

2015年

宁夏中考备考用书



中考档案·止于至善



宁夏中小学教辅材料评议推荐图书

中考档案

数 学

宁夏专版

分册主编：杨子鸣

编写：银川志鸿教科所



黄河出版传媒集团
宁夏人民教育出版社

数学

ZHONG KAO DANG AN

中考档案

宁夏专版

总 主 编：李朝东

分册主编：杨子鸣

编 写：银川志鸿教科所



黄河出版传媒集团

宁夏人民教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

中考档案:宁夏专版. 数学 / 李朝东主编; 杨子鸣分册主编. --银川:宁夏人民教育出版社, 2013.11
ISBN 978-7-5544-0463-8(2014.11.重印)

I. ①中… II. ①李… ②杨… III. ①中学数学课—初中—升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 266895 号

中考档案 数学 宁夏专版

李朝东 主编
杨子鸣 分册主编

责任编辑 杨 柳
封面设计 马艳华
责任印制 殷 戈

黄河出版传媒集团 出版发行
宁夏人民教育出版社

地 址 宁夏银川市北京东路 139 号出版大厦 (750001)
网 址 www.yrpubm.com
网上书店 www.hh-book.com
电子信箱 jiaoyushe@yrpubm.com
邮购电话 0951-5014284
经 销 全国新华书店
印刷装订 宁夏雅昌彩色印务有限公司
印刷委托书号 (宁)0000069

开 本	890 mm×1240 mm 1/16	字 数	540 千字
版 次	2013 年 11 月第 1 版	印 张	18
印 次	2014 年 11 月第 2 次印刷	印 数	10100 册
书 号	ISBN 978-7-5544-0463-8/G·2309		

定 价 22.48 元

版权所有 翻印必究

CONTENTS 目录

第一板块 教材知识梳理

第一章 数与式	001
第 1 课时 实数	001
第 2 课时 整式及因式分解	006
第 3 课时 分式	011
第 4 课时 二次根式	015
第二章 方程(组)与不等式(组)	018
第 5 课时 一元一次方程和二元一次方程组	018
第 6 课时 一元二次方程	022
第 7 课时 分式方程	027
第 8 课时 不等式与不等式组	031
第三章 函数及其图象	036
第 9 课时 平面直角坐标系及位置的确定	036
第 10 课时 一次函数	041
第 11 课时 反比例函数	046
第 12 课时 二次函数	053
第四章 几何初步知识与三角形	060
第 13 课时 几何初步知识及相交线、平行线	060

第 14 课时 三角形与全等三角形	064
第 15 课时 等腰三角形与直角三角形	068

第五章 四边形	074
第 16 课时 多边形与平行四边形	074
第 17 课时 矩形、菱形、正方形	078
第 18 课时 梯形	084

第六章 圆	088
第 19 课时 圆的有关性质	088
第 20 课时 与圆有关的位置关系	092
第 21 课时 与圆有关的计算	097

第七章 图形与变换	101
第 22 课时 投影与视图	101
第 23 课时 图形的轴对称、平移与旋转	104

第 24 课时 图形的相似	110
第 25 课时 解直角三角形	115

第八章 统计与概率	120
第 26 课时 统计	120
第 27 课时 概率	125

第二板块 热点问题突破

专题一 图表信息	130
----------------	-----

专题二 阅读理解 135

专题三 开放与探索 140

专题四 归纳与猜想 145

专题五 实验操作 149

专题六 方案设计与决策 153

第三板块 课时训练

课时训练 1 实数 158

课时训练 2 整式及因式分解 160

课时训练 3 分式 162

课时训练 4 二次根式 164

课时训练 5 一元一次方程和二元一次方程组
..... 166

课时训练 6 一元二次方程 169

课时训练 7 分式方程 171

课时训练 8 不等式与不等式组 174

课时训练 9 平面直角坐标系及位置的确定 ... 176

课时训练 10 一次函数 178

课时训练 11 反比例函数 181

课时训练 12 二次函数 185

课时训练 13 几何初步知识及相交线、平行线
..... 187

课时训练 14 三角形与全等三角形 189

课时训练 15 等腰三角形与直角三角形 192

课时训练 16 多边形与平行四边形 195

课时训练 17 矩形、菱形、正方形 198

课时训练 18 梯形 201

课时训练 19 圆的有关性质 203

课时训练 20 与圆有关的位置关系 206

课时训练 21 与圆有关的计算 209

课时训练 22 投影与视图 211

课时训练 23 图形的轴对称、平移与旋转 214

课时训练 24 图形的相似 217

课时训练 25 解直角三角形 220

课时训练 26 统计 223

课时训练 27 概率 226

参考答案 229

第一板块 教材知识梳理

第一章

数 与 式

第 1 课时 实 数

目标锁定

考纲要求	备考指津
1. 了解有理数、无理数和实数的概念,知道实数与数轴上的点一一对应. 2. 借助数轴理解相反数和绝对值的意义,会求一个数的相反数、倒数与绝对值. 3. 了解平方根、算术平方根、立方根的概念,会用根号表示数的平方根、立方根. 4. 了解科学记数法、近似数的概念,能按要求用四舍五入法求一个数的近似值,在解决实际问题中,能用计算器进行近似计算,并按问题的要求对结果取近似值. 5. 熟练掌握实数的运算,会用各种方法比较两个实数的大小.	实数是中学数学重要的基础知识,中考中多以选择题、填空题的形式出现,实数的运算主要是由二次根式、三角函数、幂等组成的混合算式的计算,常以计算或化简题出现,是多年中考常见的命题形式.

基础梳理

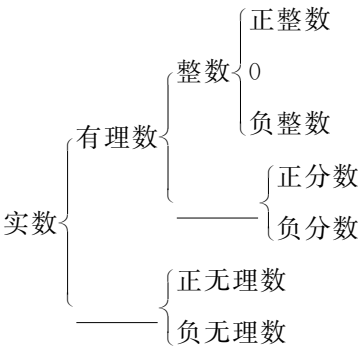
知识点一 正数与负数

在同一个问题中,分别用正数和负数表示具有_____意义的量.

特别地,0 既不是正数也不是负数,0 是正数与负数的分界.0 不仅可以表示一个数,还可以表示一个基准,比如 0℃是表示一个确定的温度.

知识点二 实数

(1)实数的分类



(2)实数与数轴上的点的关系:实数与数轴上的点_____,即每一个实数都可以用数轴上的一个点来表示;反过来,数轴上的每一个点都表示一个实数.

(3)无理数的几种表现形式:①带根号的:如 $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{5}$, $-\sqrt{2}$ 等开方开不尽的数;又如 $\sqrt{6}+3$, $\sqrt{12}-\sqrt[3]{2}$ 也属于带根号的无理数;但要注意不是任何带根号的数都是无理数,如 $\sqrt{9}$, $-\sqrt[3]{27}$ 就是有理数;②带圆周率 π 的:如 2π , $\pi-3$ 等是无理数;③人为构造的:如1.121 121 112...;④大多数三角函数值:在我们学习过的正弦、余弦和正切三种锐角三角函数中,除了结果等于1和0.5的几个三角函数外,其余的全是无理数,即除了 $\sin 30^\circ$, $\cos 60^\circ$, $\tan 45^\circ$ 这三个外,其余的都是无理数.

知识点三 几个基本概念

(1)相反数: a 的相反数是_____ ;数轴上表示相反数的两个点关于_____ 对称,到原点的距离相等.

(2)绝对值:数轴上表示一个数的点到_____ ,叫做这个数的绝对值;数 a 的绝对值记作 $|a|$. 一个正数的绝对值是它_____ ;一个负数的绝对值是它的_____ ;0的绝对值是0.

(3)倒数:乘积为_____ 的两个数互为倒数,特别地,_____ 没有倒数.

知识点四 科学记数法和近似数

(1)科学记数法:把一个数表示成_____ 的形式(其中 $1 \leq a < 10$, n 是整数),这种记数法叫做科学记数法.

(2)近似数:在许多情况下,很难取得准确数,或者不必使用准确数.对准确数进行估计,与其接近的数就是这个数的近似数.一个近似数,四舍五入到哪一位,就说它精确到哪一位.

知识点五

平方根、算术平方根、立方根的概念和性质

(1)平方根:若 $x^2=a(a \geq 0)$,则 x 叫做 a 的_____,记作_____.

(2)算术平方根:正数 a 的_____平方根叫做 a 的算术平方根,0的算术平方根是_____.当 $a > 0$ 时, a 的算术平方根记作_____.

(3)立方根:如果 $x^3=a$,那么 x 叫做 a 的立方根,记作_____.正数的立方根是_____数;负数的立方根是_____数;0的立方根是_____.任何一个实数有并且只有一个立方根.

(4) $\sqrt{a}$ 是 a 的平方根,则有 $(\sqrt{a})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

(5) $\sqrt[3]{a}$ 是 a 的立方根,则有 $(\sqrt[3]{a})^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

知识点六

0 指数幂、负整数指数幂

(1)0 指数幂 $a^0 = \underline{\hspace{2cm}}$ ($a \neq 0$).

(2)负整数指数幂 $a^{-n} = \underline{\hspace{2cm}}$ ($a \neq 0, n$ 为正整数).

知识点七

实数的运算

(1)实数大小的比较(此处只列举最简单和常用的).

①数轴法:在数轴上表示的两个点中,右边的点表示的数_____左边的点表示的数.

②绝对值法:两个正数比较大小,绝对值大的正数_____ ;两个负数比较大小,绝对值大的负数反而_____.

③求差法:设 a, b 为任意实数,若 $a-b > 0$,则_____ ;若 $a-b < 0$,则_____ ;若 $a-b = 0$,则_____.

(2)几种运算:加减法、乘除法、乘方和开方,其中开方包括开平方和开立方.

典题诠释

例1 -2010 的相反数是 ()

- A. 2010 B. -2010
C. $\frac{1}{2010}$ D. $-\frac{1}{2010}$

答案 A

方法归纳 互为相反数的两个数只有符号不同,绝对值是相同的,不要与倒数的概念混淆了.

例2 (2010·宁夏)把 61 万用科学记数法可表示为 ()

- A. 6.1×10^4 B. 6.1×10^5
C. 6.0×10^5 D. 61×10^4

解析 61 万 $= 610000 = 6.1 \times 10^5$.

答案 B

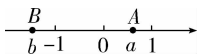
方法归纳 科学记数法的表达式为 $a \times 10^n$, a 是有且只有一位整数,而 n 是比原数的整数位数少 1,有时还要注意单位的换算.

例3 (2012·宁夏)计算: $2\sqrt{2} \cdot \sin 45^\circ - (-2012)^\circ - |1 - \sqrt{2}| + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$

答案 原式 $= 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 1 - (\sqrt{2} - 1) + 4 = 6 - \sqrt{2}$

方法归纳 正确理解零指数幂、负整数幂、绝对值的概念是关键.任何非零实数的零指数幂都等于 1; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$,特殊角的三角函数值也是实数运算中考查的内容之一.

例4 如图,数轴上 A, B 两点分别对应实数 a, b ,则下列结论正确的是 ()



- A. $a + b > 0$ B. $ab > 0$
C. $a - b > 0$ D. $|a| - |b| > 0$

解析 由题意可知: $0 < a < 1, b < -1$, 而且 $|a| < |b|$,

从而可知 C 正确.

答案 C

方法归纳 仔细观察数轴上的点所表示的实数的大小是解决本题的关键.一个实数的绝对值,就是数轴上表示这个数的点到原点的距离.

例5 比较下列两个数的大小: $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ 与 0.5.

解析 可以采用作差法解答.

$$\begin{aligned} \text{答案 } \because \frac{\sqrt{5}-1}{2} - 0.5 &= \frac{\sqrt{5}-1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{5}-2}{2}, \\ \because \sqrt{5} &> 2, \therefore \sqrt{5}-2 > 0, \\ \therefore \frac{\sqrt{5}-2}{2} &> 0, \therefore \frac{\sqrt{5}-1}{2} > 0.5. \end{aligned}$$

方法归纳 比较两个数(或式)的大小的方法较多,在平时学习中要善于认真总结实数的各种比较方法,要明确应用条件及适用范围.如:“差值比较法”用于比较任何两数的大小,而“商值比较法”只适用于比较两个正数大小,还有“平方法”“倒数法”等,要依据数值特点确定合适的方法.

例6 估计 $\sqrt{88}$ 的大小范围 ()

- A. 在 9.1~9.2 之间
B. 在 9.2~9.3 之间
C. 在 9.3~9.4 之间
D. 在 9.4~9.5 之间

解析 如果使用计算器进行估算,可得 $\sqrt{88} \approx 9.3808$, 非常容易地找出选项 C; 在中考里,一般不允许使用计算器.如果不使用计算器,我们可以采用“夹逼”的数学方法估算它的范围.①估算出 $\sqrt{88}$ 最高位(即个位)的范围:因为 $81 < 88 < 100$, 所以 $\sqrt{81} < \sqrt{88} < \sqrt{100}$, 即 $9 < \sqrt{88} < 10$; ②估算下一位(即十分位)数字的范围: $\because 9.2^2 = 84.64 < 88, \therefore \sqrt{88} > 9.2; \because 9.3^2 =$

86. $49 < 88, \therefore \sqrt{88} > 9.3; \because 9.4^2 = 88.36 > 88, \therefore \sqrt{88} < 9.4$. 故 $\sqrt{88}$ 的大小范围应在 $9.3 \sim 9.4$ 之间, 故选 C.

答案 C

方法归纳 从上面的两种解法, 可以看出计算器的强

大功能, 所以说, 在进行复杂运算时, 我们要善于运用现代工具解决问题, 但是也不能忽视数学的一些基本思想方法和算理(即推理计算的依据和道理).

素能训练

一、选择题

1. (2012 · 南安) 64 的平方根是 ()

- A. 4 B. 8
C. -8 D. ± 8

2. 点 A 在数轴上表示 +2, 从点 A 沿数轴向左平移 3 个单位到点 B, 则点 B 所表示的实数是 ()

- A. 3 B. -1
C. 5 D. -1 或 3

3. 下列运算正确的是 ()

- A. $\sqrt{9} = \pm 3$ B. $|-3| = -3$
C. $-\sqrt{9} = -3$ D. $-3^2 = 9$

4. (2012 · 黄冈) 下列实数中是无理数的是 ()

- A. $\sqrt{4}$ B. $\sqrt[3]{8}$
C. π° D. $\sqrt{2}$

5. (2012 · 江苏南京) PM2.5 是指大气中直径小于或等于 0.0000025 m 的颗粒物. 将 0.0000025 用科学记数法表示为 ()

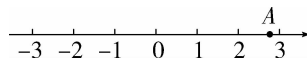
- A. 0.25×10^{-3} B. 0.25×10^{-4}
C. 2.5×10^{-5} D. 2.5×10^{-6}

6. (2010 · 浙江金华) 如图, 若 A 是实数 a 在数轴上对应的点, 则关于 a, -a, 1 的大小关系表示正确的是 ()



- A. $a < 1 < -a$ B. $a < -a < 1$
C. $1 < -a < a$ D. $-a < a < 1$

7. (2010 · 江苏南京) 如图, 下列各数中, 数轴上点 A 表示的可能是 ()



- A. 4 的算术平方根 B. 4 的立方根
C. 8 的算术平方根 D. 8 的立方根

8. 下列说法正确的是 ()

- A. 4 的平方根是 2
B. 将点 $(-2, -3)$ 向右平移 5 个单位长度到点 $(-2, 2)$
C. $\sqrt[3]{8}$ 是无理数
D. 点 $(-2, -3)$ 关于 x 轴的对称点是 $(-2, 3)$

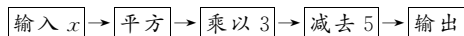
二、填空题

9. (2012 · 江苏镇江) $\frac{1}{2}$ 的倒数是 _____.

10. (2012 · 江苏无锡) 计算: $\sqrt[3]{-8} =$ _____.

11. 如果 a 与 1 互为相反数, 则 $|a+2|$ 等于 _____.

12. 按照下面所示的操作步骤, 若输入 x 的值为 -2, 则输出的值为 _____.



13. (2012 · 山东威海) 计算 $1^0 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2009} \times (-2)^{2010}$ 的结果是 _____.

14. 若 a, b 为实数, 且满足 $|a-2| + \sqrt{-b^2} = 0$, 则 b-a 的值为 _____.

15. 若 $\sqrt{(a-3)^2} = 3-a$, 则 a 与 3 的大小关系是 _____.

16. (2012 · 凉山) 对于正数 x , 规定 $f(x) = \frac{1}{1+x}$, 例如: $f(4) = \frac{1}{1+4} = \frac{1}{5}$, $f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{1+\frac{1}{4}} = \frac{4}{5}$, 则

$$f(2012) + f(2011) + \cdots + f(2) + f(1) + f\left(\frac{1}{2}\right) + \cdots + f\left(\frac{1}{2011}\right) + f\left(\frac{1}{2012}\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

三、解答题

17. (2013 · 宁夏) 计算:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} - \sqrt{27} + 6\tan 30^\circ - |\sqrt{3} - 2|$$

18. (2010 · 重庆) 计算:

$$(-1)^{2010} - |-7| + \sqrt{9} \times (\sqrt{5} - \pi)^0 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}.$$

19. 计算: $6\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt[3]{216} + (7+4\sqrt{3})(2-\sqrt{3})^2$.

20. 计算: $-2^2 + (\tan 60^\circ - 1) \times \sqrt{3} + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} - (-\pi)^0 - |2 - \sqrt{3}|$.

21. 已知 a, b 互为相反数, c, d 互为倒数, e 为非零数,

$$\text{计算: } (\sqrt{3} - \sqrt{2})(a+b) - \frac{1}{2}(cd)^{2010} + 3e^0.$$

— ■ ■ 第2课时 整式及因式分解 ■ ■ —

目标锁定

考纲要求	备考指津
1. 能分析简单问题的数量关系,并用代数式表示,会求代数式的值;能根据特定问题找到所需要的公式,并会代入具体的值进行计算. 2. 了解整数指数幂的意义和基本性质;了解整式的概念和有关法则,会进行简单的整式加、减、乘、除运算. 3. 会推导平方差公式和完全平方公式,会进行简单的计算;会用提公因式法、公式法进行因式分解.	整式及因式分解主要考查用代数式表示数量关系,单项式的系数及次数,多项式的项和次数,整式的运算,多项式的因式分解等内容.中考题型以选择题、填空题为主,同时也会设计一些新颖的探求型问题.

基础梳理

知识点一 同类项的有关概念

(1)同类项:所含_____相同,并且相同字母的_____也相同的项叫做同类项,几个常数项也是同类项.

(2)合并同类项:把多项式中的同类项合并成一项,即把它们的_____作为新的系数,而_____不变,叫做合并同类项.

知识点二 去括号法则

(1)括号前面是“+”号,把括号和它前面的“+”号去掉,原来括号里的各项_____符号.

(2)括号前面是“-”号,把括号和它前面的“-”号去掉,原来括号里的各项_____符号.

(3)整式的加减:几个整式相加减,通常把每一个整式括起来,再用加减号连接,然后_____,_____.

知识点三 整式加减法法则

一般地,几个整式相加减,如果有括号就先_____,然后_____.

知识点四 幂的运算性质
(注意逆运算同样成立)

$$(1) a^m \cdot a^n = \text{_____} (m, n \text{ 都是正整数}).$$

$$(2) (a^m)^n = \text{_____} (m, n \text{ 都是正整数}).$$

$$(3) (ab)^m = \text{_____} (m \text{ 是正整数}).$$

$$(4) a^m \div a^n = \text{_____} (m, n \text{ 都是正整数}, a \neq 0).$$

$$(5) a^0 = \text{_____} (a \neq 0).$$

知识点五 整式乘法法则

(1)单项式与单项式相乘,把它们的_____,_____分别相乘,对于只在一个单项式里含有的字母,则连同它的指数作为积的_____.

(2) 单项式乘以多项式: $a(b+c) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(3) 多项式乘以多项式: $(a+b)(c+d) = \underline{\hspace{2cm}}$.

知识点六 整式除法法则

(1) 单项式相除, 把系数与同底数幂分别相除作为商的 $\underline{\hspace{2cm}}$, 对于只在被除式里含有的字母, 则连同它的指数作为商的 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 多项式除以单项式: 先把这个多项式的每一项除以这个单项式, 再把所得的商 $\underline{\hspace{2cm}}$.

知识点七 乘法公式

(1) 平方差公式: $(a+b)(a-b) = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 完全平方公式: $(a \pm b)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

知识点八 因式分解的方法

(1) 提公因式法: $ma + mb + mc = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 公式法:

① 平方差公式: $a^2 - b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$;

② 完全平方公式: $a^2 \pm 2ab + b^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

典题注释

例1 (2010·宁夏) 下列运算正确的是 ()

A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$

B. $a^5 \div a^3 = a^2$

C. $a^2 + a^3 = a^5$

D. $(a^2)^3 = a^5$

解析 由幂的运算法则知 $a^2 \cdot a^3 = a^5$, $(a^2)^3 = a^6$, 故 A 项、D 项错误; C 项中的两项不是同类项, 不能合并, 所以 C 项也是错误的; 只有 B 项正确, 故选 B.

答案 B

方法归纳 幂的运算问题除了注意底数不变外, 还要弄清幂与幂之间的运算是乘、除还是乘方, 以便确定结果的指数是相加、相减还是相乘.

例2 如果单项式 $-3x^{4a-b}y^2$ 与 $\frac{1}{3}x^3y^{a+b}$ 的和也是单项式, 那么这两个单项式的积是 ()

A. x^6y^4

B. $-x^3y^2$

C. $-\frac{8}{3}x^3y^2$

D. $-x^6y^4$

解析 既然两个单项式的和仍然是单项式, 则说明这两个单项式是同类项, 根据同类项的定义可得 $4a-b=3$, $a+b=2$, 解方程组即可求出 $a=1$, $b=1$.

答案 D

方法归纳 掌握同类项的概念是解题的关键, 同类项是指所含字母相同, 并且相同字母的指数也分别相同

的单项式.

例3 先化简, 再求值: $(2a+1)^2 - 2(2a+1) + 3$, 其中 $a = \sqrt{2}$.

答案 原式 $= 4a^2 + 4a + 1 - 4a - 2 + 3 = 4a^2 + 2$.

当 $a = \sqrt{2}$ 时, $4a^2 + 2 = 4 \times (\sqrt{2})^2 + 2 = 10$.

方法归纳 解答整式混合运算的题目, 要牢记整式运算法则和公式. 特别注意括号前面是负号, 去括号时, 括号里各项符号要变号.

例4 (2010·宁夏) 把多项式 $x^3 - 2x^2 + x$ 分解因式结果正确的是 ()

A. $x(x^2 - 2x)$

B. $x^2(x - 2)$

C. $x(x+1)(x-1)$

D. $x(x-1)^2$

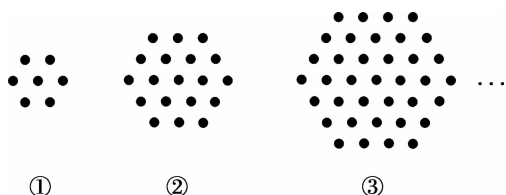
解析 原式 $= x(x^2 - 2x + 1) = x(x-1)^2$.

答案 D

方法归纳 因式分解时, 先考虑能否提公因式, 提取公因式时, 不仅要提取所含字母的公因式, 有时也要考虑系数的提取. 然后再看能否用公式继续分解. 另外要特别注意各因式必须分解到不能再分解为止.

例5 如图是用棋子摆成的图案, 摆第 1 个图案需要 7

枚棋子,摆第2个图案需要19枚棋子,摆第3个图案需要37枚棋子,按照这样的方式摆下去,则摆第6个图案需要_____枚棋子,摆第 n 个图案需要_____枚棋子.



解析 图案是一圈一圈的,可以根据每圈中棋子的个数得出规律.第1个图案需要的棋子枚数为 $1+6=7$,第2个图案需要的棋子枚数为 $1+6+12=19$,第3个

图案需要的棋子枚数为 $1+6+12+18=37, \dots$,由此规律可得第6个图案需要的棋子枚数为 $1+6+12+\dots+6 \times 6=127$,第 n 个图案需要的棋子枚数为 $1+6+12+\dots+6n=1+6 \times (1+2+\dots+n)=1+6 \times \frac{n(n+1)}{2}=3n^2+3n+1$.

答案 127 $3n^2+3n+1$

方法归纳 探索规律题一般要把各个数与次序之间建立一定的函数关系式,也就是要建立每个数与正整数 $1,2,3,4, \dots$ 之间的对应关系.要注意一般与特殊的转化.

素能训练

一、选择题

1. (2009·宁夏)下列运算正确的是 ()

- A. $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$
B. $(-6a^6) \div (-2a^2) = 3a^3$
C. $(a-2)^2 = a^2 - 4$
D. $2a - 3a = -a$

2. 下列运算正确的是 ()

- A. $(m-n)^2 = m^2 - n^2$
B. $m^{-2} = \frac{1}{m^2} (m \neq 0)$
C. $m^2 \cdot n^2 = (mn)^4$
D. $(m^2)^4 = m^5$

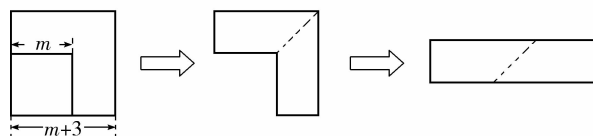
3. 化简: $(a+1)^2 - (a-1)^2$ 等于 ()

- A. 2
B. 4
C. $4a$
D. $2a^2 + 2$

4. (2010·山东威海)已知 $a-b=1$,则 a^2-b^2-2b 的值为 ()

- A. 4
B. 3
C. 1
D. 0

5. 如图,边长为 $(m+3)$ 的正方形纸片剪出一个边长为 m 的正方形之后,剩余部分又剪拼成一个矩形(不重叠无缝隙),若拼成的矩形一边长为3,则另一边长是 ()



- A. $2m+3$
B. $2m+6$
C. $m+3$
D. $m+6$

6. 下列分解因式正确的是 ()

- A. $2x^2 - xy - x = 2x(x-y-1)$
B. $-xy^2 + 2xy - 3y = -y(xy-2x-3)$
C. $x(x-y) - y(x-y) = (x-y)^2$
D. $x^2 - x - 3 = x(x-1) - 3$

7. 把 x^2+3x+c 因式分解得 $x^2+3x+c=(x+1)(x+2)$,则 c 的值为 ()

- A. 2
B. 3
C. -2
D. -3

8. 已知 m 是一个整数, 若 $x^2 + mx + 25$ 是一个完全平方式, 则 m 的值是 ()

- A. 20 B. 10
C. ± 20 D. ± 10

9. (2012 · 苏州) 若 $3 \times 9^m \times 27^m = 3^{21}$, 则 m 的值是 ()

- A. 3 B. 4
C. 5 D. 6

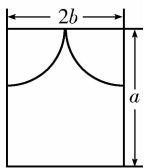
二、填空题

10. (2009 · 宁夏) 分解因式: $m^3 - mn^2 =$ _____.

11. 计算: $3x^3 \cdot \left(-\frac{1}{9}x^2\right) =$ _____; $-(-2a^2)^4 =$ _____.

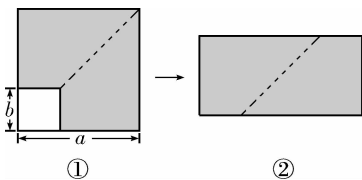
12. 若多项式 $4a^2 + M$ 能用平方差公式分解因式, 则单项式 $M =$ _____.(写出一个即可)

13. (2010 · 宁夏) 矩形窗户上的装饰物如图所示, 它是由半径均为 b 的两个四分之一圆组成, 则能射进阳光部分的面积是 _____.



14. 若 $2^x = 3$, $4^y = 5$, 则 2^{x-2y} 的值为 _____.

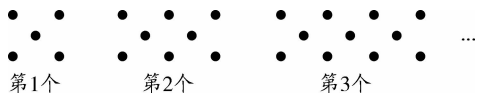
15. 在边长为 a 的正方形纸片中剪去一个边长为 b 的小正方形 ($a > b$) (如图①), 把余下的部分沿虚线剪开, 拼成一个矩形 (如图②), 分别计算这两个图形阴影部分的面积, 可以验证的乘法公式是 _____.(用字母表示)



16. (2010 · 江苏常州) 若实数 a 满足 $a^2 - 2a + 1 = 0$, 则 $2a^2 - 4a + 5 =$ _____.

17. (2010 · 湖北荆州) 用围棋子按下面的规律摆图

形, 则摆第 n 个图形需要围棋子的枚数是 _____.



三、解答题

18. (2012 · 江苏宿迁) 求代数式 $(a+2b)(a-2b) + (a+2b)^2 - 4ab$ 的值, 其中 $a=1$, $b=\frac{1}{10}$.

19. (2011 · 西宁中考) 给出三个整式 a^2 , b^2 和 $2ab$.

(1) 当 $a=3$, $b=4$ 时, 求 $a^2 + b^2 + 2ab$ 的值;

(2) 在上面的三个整式中任意选择两个整式进行加法或减法运算, 使所得的多项式能够因式分解. 请写出你所选的式子及因式分解的过程.

20. (2012 · 广东) 观察下列等式:

第 1 个等式: $a_1 = \frac{1}{1 \times 3} = \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right)$;

第 2 个等式: $a_2 = \frac{1}{3 \times 5} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right)$;

第 3 个等式: $a_3 = \frac{1}{5 \times 7} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right)$;

第 4 个等式: $a_4 = \frac{1}{7 \times 9} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9}\right)$;

...

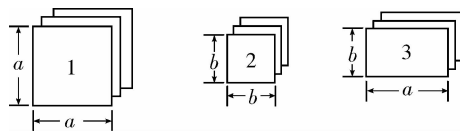
请解答下列问题:

(1) 按以上规律列出第 5 个等式: $a_5 = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$;

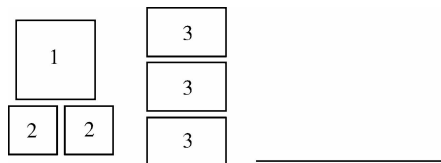
(2) 用含 n 的代数式表示第 n 个等式: $a_n = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (n 为正整数);

(3) 求 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \cdots + a_{100}$ 的值.

21. (2011 · 浙江衢州) 有足够多的长方形和正方形的卡片, 如下图:



(1) 如果选取 1 号、2 号、3 号卡片分别为 1 张、2 张、3 张, 可拼成一个长方形 (不重叠无缝隙). 请画出这个长方形的草图, 并运用拼图前后面积之间的关系说明这个长方形的代数意义.



(2) 小明想用类似的方法解释多项式乘法 $(a + 3b)$

$(2a + b) = 2a^2 + 7ab + 3b^2$, 那么需用 2 号卡片 张, 3 号卡片 张.

— ■ ■ ■ 第3课时 分 式 ■ ■ ■ —

目标锁定

考纲要求	备考指津
1. 了解分式、最简分式、最简公分母的概念,能利用分式的基本性质进行约分、通分. 2. 能根据分式的加、减、乘、除的运算法则解决计算、化简、求值等问题,并掌握分式有意义、无意义和值为零的约束条件. 3. 会进行简单的分式加、减、乘、除之间的混合运算.	中考中重点考查分式有意义、分式的值为零的条件,分式的运算、化简、求值的方法和技巧.命题多以选择题、填空题或化简求值的形式出现.

基础梳理

知识点一

分式的值为0、分式有意义及无意义的条件

(1)分式的值为0:分式的值为0,需满足两个条件,一是分母的值_____,二是分子的值_____,这两个条件缺一不可.

(2)分式有无意义:分式中的字母的取值使分母_____,分式无意义;要使分式有意义,需满足分式里的分母的值_____.

知识点二

分式的基本性质及其应用

(1)分式的基本性质:分式的分子与分母同乘(或除以)一个不等于0的整式,分式的值_____.

(2)约分:把分式的分子与分母的_____约去,叫做分式的约分.

(3)最简分式:分子与分母没有_____的分式,叫做最简分式.

(4)通分:把异分母的分式化为_____分式的过程,叫做通分.

(5)最简公分母:各分母所有因式的_____次

幂的积叫做几个分式的最简公分母.求最简公分母的一般方法是:如果各分母都是单项式,那么最简公分母就是各系数的最小公倍数和所有字母的_____次幂的乘积;如果各分母都是多项式,就要先把它_____ ,然后把各个因式当作一个字母,再按照单项式求最简公分母的方法处理.

知识点三

分式的运算

(1)分式乘法: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$.

(2)分式除法: $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$.

(3)分式的乘方: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ (其中 n 为正整数).

(4)分式的加减法:同分母的分式相加减: $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$;
 $\frac{b}{c} = \frac{bd}{cd}$;异分母的分式相加减: $\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm bc}{bd}$;
 $\frac{bc}{bd} = \frac{c}{d}$,计算结果要化成最简分式.

典题注释

例1 若 $\frac{|x|-1}{x^2+2x-3}$ 的值为零, 则 x 的值是 ()

- A. ± 1 B. 1
C. -1 D. 不存在

解析 当分式的分子是零、分母不是零时分式的值为零, 当 $|x|-1=0$ 时, $x=\pm 1$, 而 $x=1$ 时, 分母 $x^2+2x-3=0$, 分式无意义, 所以 $x=-1$.

答案 C

方法归纳 在判断分式的值为零时, 在注意分子为零的同时, 一定不能忘了同时分母不能为零.

例2 下列运算中, 错误的是 ()

- A. $\frac{a}{b} = \frac{ac}{bc} (c \neq 0)$
B. $\frac{-a-b}{a+b} = -1$
C. $\frac{0.5a+b}{0.2a-0.3b} = \frac{5a+10b}{2a-3b}$
D. $\frac{x-y}{x+y} = \frac{y-x}{y+x}$

解析 根据分式的基本性质可知 A 项、B 项、C 项正确, D 项中 $\frac{x-y}{x+y} = \frac{-(y-x)}{x+y} = -\frac{y-x}{y+x}$.

答案 D

方法归纳 应用分式的基本性质时, 要注意“都”与“同”这两个字的含义, 避免犯只乘分子或分母的错误.

例3 化简: $\frac{m^2-4mn+4n^2}{m^2-4n^2} =$ _____.

解析 $\frac{m^2-4mn+4n^2}{m^2-4n^2} = \frac{(m-2n)^2}{(m-2n)(m+2n)} = \frac{m-2n}{m+2n}$.

答案 $\frac{m-2n}{m+2n}$

方法归纳 (1) 分式约分的步骤: ①找出分式的分子与分母的公因式, 当分子、分母是多项式时, 要先把分式的分子与分母分解因式; ②约去分子与分母的公因式.

(2) 通分的关键是确定最简公分母. 求最简公分

母的方法是: ①将各个分母分解因式; ②找各分母系数的最小公倍数; ③找出各分母中不同的因式, 相同因式中取次数最高的, 满足②③的因式之积为各分式的最简公分母.

例4 先化简, 再求值: $\frac{x}{x+2} - \frac{x^2+2x+1}{x+2} \div \frac{x^2-1}{x-1}$, 其中 $x = \sqrt{3}-2$.

解析 原式 $= \frac{x}{x+2} - \frac{(x+1)^2}{x+2} \cdot \frac{x-1}{(x+1)(x-1)}$
 $= \frac{x}{x+2} - \frac{x+1}{x+2} = \frac{-1}{x+2},$

将 $x = \sqrt{3}-2$ 代入, 得原式 $= \frac{-1}{\sqrt{3}-2+2} = -\frac{\sqrt{3}}{3}.$

方法归纳 在化简分式的过程中, 要注意对分式的分子、分母进行因式分解, 然后简化运算, 再运用四则运算法则进行求值计算. 分式混合运算的顺序是先乘方, 后乘除, 最后加减, 有括号的先算括号内的, 其乘除运算归根到底是乘法运算, 实质是约分, 分式加减实质是通分, 结果要化简.

例5 先化简, 再求值: $\left(\frac{m-n}{m^2-2mn+n^2} - \frac{mn+n^2}{m^2-n^2} \right) \cdot \frac{mn}{n-1}$, 其中 $m=2\sqrt{2}, n=\sqrt{2}$.

解析 本题应该先算括号里分式的减法, 由于两个分式都能化简, 所以需要把括号里的两个分式先化简, 再运算.

答案 原式 $= \left[\frac{m-n}{(m-n)^2} - \frac{n(m+n)}{(m+n)(m-n)} \right] \cdot \frac{mn}{n-1}$
 $= \left(\frac{1}{m-n} - \frac{n}{m-n} \right) \cdot \frac{mn}{n-1}$
 $= \frac{1-n}{m-n} \cdot \frac{mn}{n-1} = -\frac{mn}{m-n}.$

$\because m=2\sqrt{2}, n=\sqrt{2},$

$\therefore$ 原式 $= -\frac{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{2\sqrt{2} - \sqrt{2}} = -\frac{2\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = -2\sqrt{2}.$