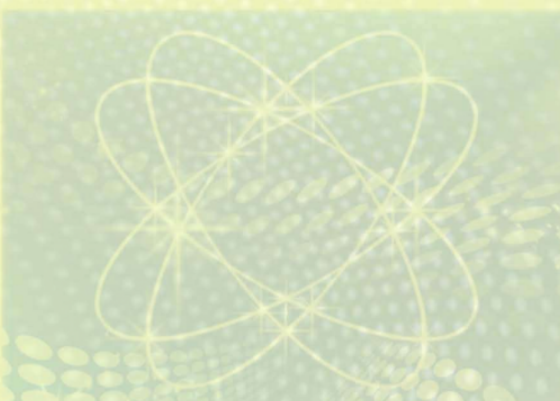
小学生活数学创新空间

（六年级）



湖南教育出版社

目录

第 1 讲　估值技巧

生活故事

贝贝和京京是一对好朋友，都在英才小学读六年级，他们正在就一个关于估值的数学问题进行讨论:

$A = 12345678910111213 \div 31211101987654321$，求 A 的小数点后前 3 位数字。

贝贝分析说，必须要把这个题目直接算出来才能得出准确答案，而京京认为一定有简便的方法，可他一时又说不出来，两个人为了这个问题争得面红耳赤。正在两人争执不下的时候，他们的数学辅导老师王老师走了过来，王老师看了看题目，笑眯眯地说“由于题中所涉及的数太大，不太可能通过直接计算来确定小数点后前 3 位数字，不过我们可以考虑省略尾数取近似值的方法或者采取放缩法来估计范围并解答。”

(放缩法估计范围)

将被除数和除数同时省略尾部 13 位，各保留 4 位，则有

$$A > 1234 \div 3122 = 0.3952\cdots$$

$$A < 1235 \div 3121 = 0.3957\cdots$$

所以 $0.3952 < A < 0.3957$，A 的小数点后前 3 位数是 395。

所以，所求数字应为 3，9，5。

(省略尾数取近似值法)

$$1234 \div 3121 \approx 0.3953 \approx 0.395$$

贝贝和京京恍然大悟，王老师接着说“我再教给你们一些有关估值的知识与方法吧!”

知识与方法

知识要点

以精确和严密而著称的数学并不排斥估计和估算，估算是一种十分重要的计算方法。在我们的生活实践中有着广泛的运用，熟练掌握这种计算方法不仅可以帮助我们解决问题，还可以帮助我们检验计算结果是否正确。善于进行估计和估算是数学思维能力比较强的表现之一，但是用它解决问题时对技巧要求较高。

基本方法

1. 省略尾数取近似值;
2. 用放大或缩小的方法来估计范围;
3. 先估值后调整，直至准确。

问题与思考

1 已知两式 $45678\div12345$，$56789\div23456$，只用心算，你能比较出这两个式子的值的大小吗？如果能，请说明理由。

分析 这道题可以采用取近似值法，把除数用它的近似值来代替，从而判断两式商的大小。

【解】对于前一式，把除数看作 12500，因为 $12500\times3=37500<45678$，所以商大于 3。而在后一式中，把除数看作 23000，$23000\times3=69000>56789$，所以商小于 3。因此

$$45678\div12345>56789\div23456$$

也可以这样想，把两个式子都改写成“$1+$假分数”的形式:

$$45678\div12345=1+\frac{33333}{12345}$$

$$56789\div23456=1+\frac{33333}{23456}$$

很容易就能比较出两个式子的大小。

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

2 已知 $S=1\div\left(\frac{1}{91}+\frac{1}{92}+\frac{1}{93}+\cdots+\frac{1}{100}\right)$，求 S 的整数部分。

分析 这道题如果直接去计算 $\frac{1}{91}+\frac{1}{92}+\frac{1}{93}+\cdots+\frac{1}{100}$，再求它的倒数，不但非常麻烦，而且容易出错。为了求一个数大概是多少，可以采用放缩法，以确定这个数的范围，也就是估值。本题的放缩可根据“一个分数，当分子不变，分母变大时，分数的值变小；当分子不变，分母变小时，分数的值变大”对 $\frac{1}{91}+\frac{1}{92}+\frac{1}{93}+\cdots+\frac{1}{100}$ 进行放缩。

【解】因为 $\frac{1}{91}+\frac{1}{92}+\frac{1}{93}+\cdots+\frac{1}{100}<10\times\frac{1}{91}=\frac{1}{9\frac{1}{10}}$，

$\frac{1}{91}+\frac{1}{92}+\frac{1}{93}+\cdots+\frac{1}{100}>10\times\frac{1}{100}=\frac{1}{10}$，

所以 $9\frac{1}{10}<S<10$。

答：S 的整数部分为 9。

3 英才学校组织师生乘车前往植物园秋游，如果每台车坐 60 人，则调 15 台车还不够；若每台车坐 70 人，则调 14 台车还有空余。最后决定改乘面包车，每车可坐 x 人，只需调 x 台车正好坐满。算一算这次共有多少师生参加秋游？

分析 因为每台车坐 60 人，15 台车不够，可以知道总人数一定大于 $60\times15=900$(人)；又因为每台车坐 70 人，14 台车有空余，可以知道总人数一定小于 $70\times14=980$(人)。所以总人数在 900 与 980 之间，再根据乘面包车可以知道总人数是一个平方数，从而可求出答案。

【解】$60\times15=900$(人)，

$70\times14=980$(人)，

因为 $900<x^2<980$，

所以 $x^2=31^2=961$(人)。

答：这次共有 961 名师生参加秋游。

4 有五个圆形花坛，假设它们的直径分别是 3 米，4 米，5 米，8 米，9 米。现在把这五个花坛分给两个绿化小组来管理，应怎么分才能使这两个组管理的面积尽可能接近呢？（注：不能把一个花坛分给两个组。）

分析 要两个组管理的面积尽可能接近，就应求出五个花坛的总面积，每个组管理的面积尽可能接近总面积的一半就行。为了减少计算量，可根据圆面积与半径的平方成正比，求出 5 个半径的平方和，即可比较得到。

【解】因为 $(1.5^2+2^2+2.5^2+4^2+4.5^2)\div 2$

$=(2.25+4+6.25+16+20.25)\div 2$

$=24.375$，

而 $4+20.25=24.25$ 与 $2.25+6.25+16=24.5$ 最接近，所以一个组分直径为 4 米和 9 米的花坛，另一个组分直径为 3 米，5 米和 8 米的花坛。

5 已知 229345007 是自然数 n 的五次幂，求 n。

分析 本题可用先估值后调整的方法，估的时候可以先把范围定大一些，边界数定得容易计算一些，然后再作调整，一步一步向准确值靠近。对五次幂比较陌生，我们可以先算出 $10^5=100000$，$100^5=10000000000$，显然可以得到 $10<n<100$，但这个范围太大，不妨再求出 50^5 的值为 312500000，比较接近 229345007。

【解】因为 $40^5=102400000$，

$50^5=312500000$，

所以 $40<n<50$。

考虑到 $1^5=1$，2^5 个位上是 2，3^5 个位上是 3，4^5 个位上是 4，5^5 个位上是 5，6^5 个位上是 6，7^5 个位上是 7，8^5 个位上是 8，9^5 个位上是 9，从而可以确定 $n=47$。

6 一张包装桌上有 454 只跳跳鼠，现用每盒可装 21 只和每盒可装 16 只的两种规格的纸盒分装出厂，恰好装满各盒而不剩余。已知大、

小盒子的总数在20至26个之间，问：大、小纸盒共有多少个?

分析 本题应采取“先估值，后调整”的策略，根据“大、小盒子的总数在20至26个之间”，我们就假定它们共有22个，而且全都是小盒子。这样，22个小盒子共可装玩具“跳跳鼠”$16\times22=352$(只)，比题目所说的“454只”少$454-352=102$(只)。可以想象到：每当我们把一个大盒子当成一个小盒子时，一定会“多出”$21-16=5$(只)跳跳鼠。由此又能进一步推想到，如果我们以上所假定的“22个盒子”是准确的话，那多出的跳跳鼠必定是5的倍数，但多出的是102只，显然不符合要求。如果我们把盒子的总数重新假定为23个，多出的玩具鼠为：$454-16\times23=86$（只），也不符合要求。

再假定盒子的总数为24个，多出的玩具鼠为：$454-16\times24=70$（只），基本符合要求。

【解】 大盒子有：$70\div5=14$（个），

小盒子有：$24-14=10$（个），

跳跳鼠有：$21\times14+16\times10=454$（只），完全符合题意。

所以，盒子的总数为24个。

7 在$1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\cdots,\frac{1}{99},\frac{1}{100}$中选出若干数，使得它们的和大于3，至少要选出多少个数?

分析 要使所选的数的个数尽量少，所选用的数就应尽量大，所以应从开头依次选。首先注意到：

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}=2+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}=2.45<3,$$

而$\frac{1}{7}=0.\dot{1}4285\dot{7}$，$\frac{1}{8}=0.125$，$\frac{1}{9}=0.\dot{1}$，$\frac{1}{10}=0.1$，

所以，$\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}\approx0.478$。

【解】 $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}\approx2.928<3$，

而$\frac{1}{11}=0.\dot{0}\dot{9}$，则有

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}+\frac{1}{11}\approx 3.01>3。$$

所以，至少应选 11 个数。

说明：(1) 上述解答是采用取近似值的办法估值的，也可以利用放缩法估值解答。解法如下：

$$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}$$

$$<1+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{10}\right)+\frac{2}{7}$$

$$=2+\frac{3}{8}+\frac{3}{10}+\frac{2}{7}$$

$$=2+\frac{6}{16}+\frac{3}{10}+\frac{2}{7}$$

$$=2+\frac{269}{280}<3,$$

而$1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\frac{1}{9}+\frac{1}{10}+\frac{1}{11}$

$$>1+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)+\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{8}\right)+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{10}\right)+\frac{1}{8}+\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{11}\right)$$

$$=1+1+\left(\frac{3}{8}+\frac{1}{8}\right)+\frac{3}{10}+\frac{20}{99}=2+\frac{4}{8}+\frac{3}{10}+\frac{20}{99}$$

$$>2+\frac{1}{2}+\frac{3}{10}+\frac{20}{100}=3。$$

所以，至少应选 11 个数。

(2) 以上解答过程中包括两个方面，其一是确定选数的原则；其二是验算找到“分界数”，而这里的验算只是一种估计或估算，并不要求精确。

游戏与操作

8 个盲人比高矮

由班上 8 个同学假扮成 8 个盲人，用符号 A，B，C，D，E，F，G，H

表示。他们的身高分别是 1.4 米、1.9 米、1.2 米、1.5 米、1.6 米、1.3 米、1.7 米、1.8 米。这 8 个盲人采用“冒泡法”按高矮顺序排成一列。办法是这样的：相邻两人摸脑袋比高矮，高的站在左边，矮的站在右边。然后矮的那一位又继续向右与相邻的人摸脑袋比高矮，高的在左，矮的在右。这样一直做到最右边的那个人为止，称为一次“冒泡”。

边做边想：8 个盲人按 A，B，C，D，E，F，G，H 的顺序排成一列，经一次“冒泡”，能不能使 8 个盲人按顺序排成一列？如果次数可以增加，能不能使 8 个盲人按顺序排成一列？增加到几次能够完成？

提示：按照题目所提供的“冒泡法”，8 个盲人经过“冒泡”一次就排成了

$$B, A, D, E, F, G, H, C,$$

即

$$1.9, 1.4, 1.5, 1.6, 1.3, 1.7, 1.8, 1.2。$$

显然，“冒泡”一次并不能使 8 个盲人按高矮顺序排成一列。怎么办？

一次不行来两次，两次不行来三次……直到成功为止。

练习与探索

1. 求 135791113151719212325 ÷ 523212917151311197531 商的小数点后前五个数字。

2. 求 $1 \div \left(\frac{1}{10}+\frac{1}{11}+\frac{1}{12}+\cdots+\frac{1}{19}\right)$的商的整数部分。

3. 五名选手在一次数学竞赛中共得 404 分，每人得分互不相同，并且其中得分最高的选手是 90 分。问：得分最低的选手至少得多少分？

4. 已知自然数 n 满足 $n^5 = 1889568$，求 n。

5. 求$\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}$的整数部分。（用放缩法）

6. $\left(1+\frac{19}{99}\right)+\left(1+\frac{19}{99}\times 2\right)+\left(1+\frac{19}{99}\times 3\right)+\cdots+\left(1+\frac{19}{99}\times 10\right)+\left(1+\frac{19}{99}\times 11\right)$的结果是 x，求与 x 最接近的整数。

7. 小虎在计算这样一道题：求所给 17 个自然数的平均数，结果保留两位小数。他得到的结果是 11.28。可惜的是，他百分位上的数字写错了，其余数位全写对了。那么正确的平均数应该是多少呢？

8. 设 $B=\frac{4}{5}\times\frac{6}{7}\times\frac{8}{9}\times\frac{10}{11}\times\cdots\times\frac{1000000}{1000001}$，问：$B$ 与 0.002 哪个大些？

9. 已知 abc 和 efg 各表示一个三位数，且 $abc+efg=1991$，求 $a+b+c+e+f+g=$?

10. 有 30 个数：1.64，$1.64+\frac{1}{30}$，$1.64+\frac{2}{30}$，$1.64+\frac{3}{30}$，…，$1.64+\frac{29}{30}$。如果每个数只取整数部分，那么这些整数的和是多少？

11. 有 10 个小数：0.3，0.33，0.333，…，$0.\underbrace{33\cdots3}_{10个3}$，从这些数中，至少取出多少个数，才能使取出的数的和大于 2？

12. 甲、乙、丙三个班向希望工程捐赠图书，已知甲班有 1 人捐 6 册，2 人各捐 7 册，其余人各捐 11 册；乙班有 1 人捐 6 册，3 人各捐 8 册，其余人各捐 10 册；丙班有 2 人各捐 4 册，6 人各捐 7 册，其余人各捐 9 册。已知甲班捐书总数比乙班多 28 册，乙班比丙班多 101 册，各班捐书总数都在 400 册与 550 册之间。问：甲班有多少人？

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第2讲　计算技巧

生活故事

高斯是19世纪德国著名的数学家、物理学家和天文学家。有人说高斯是个绝顶聪明的天才，但高斯却说 “我的知识和成功，是靠勤奋学习取得的。”

高斯小时候很喜欢数学，甚至在学会说话之前，就学会计数了!

高斯8岁时进入乡村小学读书。教数学的教师是从城里来的，觉得在一个穷乡僻壤教几个小孩子读书，真是大材小用。

有一天，数学教师很不高兴，同学们看到老师那阴沉的脸，心里便畏惧起来。

“你们今天算一道题，从1加2加3一直加到100，谁算不出来就罚他不能回家吃饭。”老师说完这句话后，就一言不发地拿起一本小说坐到旁边的椅子上看去了。

于是，教室里的小朋友们拿起石板开始计算 “1加2等于3，3加3等于6，6加4等于10……” 一些小朋友加到一个数后就擦掉石板上的结果，再加下去，数越来越大，很不好算。有些小朋友的小脸儿涨红了，有些小朋友的手心、额上渗出了汗来。

还不到半个小时，小高斯就拿起他的石板走上前去 “老师，答案是不是这样?”

老师头也不抬，挥着那肥厚的手，说 “去，回去再算! 错了。”他想，一个小孩子不可能这么快就算出答案了。

可是小高斯却站着不动，把石板伸到老师面前 “老师! 我想这个答案是对的。”

老师本来想怒吼，可是一看石板上清清楚楚地写着“5050”，他非常惊讶，因为他自己曾经算过，得到的结果就是5050，可这个8岁的小孩子怎么这么快就算出了得数呢?

高斯向老师解释道“可以把1到100这100个数首尾相加，$1+100=101$，$2+99=101$，$3+98=101$……这样，每两个数的和都是101。100个数两两相加，就会有50个结果，而每个结果都是101，那么50个101加起来就等于5050。”

知识与方法

知识要点

计算题是小学数学学习中的一个很重要的内容，它不仅要求能根据四则运算的法则以及四则混合运算的顺序进行正确的计算，同时也要求能够根据数据特征、数与数之间的关系运用一些特殊的技巧，达到化难为易，以简驭繁的目的。

基本方法

1. 其主要方法有：分解与组合、凑整、数的变换、参数代替、扩分约分、裂项和比较大小等。

2. 特例计算公式或方法：

①$1+2+3+\cdots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$;

②$\dfrac{1}{12}=\dfrac{1}{3\times4}=\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}$，$\dfrac{1}{15}=\dfrac{1}{3\times5}=\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{5}\right)\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{6}-\dfrac{1}{10}$，……，$\dfrac{d}{n\times(n+d)}=\dfrac{1}{n}-\dfrac{1}{n+d}$(其中$n$，$d$为自然数)。

问题与思考

1 计算：$99999\times99999+199999$。

分析 当题中出现9，99，999，…时，可以将其凑成整十、整百、整千，根据本题的具体情况，可考虑先利用乘法的分配律，再分解和组合。

【解】原式 $=99999\times(100000-1)+199999$

$=99999\times100000-99999\times1+199999$

$=9999900000+(199999-99999)$

$=9999900000+100000$

$=10000000000$

2 计算：$2^{2006}-2^{2005}-2^{2004}-\cdots-2^{3}-2^{2}-2^{1}-2^{0}$。

分析 因为 $2^{2006}-2^{2005}=2^{2005}$，

$2^{2005}-2^{2004}=2^{2004}$，

$2^{2004}-2^{2003}=2^{2003}$，

……

所以，本题可以根据这个规律进行计算。

【解】原式 $=2^{2005}-2^{2004}-2^{2003}-\cdots-2^{3}-2^{2}-2^{1}-2^{0}$

$=2^{2004}-2^{2003}-2^{2002}-\cdots-2^{3}-2^{2}-2^{1}-2^{0}$

$=2^{2003}-2^{2002}-2^{2001}-\cdots-2^{3}-2^{2}-2^{1}-2^{0}$

$=\cdots=2^{2}-2^{1}-2^{0}$

$=2^{1}-2^{0}=2^{1}-1=1$

3 计算：$\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}+\frac{6}{7}\right)^{2}+\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}+\frac{6}{7}\right)-\left(1+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\cdots+\frac{6}{7}\right)\times\left(\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}+\frac{6}{7}\right)$。

分析 这道题可以用参数代替的方法，把 $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}+\frac{6}{7}$ 看成一个整体，可以简化运算过程。

【解】设 $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}+\frac{6}{7}=a$，则

原式 $=a^{2}+\frac{1}{2}a-(1+a)\left(a-\frac{1}{2}\right)$

$=a^{2}+\frac{1}{2}a-a-a^{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}a=\frac{1}{2}$

4 计算：$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}$。

分析 直接用通分的方法求和困难太大，我们可以用逐项求和的方法进行尝试，也就是

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{3}{6}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3},$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{2}{3}+\frac{1}{12}=\frac{3}{4},$$

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}=\frac{3}{4}+\frac{1}{20}=\frac{4}{5},$$

……

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{6}+\frac{1}{12}+\frac{1}{20}+\frac{1}{30}+\frac{1}{42}=\frac{6}{7}。$$

这种从简单入手，分析、探索、归纳的方法在解决较难问题时经常使用，本题还可以用拆分（裂项）法来解。

先仔细观察每个分数，我们发现：分子都是1，而且分母都可以分解为两个连续自然数的积。所以，每个分数都可以拆分成两个分母倒数的差：$\frac{1}{2}=\frac{1}{1\times2}=1-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{6}=\frac{1}{2\times3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$，$\frac{1}{12}=\frac{1}{3\times4}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$，…拆开后一些分数可以相互抵消，这就达到了简化运算的目的。

一般地，形如$\frac{d}{n\times(n+d)}$的分数（其中n，d为自然数）可以拆成$\frac{1}{n}-\frac{1}{n+d}$的形式，即$\frac{d}{n\times(n+d)}=\frac{1}{n}-\frac{1}{n+d}$。

【解】 原式 $=\frac{1}{1\times2}+\frac{1}{2\times3}+\frac{1}{3\times4}+\cdots+\frac{1}{6\times7}$

$$=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{6}-\frac{1}{7}$$

$$=1-\frac{1}{7}=\frac{6}{7}$$

5 计算：$2000\div2000\frac{2000}{2001}$。

分析 (1) 除数化成假分数时分子较大($2001\times2000+2000=4004000$);(2) 被除数和除数都有2000,若把除数化成假分数时,只把分子写成 $2001\times2000+2000=2000\times(2001+1)=2000\times2002$ 则便于约分和计算。

【解】原式 $=2000\div\dfrac{2000\times2002}{2001}$

$$=2000\times\frac{2001}{2000\times2002}$$

$$=\frac{2001}{2002}$$

6 计算:$\dfrac{1}{10}+\dfrac{1}{40}+\dfrac{1}{88}+\dfrac{1}{154}+\dfrac{1}{238}+\dfrac{1}{340}$。

分析 因为 $\dfrac{1}{10}=\dfrac{1}{2\times5}=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{5}\right)$,

$$\frac{1}{40}=\frac{1}{5\times8}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{8}\right),$$

$$\frac{1}{88}=\frac{1}{8\times11}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{8}-\frac{1}{11}\right),$$

……

$$\frac{1}{340}=\frac{1}{17\times20}=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{17}-\frac{1}{20}\right),$$

所以,求和时也可以把中间项全部抵消,剩下首尾项。

【解】原式 $=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2\times5}+\dfrac{1}{5\times8}+\dfrac{1}{8\times11}+\dfrac{1}{11\times14}+\dfrac{1}{14\times17}+\dfrac{1}{17\times20}\right)$

$$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{20}\right)$$

$$=\frac{1}{3}\times\frac{9}{20}=\frac{3}{20}$$

7 计算:$\left(1+\dfrac{1}{2}\right)\left(1+\dfrac{1}{4}\right)\left(1+\dfrac{1}{6}\right)\cdots\left(1+\dfrac{1}{10}\right)\left(1-\dfrac{1}{3}\right)\left(1-\dfrac{1}{5}\right)\cdots\left(1-\dfrac{1}{9}\right)$。

分析 通过观察发现

$$\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}=1,$$

$$\left(1+\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)=\frac{5}{4}\times\frac{4}{5}=1,$$

……

$$\left(1+\frac{1}{8}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)=\frac{9}{8}\times\frac{8}{9}=1。$$

显然，很容易得出答案。

【解】原式 $=\left(1+\frac{1}{2}\right)\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)\cdots\left(1+\frac{1}{8}\right)\left(1-\frac{1}{9}\right)\left(1+\frac{1}{10}\right)=\left(1+\frac{1}{10}\right)=1.1$

8 计算：$1\frac{1}{3}-\frac{7}{12}+\frac{9}{20}-\frac{11}{30}+\frac{13}{42}-\frac{15}{56}$。

分析 因为 $1\frac{1}{3}=1+\frac{1}{3}$，

$$\frac{7}{12}=\frac{7}{3\times4}=\frac{1}{3}+\frac{1}{4},$$

$$\frac{9}{20}=\frac{9}{4\times5}=\frac{1}{4}+\frac{1}{5},$$

$$\frac{11}{30}=\frac{11}{5\times6}=\frac{1}{5}+\frac{1}{6},$$

$$\frac{13}{42}=\frac{13}{6\times7}=\frac{1}{6}+\frac{1}{7},$$

$$\frac{15}{56}=\frac{15}{7\times8}=\frac{1}{7}+\frac{1}{8}。$$

所以，利用正负抵消可以简化求和过程，得出答案。

【解】原式 $=1\frac{1}{3}-\frac{7}{3\times4}+\frac{9}{4\times5}-\frac{11}{5\times6}+\frac{13}{6\times7}-\frac{15}{7\times8}$

$$=1+\frac{1}{3}-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}-\frac{1}{5}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}-\frac{1}{7}-\frac{1}{8}$$

$$=1-\frac{1}{8}=\frac{7}{8}$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com