 P，Q 分别为 AB，BC 上的动点，在点 P 自点 A 沿 AB 方向向点 B 做匀速移动的同时，点 Q 自点 B 沿 BC 方向向点 C 做匀速移动，它们移动的速度均为 1 cm/s，当点 Q 到达点 C 时，点 P 就停止移动.设点 P，Q 移动的时间为 t(s).

(1)写出 $\triangle PBQ$ 的面积 $S(\text{cm}^2)$ 与时间 t(s)之间的函数表达式，并写出 t 的取值范围.

(2)当 t 为何值时，$\triangle PBQ$ 为等腰三角形？

(3)$\triangle PBQ$ 能否与 Rt$\triangle ABC$ 相似？若能，求出 t 的值；若不能，请说明理由.



题 2.5 图

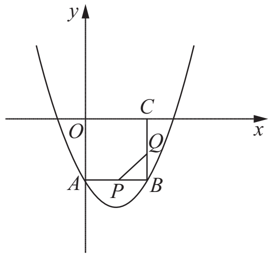
(☆☆☆)【2.6】如图所示，在平面直角坐标系中，正方形 $OABC$ 的边长为 2 cm，点 A，C 分别在 y 轴的负半轴和 x 轴的正半轴上，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 经过点 A，B，且 $12a+5c=0$.

(1)求抛物线的解析式.

(2)如果点 P 由点 A 开始沿 AB 边以 2 cm/s 的速度向点 B 移动，同时点 Q 由点 B 开始沿 BC 边以 1 cm/s 的速度向点 C 移动.

①移动开始后第 t s 时，设 $S=PQ^2(\text{cm}^2)$，试写出 S 与 t 之间的函数关系式，并写出 t 的取值范围.

②当 S 取得最小值时，抛物线上是否存在点 R，使得以 P，B，Q，R 为顶点的四边形是平行四边形？如果存在，求出点 R 的坐标；如果不存在，请说明理由.



题 2.6 图

(☆☆☆)【2.7】已知抛物线 $y=x^2+px+q$ 上有一点 $M(x_0,y_0)$ 位于 x 轴下方.

(1)求证：此抛物线与 x 轴有两个交点.

(2)设此抛物线与 x 轴的交点为 $A(x_1,0)$，$B(x_2,0)$，且 $x_1<x_2$.求证：$x_1<x_0<x_2$.

(3)当点 M 的坐标为$(1,-2)$时，求整数 x_1，x_2.

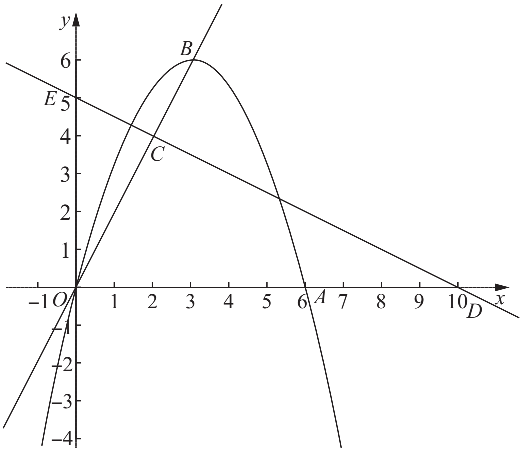
(☆☆☆)【2.8】如图所示，在平面直角坐标系内，点 O 为原点，抛物线 $y=ax^2+bx$ 经过点 $A(6,0)$，且顶点 $B(m,6)$ 在直线 $y=2x$ 上.

(1)求 m 的值和抛物线 $y=ax^2+bx$ 的解析式.

(2)如在线段 OB 上有一点 C，满足 $OC=2CB$，在 x 轴上有一点 $D(10,0)$，连接 DC，且直线 DC 与 y 轴交于点 E.

①求直线 DC 的解析式.

②如点 M 是直线 DC 上的一个动点，在 x 轴上方有另一点 N，且以 O,E,M,N 为顶点的四边形是菱形，请求出点 N 的坐标.



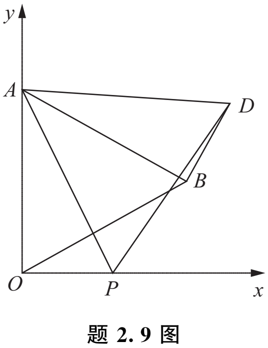
题 2.8 图

(☆☆☆)【2.9】如图所示，在平面直角坐标系中，已知△ABO 是等边三角形，点 A 的坐标是 $(0,4)$，点 B 在第一象限，点 P 是 x 轴上的一个动点，连接 AP，并把△AOP 绕着点 A 按逆时针方向旋转，使边 AO 与 AB 重合，得到△ABD.

(1)求直线 AB 的解析式.

(2)当点 P 运动到点$(\sqrt{3},0)$时，求此时 DP 的长及点 D 的坐标.

(3)是否存在点 P，使△OPD 的面积等于$\frac{\sqrt{3}}{4}$？若存在，请求出符合条件的点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.



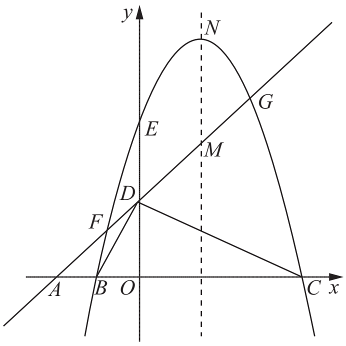
题 2.9 图

(☆☆☆)【2.10】如图所示,在平面直角坐标系中,点 A,B,C 在 x 轴上,点 D,E 在 y 轴上,$OA=OD=2$,$OC=OE=4$,$BD\perp DC$,直线 AD 与经过 B,E,C 三点的抛物线交于 F,G 两点,与其对称轴交于点 M,点 P 为线段 FG 上的动点(与点 F,G 不重合),$PQ\parallel y$ 轴与抛物线交于点 Q.

(1)求经过 B,E,C 三点的抛物线的解析式.

(2)是否存在点 P,使得以 P,Q,M 为顶点的三角形与△AOD 相似?若存在,求满足条件的点 P 的坐标;若不存在,请说明理由.

(3)若抛物线的顶点为 N,连接 QN,探究四边形 $PMNQ$ 的形状:①能否成为菱形?②能否成为等腰梯形?若能,请直接写出点 P 的坐标;若不能,请说明理由.

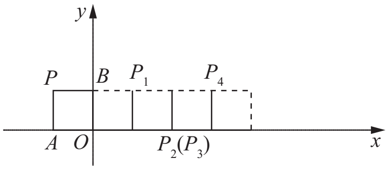


题 2.10 图

专题 3 动变思想

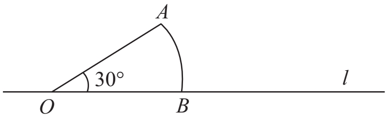
【巩固练习】

(☆☆)【3.1】如图所示,将边长为 1 的正方形 $OAPB$ 沿 x 轴正方向连续翻转 2009 次,点 P 依次落在点 P_1,P_2,P_3,P_4,…,P_{2009} 的位置,求点 P_{2009} 的坐标.



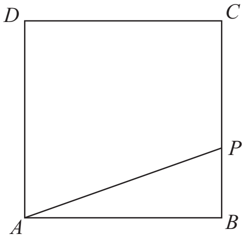
题 3.1 图

(☆☆)【3.2】如图所示,扇形半径 $OA=10$ cm,$\angle AOB=30°$,将扇形先绕点 B 在直线 l 上向右无滑动翻转,求点 O 第一次再落在 l 上所经过的路线的长度.



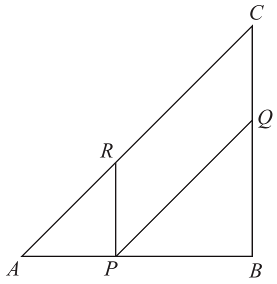
题 3.2 图

(☆☆)【3.3】如图所示,正方形 $ABCD$ 的边长为 4,动点 P 由点 B 出发,沿边 BC,CD 移动,设点 P 移动的路程为 x,$\triangle ABP$ 的面积为 y,求 y 与 x 的函数关系.



题 3.3 图

(☆☆)【3.4】如图所示，在等腰△ABC 中，$AB=BC=8$ cm，动点 P 从点 A 出发，沿 AB 向点 B 移动，过点 P 作平行于 BC，AC 的直线，分别与 AC，BC 交于点 R，Q. 当动点 P 从点 A 出发移动多少厘米时，平行四边形 $PQCR$ 的面积等于 16 cm^2？

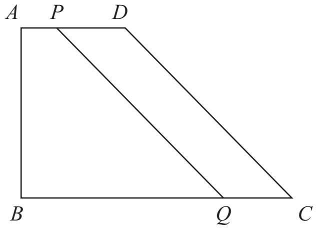


题 3.4 图

(☆☆☆)【3.5】如图所示，在直角梯形 $ABCD$ 中，$AD // BC$，$\angle B=90°$，且 $AD=4$ cm，$AB=6$ cm，$DC=10$ cm.若动点 P 从点 A 出发，以每秒 1 cm 的速度沿线段 AD 向点 D 运动，动点 Q 从点 C 出发以每秒 3 cm 的速度沿 CB 向点 B 运动，当点 P 到达点 D 时，动点 P，Q 同时停止运动.设点 P，Q 同时出发，并运动了 t 秒，回答下列问题：

(1)求 BC 的值.

(2)当 t 为多少时，四边形 $PQCD$ 成为平行四边形？



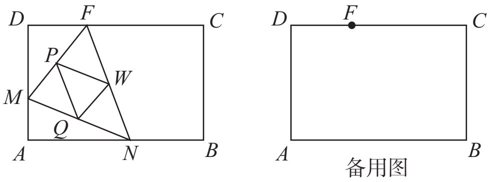
题 3.5 图

(☆☆☆)【3.6】如图所示，矩形 $ABCD$ 中，$AB=6$，$BC=4$，点 F 在 DC 上，$DF=2$.动点 M，N 分别从点 D，B 同时出发，沿射线 DA，线段 BA 向点 A 的方向运动(点 M 可运动到 DA 的延长线上)，当动点 N 运动到点 A 时，M，N 两点同时停止运动.连接 FM，MN，FN，过△FMN 三边的中点作△PQW.设动点 M，N 的速度都是 1 个单位每秒，点 M，N 运动的时间为 x 秒.试解答下列问题：

(1)证明：$\triangle FMN \backsim \triangle QWP$.

(2)设 $0 \leqslant x \leqslant 4$.试问 x 为何值时，△PQW 为直角三角形.

(3)求当 x 为何值时，MN 最小？并求此时 MN 的值.



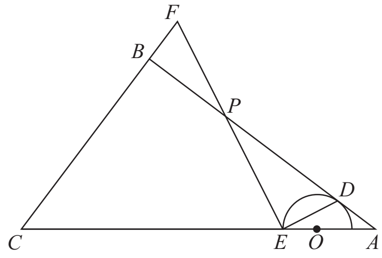
题 3.6 图

(☆☆☆)【3.7】如图所示，在△ABC 中，$\angle ABC=90°$，$AB=4$，$BC=3$，点 O 是边 AC 上的一个动点，以点 O 为圆心作半圆，与边 AB 相切于点 D，交线段 OC 于点 E，作 $EP \perp ED$，交射线 AB 于点 P，交射线 CB 于点 F.

(1)求证：$\triangle ADE \backsim \triangle AEP$.

(2)设 $OA=x$，$AP=y$，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域.

(3)当 $BF=1$ 时，求线段 AP 的长.



题 3.7 图