

增广时务新策

一
玉
十
册

增廣時務新策卷十一

算學

地圖經緯說

說文經緯從絲也

從字括御覽引以緯緯橫絲也此從橫本誼釋各南地為經東西為緯

之周禮天官冢宰疏

南北之道謂之經經人注疏南北為緯發工記匠人北經九緯疏南北之道為緯大

戴記家語

南北為緯呂覽淮南高注子午為緯周髀算經注南北為緯後漢書地理志大

目省揚子

經則有西有東北均同今中外圖通符古誼天道潛北而見南故地圖亦上北而下南下之者

向之也即張衡蔡邕王陽緒說北高南下意也自東橫西曰緯線以赤道為根赤道北曰北緯線南可類

推緯線曰南此有定者也經線自北直南中國當以京城觀象臺為主外國亦自起其都東曰東經線西曰

西經線此有定者也而或疑無定為有定此雲龍所以不能已於說也赤道緯線亦曰中

線亦曰赤道南北各二十三度二十有八分曰黃道寒溫漸得嶺平近日度也又南北各四十三度四分

曰黑道去日度遠是為南北冰海所為赤道黃道黑道者見周禮馮相氏洪範正義後漢志晉志唐志

志而經線兩端南北極也亦曰極徑自赤道直北二十三度有半俗名北帶亦謂畫短圖又謂夏至圖南

亦如之俗名南帶亦謂畫長圖又謂冬至圖以地面言畫長畫短二圖時有變更自北極直南二十度

有半俗名北圖線南極北極亦如之俗名南圖線此二線亦稱二寒界圖又為黃極圖凡言二十三度半

者細數二十三度二十七分二十秒也五道云者南帶至北帶曰熱道常赤道日度故也北帶至北圖線

曰北溫道南帶至南圖線曰南溫道近赤道日度故也南圖線至南極曰南寒道北圖線至北極曰北寒道

遠赤道日度故也舊說寒溫以南北分非耶是耶凡地圖經緯十度為一線線之縱橫南北自赤道計東

西自經線根計中國以地面半圖為三百六十國之半以二百里計度是為三萬六千里赤道長四萬七

經緯線各十有九而東西面經緯線則各三十有六

全地圖說

元續全地圖不外正與平與偏所謂三等面也俗曰正式平式斜式其圖景亦正而面以子

午圖南北平面以赤道偏面則以其取地平地平云者緣人立處引直線至地心再作橫線是為地平凡

圓界以十字均分三百六十度為四象限九十度為一象限張之言曲虛線之言連珠點也中經緯云者

南極居中之直線亦謂軸線也經圖即經線之圖繞者經線近赤道者二百里一度漸北漸發非等矣

而緯線相距數等凡言距等圖緯線也赤道南北二十三度半為冬至夏至兩極南北二十三度半為黃

極圈此通例也其圖漢凡六一日經緯圖即兩平儀也亦謂之正經緯此圖可正可平不可偏何以言正

面也分子午圖中四之一為一象限分一象限九之一為十度每十度為一線其赤道南北作平行線

緯線也其根南北極作橢圓線兩端即即經線也蓋從圖界一象限均分為九分視圖不經緯線係分作

虛垂線垂至赤道垂線即八線之弦線也名弦線者以此而緯線兩端歸此而定弦線與赤道交點為各

經線過處即作橢圓經線之準而近邊嫌狹何以言平面也赤道為圖界兩極為圖心均分圖界為四九

即三十六經線端也絲圖界即絲道引至圖心依經線端作虛垂線即作緯線距等圖之準經線重疊緯

線圖繞而結成格形外侈而短中狹而長後缺懸殊難可量以此例天地二曰切線蓋經緯線通遠濶

也圖界無異者從赤道東作九虛線斜行而西至赤道北之九廿度經緯準此又從南極作九虛線斜

行西北在北道北之九十度經緯準此中經緯與赤道交點作割線緯北極作切線平行而東縣圖心

作九割線至切線止凡圖心角所當之弧即圖界半角所當之弧每十度半弧之正切線可作緯線緯下

而上相距伸縮之比經緯外侈而短中狹而長非此則求緯定誤也蓋正尺周濶非易以斜線加密後即

專用斜線以為簡濶然引伸於切線故仍謂之切線蓋其經緯向心其緯分曲而向南北此正面也平面

之經直緯環同而惟彼外密中疏此則中密外疏也凡切線圖以切線尺線中而外量其經緯度數可任

意量其相距度或以切線作偏面圖是其地分見東西兩半面也中國無須乎此即如是以倫敦為圖心

倫敦北極出地五十一度有半即為其地中緯線從其線端作虛斜線東行均分若干度其中虛線與各緯線交點引為緯線欲續中經線先作南極點於國界外折半為中心作大圓緣切緯線改為經線三百平分度其正面先分十字全徑為三百六十度若經若緯中邊國界均分其平而亦以極為心其偏面亦以地平為國界然經緯俱改橫圓而緯線東西各長四四寸方寸生虛續地三之二於一圓欲其得二百二十七度也或謂此於星圖便五耳若續全地分為四圓蓋以地三之一為一圓近邊不嫌其短欲顯地形於方錐以救切線中缺邊後之失也其半徑七十度三十分度與九十然表尺差轉多於切線濫去曰海石耳濫全地分為三圖而近南極處一用二百四十度之周一用半圓一用百二十度之周七曰星加禧濫即圓柱濫也又當別論就前之經緯切線二濫其善者也而切線濫尤勝無他差數少也

讀者以海
者名

地分圖說

地分圖濫才五司不如圓錐而圓錐外切線不如圓錐內通徑何言才五司也

人

因以名圖圖濫直線上距等中心不一其經線曲其過緯線若緯度除徑與半徑比其經緯線成直角而

緯線之經度相距有差經線亦不免旁疏於中

英兵部圖用此法見英海圖會全第三十冊

濫圓錐矣續地於平紙而欲於渾

圖真形無大差違圖雖濫所錄起也濫二一曰切線作距等三圖於地面之半其線切於中國者亦即其

中心視錐夫即以為兩距等國之派之中心其經線直其中國無差而上下圖略差者南北圓錐不切故

也其北極外切線為中國餘切其差在北狹而對角線不等然地狹而長者宜二曰通徑先是木耳大克

剏濫圓錐面出入交於中國或下圖後有得里耳濫

斯圖

圓錐線入國面在上中國開出在中下圖間

其距等公心在中經線與圓錐線相交處其相割處入兩端向左右平分其里而上下各聯直線地寬而

短者宜如以中國圖求通徑濫分地面之四為一象限其北為極其中為心其椎尖為五十五度切線之

根而切線外之餘切此其入國面在七十度其出國面在四十度南北無異

北極略嫌中狹耳然差少

或曰中國圖宜切線濫意謂京居中可無大差而北狹南後差較多於通徑矣

如以國錐通徑濫為五洲圖其經緯線中為西三

地動說

說地主動非自西始雖諸子亦能道之如列子曰運轉亡矣天地密移時覺之哉莊子曰天其運

乎地其處乎日月其爭於所乎孰主張是孰綱維是孰居無事推而行是意者其有機緘而不得已邪意者其運轉而不能自止邪尸子曰地右圓而起端畢鸛冠子曰地循理而作進而證之春秋元命苞曰地三計地所以右轉者氣濁精少含陰而起運故轉迎天佐其道又曰陰右動注動而東也譯西轉東之西說基此矣商書攷靈囿曰惟茲地有四海冬至地上北而西三萬里夏至地下南而東復三萬里春秋分則其中矣地恆動不止人不知譬如人在大舟中閉牖而坐舟行不覺也張華博物志亦引之岸動舟不覺動之西說又拓此矣或疑違經請與言易坤至靜以德言也不然何言靜又言動與承天時行之情即萬世中外地學之宗也動而有定者二一為轉不變向一為南北之極不變方位近中國為北極遠為南極而從古至今之緯度固有一變所謂得主有常非與西說天算學之濫實本動重學之理何以言之謂地蓋學宜無盡界否則日月矣錄出入乎界盡則浮空中不難於動而難於不動一也凡物等重必變如地不動者通陸必消蝕成正圓非橢圓矣橢圓錄動二也凡重物動有離心力生攝力恆向地心一名地心力亦名向心力有直加有遞加非幾何學難輔重學而離心力錄地動而生居向心力二百八十九分之一三也陸居四之二而水居四之三地動何以不洩亦猶鹹水之為純難而轉其四邊水起欲離不能有力阻之四也欲明地動而人不顧之理亦有重學五也地亦一行星六也天動地不動之舊說據之日月行星其理不符七也而地動有二一為一日自轉一周一為環日一年一周又何以言之日既自轉一周凡二十七日六小時二刻六分又一周天凡三百六十五日四分日之一非地日一轉何以北轍東北風南轍東南風而赤道氣至地面北轍西南風南轍西北風也指一星於地界若干度非地日一轉何以明日復然也知斯三證所謂夫鉅動者夫矣歟曷言地環日一年一周也其道橢圓其行自西而東一日而時異一年而日月又異地背日半面為夜向日半面為晝晝夜半分則春秋分時也中國居赤道

北當赤道北向日時中國漸煥北極而赤道南向日時中國漸寒北極若毒若秋地斜向日然則四時非

地動無以成也譬之二丸環行天空必繞重心日大於地百三十八萬四千四百七十二倍地繞重心即

繞日也凡物行之遲速與加力之大小為算學平圓率而繞行之道輒為橢圓日力吸地視此地小於日

故速於日而日轉若不動李善蘭叙談天曰證以距日立方與周時平方之比例及恆星之光行差地道

半徑視差而地之繞日益信證以彗星軌道雙星相繞多合橢圓而地與日之行橢圓益信善蘭算學西

人所自數弗如者也其主地動說如此而或疑何與雲龍惜其疑不擇則天算幾何動重學諸書皆不克

編欲述諸學釋例而未遑也輒舉淺近大要而撮經籍說以導之

天空說 謂天蓋空難者曰晉天文志天轉如磨日月東行而天牽之以西豈無據乎珣會者輒謂天載星

轉此於恆星環繞之象似亦近是而實測以日月及諸行星之理則大不然蓋無不有歲差章動差也是

以天算家有地轉之定論即可無疑於天空之定論古非無言天空者而知言則鮮即如晉隋志曰宣夜

唯漢秘書郎鄒萌記師傳云天了無質日月眾星自然浮生虛空之中其行須氣咸庫中虞喜作安天論

光曜布列各自運行葛洪識之曰可辰宿不麗於天天可言無雅川可謂知言之還就言而論鄒虞未為

非也而葛不以為是葛未為是也而晉隋志不以為非千百年來無論定者請仍證之舊說內經岐伯曰

地太虛之中也按太虛猶列子天積氣耳無處無氣若屈伸呼吸于天門者無有也鵬冠子天者神也

地者形也類此可為宣夜家之說之證或問天氣有盡界乎曰難言也量地面氣居海面氣重八之一離

地漸高漸清而輕以風雨表測之高十尺氣輕三十之一高萬有六百尺輕三之一高萬八千尺輕二之

一編中野愈輕愈薄高如地徑百之一一約已薄極不免生物作無氣論可而較雲厚十之八一

七高不過二所謂蒙氣者即氣之變光生差也知蒙氣層出不同而天空說益信

七政高下說 問日月五星行天而有高下說始西乎曰否楚辭天問圓則九重後漢崔駰傳九乾謂天

晉陶侃傳天門九重與廣雅九天同按漢書樂志九閏似與九重異聞之月在下蔽日而食步日食者

有里差而非恆星最上於地最遠何異月與五星皆能掩食恆星也而非月最下何以能掩食五星也而非五星在恆星之下月之上距地各有遠近何以五星互掩也日大於月月小於恆星而視日月大於恆星非與高下分遠近歟近地者月也漸遠之星由水而金而日而火而木而土而恆星

粵自河遊仲馬圖開八卦之先洛出靈龜書備九疇之用所謂象而後有滋滋而後有數也是以春皇御世陰陽研六公之精炎帝嗣基氣朔啓一元之秘翠鳩受籙元宮漸割乎天苞白阜呈圖廣義咸歸乎地紀官舊少師命五正以分司紀述高辛序三辰而著象軒轅纂統益明星氣之占顯項乘權更纂重黎之業蓋支分配難並策於潛龍律呂均調協和聲於鳴鳳算明隸首為九數之權輿蓋這客咸賞三家之肇始業精推步無資稽攷之術度舉雖舉不逮義儀之屬漸自皇初逮於中古天算之學星日為昭矣迨乎旁羅恩象四時首定於唐都仰察璇璣之政並齊於虞陞羲和分測量壽永短之差章亥周行步記廣輪之異治垂神禹握勾股以程功術受商高割圓方而立法巫咸甘石既察法之攸分馮相保璋亦職司之各判三代而下六朝以還時憲屢更術元畧立運更采太初之法崖略僅存孟堅引三統之言規模羸其續漢書於紹統術列諸家修晉志於鴻臚辨眾說借端著策惟大行之爭推取數脈茲獨授時之首冠大抵初承舊法各運精思惟則驗之日精故推求之漸密觀夫制傳落下農創造乎渾儀銘讚佐公猶代垂乎刻漏日行光道知宿度之宜循月食對衝識日躔之所在劉宏乾象升分始覺其太強虞喜安天歲差遂固而立法晦朔並望何承天課定餘分伏逆遞留張子信推明緯度類皆鉤深索隱造極詣微代不乏人僕雖更數耳夫成周設教常懸保氏之規矣漢開基猶繫史官之掌算經分習李唐並重予六科祀典初頒趙宋兼崇乎五學莫不垂諸令典而在神條欽惟我聖朝道崇稽古治本右文學究天人功參造化聰明獨擅河洛以探源理數重賁貫中西而合撰天山底定新疆呈地理之圖月義求賓上館肄天文之下六儀並設詳瞭望於臺官四率相求極探研於博士輔輪應召由結學以參微節著緯經合瞻人而必研一時研筆管毫之士懷錫握藥之流靡不並習九章兼明八線或謂窮探要眇洞究淵微無非儒者之真長究極顯微門之世守然則刊為正緯訂墜搜遺仍資汲古之功尤重通人之學被法五位三所溯淵國於台輅二首六身核疑年於史越斯方圖

辯難度算以徵明杜氏審秋據術元而致正勅宜紀候詳紀夏正之篇器尚改工審訂冬官之記他若
名存夕榮備古義於秦書得者重義謹通言於劉序縱橫定位早詳孫子之道經正負無人更見松庭
之算例招差環疊郭邢臺術草猶存際積會圖沈存中筆譚獨及豈若榮陳答問附周詳而難通唐顧
貽書讀天元而未能解者哉若夫中西雖判理法無殊信異地之同符如開門而合轅即如大圓設問當
徵數體之篇地動星形屢見緯書之說精圖立法稽古訓於重均蒙氣有差證前關於姜夔以及形理
句股實為三角之未度者孤弦能賅八線之用對數之設原比例之相連代數之推亦四元之通術固
不僅借根方之捷法悉本天元一之遺規也已且夫率繩規矩聖人既竭其心思度量權衡舉世咸遵
軌乎則以故兵刑錢穀項肩周知禮樂文章燦明可紀蟻旋乾軸樞凡管而金匱鑒往神機操寸雖而
盡測萬深廣遠無非按數以推求曲直方圓凡屬有形而莫不隨處皆然日開利在民生雖小大以兼
縣合精粗而畢貫引經量用審按管子之書權衡持籌曾覽臨川之說劉士安之轉運明察推越廣
漢之鈎稽精能莫及以至潮來應月苑壙毛之盈虛氣動生風辨馬牛之順逆與夫俛仰蟲蛇鏡鏡焉
焉電氣潛通水雷既發運機輪而遠駛設高鏡以冥搜更推行而靡窮亦範圍之莫外者矣

語見根底有筆有書附以工程猶其餘事

論四元相消之理

湯金鑄

四元之書今所存者以元朱溪卿四元玉鑑為最古然四元實由天元所推廣而天元則宋秦道常
學九章元李銳齊測圓海鏡蓋古演段郭邢臺術時應草皆著其法今並存以應王季通舊古算經所
失諸術多與天元四元所衍得者同翼亦據此而作也後九章算學少廢章曰猶一算為法步之似即
為天元一所自始顯天元因循一而立然所借止於一用猶休續故雅行為四元而四元法則尤本方
程以為用也蓋天元地元阳方程之一色一色而合式云云即節權之一行二行故方程多一色須多
一行猶元術多一元即多一試四元之相消無異方程之互乘對減方程對減一偏去一色而省一宿

四元相消一偏亦去一无而省一式然則對減者方程之轉樞而相消者實四元之關鍵矣夫相消與
與常法相減無異而理則有殊蓋減則數有大小即有減餘之數而相消必兩數參差相等消後數有
對者法之無對者法之無對者列為正負存之故所得必正負相當而等於無數天元四元如是方程
亦如是也相消法立一元者須得相等兩如積相消通等左數須開平方始與又數等者即又數等於
左數之平方根也故以又數自乘即與寄左數相等因自乘必無奇率開方數常不盡故以此通之也
或通左數當以某數除之始與又數等者即又數小於左數若干倍也則以其數乘又數令大若干倍
即與左數相等因如積常不受除故以此通之也兩數既等即可消為一行得開方式若立二元者既
有兩如積相消而得一式矣然式中又有兩元之和數或數則兩元仍不可知故必更求兩如積相
消而得又一式乃以此二式相消得開方式其法以所得二式左右列之以右式最左一行偏乘左式
以左式最左一行偏乘右式則二式之最左一行必相同而相消必盡猶方程之互乘對減必減去最
上一層也知其必盡故不必乘亦不必減所以省算也如是屢乘屢消以消至一行止為開方式若遇
兩式中左行之數倍大於此若干倍者可以約率乘之不必互乘蓋互乘所以齊同今此既小於彼若
千倍則依若干倍之即與彼齊同矣兩式之行數不同如左式三行右式止二行者即以右式移左
一行消之其能移左看如以地元一偏乘之也通層數高下不同者亦然如右式有數在太上一層左
式太下一層始有數可令右式隨而從之或以左式升而從之其能任意升降者如以天元一偏除之
或偏乘之也若立三元則可任意升降而不可任意左右蓋地人兩元互相牽制也必消去人或地
元乃可任移左右也立四元則牽制更多升降左右均所不能必消去天元或物元乃可升降消去人
元或地元乃可左右也故三元四元之法過行數層數不齊者必用剔消法取之剔消之理因各式之
數既正負相當則任以一數乘之或除之其相當固不變即其數任分為二各自乘相減所得仍相當
不變也故三元法過各式行數多少不齊即將少行之式直刻為二各自乘而相消則數本為元者可

增而為面體及多乘方可與多行之式相消矣四元法遇各式行數層數均不齊者則直別一式使少行增為多行又橫別一式使少層增為多層亦可與多行多層者相消矣至舊法天物相乘地人相乘得數皆紀於交紐中式中有此則視其由何數相乘而得者即以其數除而去之若不受除則乘他式以齊之凡此皆不外通分齊同之義而能盡相消之用者也

正負相當等於無數則任以數乘之除之或自乘開方或別乘相消必仍相當而等於無數作者以此釋相消之理良由於四元代數實微統熟故能語必致約

開古法定開章歲置七閏是無餘分否度量衡成起於黃鐘能引伸其說與中星定候唇刻以分七改周天運速各異能言其故與大算為綱術首發盡釋迷之

湯金鑄

謹案古置閏法三年一閏五年再閏十九年共置七閏而氣朔以齊歲實三百六十五日四分日之一通分納子得十四百六十一月法二十九日九百四十分日之四百九十九通分納子得二萬七千七百五十九九除之先以法分子乘實分母得十一萬千〇三十六為法以法分母乘實分子得百三十七萬三千三百四十為實實如法而一得十二月餘十一萬千〇三十六分月之四萬〇九百〇八約之得十九分月之七即一歲中月數之餘分也積至十九年則餘分為百三十三以十九九除之得整月七是為十九年有餘月七而餘分適盡也惟以今歲實月法求之則不然耳夫黃道每歲有差歲實內之而變古率其疏不能不改其法之實則歲實適有消長惟當時測驗修政斷不能立為定率歷朝所立歲實皆與四分不大相懸古人創始之功故未可忘耳史記律書言六律為萬事根本蓋以備數和聲審度嘉量權衡而歸焉一歲也而六律又本黃鐘故漢志謂量度衡皆由此出數理精蘊首即闡明其理蓋黃鐘之律為萬事之本黃鐘為宮則太簇之商姑洗之角林鍾之徵南呂之羽皆以正聲應之而不復與他律相復黃鐘所以至尊也故其長九寸橫黍以為分寸尺丈引則曰度而物之長短不差毫厘所容千二百黍以為龠合升斗斛則曰量而物之多寡不失圭撮因所容千二百黍之重以為

兩斤鈞石則曰權衡而物之輕重不爽忽微蓋得其本而物自不能外也夫萬物豈有能外於數者即
豈有能外於度量權衡者哉中星定候星刻以分堯典所載鳥火昴虛為測中星之始夏時距厯虞未
遠故小正所言星象與堯典多同月令為呂不韋作出於周秦之際去唐時已遠故所紀昏旦中星與
堯典不合鄭志答孫顗云月令舉其月初尚書總舉一月故不同孔穎又引三統元嘉二術以證中星
之異謂月令但言大畧不與應正同由未識歲差故耳歲差法昉於虞書歷代推求加密近測分點每
年退行五十秒二三四九二加以黃道橢圓長短之變及章動差赤極統黃極之道行或後或前黃道
內外恒星必乍遠乍近其經緯差不等故中星隨時遠移謹索協紀辨方書所載有乾隆四年中星更
錄紀度甚詳儀象考原歲差加減表可為上致下察之率中星既定則晝夜永短之差可以得其真
數矣漢志三統術所言五步之法為恒步五星是於紀載之始其率甚誤所推日月行度亦非密率至
元郭邢臺蓋章術元專憑實測所得七政行度較前代為密明季西法用小輪推定日月五星行度周
時載新法算書證索歷象考成後編依地動理用橢圓比例尤為密合近譯譚天謂地與月同為行星
之一日食由月體所掩月食由月入闇虛其晦朔弦望由向日背日之不同皆與舊說無異至五星之
有遲留伏逆者因諸行星橢圓道皆以日為一人心人所居之地不在星道之中而地又行於赤道而生
視差故金水有晨夕兩合火木土有合有衝所見不同有因地道內外之異也其周天運速各異者由
距日有遠近而橢圓面有大小也用橢圓法比例悉歸一律一同時同面積比例無論在橢圓何點及
面大小其歷時同則距離所過面積同一距日立方周時平方比例無論距日遠近周時運速各殊令
以星地繞日一周之時各自乘為平方之比如星地距日中數各再乘為立方之比皆可以四率推之
如法求得七政中恒星周之太陽日數日為三百六十五日二五六三六二二月為二十七日三二六
六一四一八水星八十七日九六九二五八〇金星二百二十四日七〇〇七八六六火星六百八十
六日九七九六四五八木星四十三百三十二日五八四八二一二土星一萬〇七百五十九日二一

漢紀之端在虛一度今遵

欽定歲差五十二秒計算則竟時冬至應在虛八九度此其故皆由

三代以上書盡亡佚而堯典所載中星又無度分是以不能辨其是非耳自漢而下歷代冬至經度史記志之甚詳則七十二候之昏旦中星皆可推算而得也自

御定儀象考成測準恒星經緯度

分為星學所宗又湯若望作中星表胡璽作中星譜張作楠作中星圖表及更漏中星表諸書或以列宿為主所紀為星座正中時刻或以更漏時刻為主所紀中星有偏東偏西之度彼此互相推求庶中星定候不爽分秒矣晷景之制始於周禮土圭正日景以求地中及周髀測日景千里差一寸之說漢尹咸較數術其愚謂十八家有日晷書三十四卷今皆亡佚其法失傳四分志立冬中影長一丈立春中影九尺六寸祖冲之曰又臣測景紀曆窮辨分寸銅表堅剛暴閏不動光景明潔纖毫據大明五年十月十日影一丈七寸七分半十一月二十五日一丈八寸一分太二十六日一丈七寸五分強折取其中則中天冬至應在十一月三日此古人考察晷分以驗氣候之明證已

御製數理精

蘊載作立面平面日晷諸法其晷面有時刻線節氣線而晷刻之制於是乎始備古人推日月行度皆用平行其五星為法甚畧北齊張子信始創日月交道有表裏遲疾五星見伏有感召向背之說明萬曆時泰西利瑪竇等東來始發明行星皆遠日東行之義其說曰居空中不動為衆行星道之心五星與地球皆遠日東行水星距日最近故其環最小金星次之地球又次之火星又次之木星又次之最近者為土星金水二星之道在地道環內人在地面望之為附日而行故有兩伏而無衝日焉其周天平行則與日行同大木土三星之道在地道環外故有伏有衝地球遠日一歲一周人附地行故不覺地動而反如一歲之中日行遠地一周即古人所謂乘船以涉水水去而船不徙矣人謂日行者理亦然耳火星遠於地道環之外其周長於地周故其行較遲約二歲一周天木星又遠火星道之外其周更長其行更遲十二歲一周天又遠木星道之外其周極長其行極遲二十餘歲一周天又凡七政之道實非平行而合橢圓故日月距地時有遠近名曰高卑高則行遲卑則行速所以遲速生焉其法曰

均數五星則星距日高卑所生遲速之外又有地球行生差故加減均數極大致有退留順逆也

元元本不失累黍非實事求是者不辦

同方程述舊法但列已成圖式不詳布式之法學者易形隔闕且編考舊式其下層正負與四元代數所行得者相反又其消得之上法下實非正即兩負於理殊覺未合今欲擴方程之用以御九章諸題非神明其術不為功益詳論之

易金錄

方程之法見於九章算術者殘缺甚多諸刻本備其後九章比類算法統宗諸書妄增歌訣立為膠固之法謬誤相仍不可通用而方程幾失其傳宣城梅氏疑之積二十年之思著方程論六卷發明其理分類為四曰和數曰較數曰和較難曰和較變而方程之體具焉極其數則有帶分有疊脚有重審而方程之用備焉行而極之可以取雅法兼則量方程至此幾無餘蘊矣惟其布算之式尚沿舊法與今時筆算未甚相宜且所定正負又聞與四元所得相反反復謹遵數理精蘊定為橫列之式而詳其布算之法以期適用云爾試取九章原題釋之如左

今有上禾三束中禾二束下禾一束實三十九斗上禾二束中禾三束下禾一束實三十四斗上禾一

束中禾二束下禾三束實二十六斗問上中下禾實各幾何

此題約之得則可

下禾

上禾

中禾

上禾

中禾

下禾

上禾

中禾

下禾

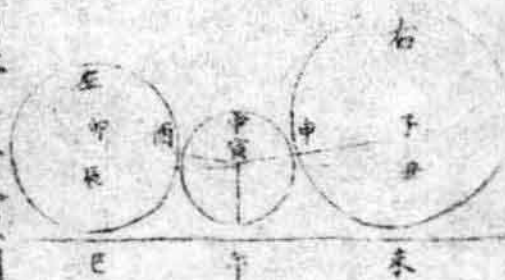
布式之法先以各色之名與實自左而右橫列於上方乃依題中各段之數分層注於下方而定其正負乃以各行中空位多者移於左行又於左行不空之層移於上於是以相連二層左邊兩數為五乘法乘畢相消所得別其正負接列於式之下方逐層如反互乘對減畢則下方接列之數必去一色而少

一層矣如是屢乘屢減至餘一法一實而止乃如常法求之較為省易也或因此一二兩層下禾數同
 則徑相減而下禾必盡餘不盡者接絕於下方又以三層下禾三編乘二層以對減而列於下方則下
 禾必先減盡而先求得中禾亦省算法也前式所定右行諸數之正負與舊不同故所餘法實亦必正
 負相當而與舊相反揆之算理當如是也請以四元證之如前題立天元一為上禾一秉之實地元一
 為中禾一秉之實人元一為下禾一秉之實乃三天元三地元加人元得粟Ⅲ 與其實三十九斗相
 消得粟Ⅲ為今式又并二天元三地元一人元得粟Ⅱ 與其實三十四斗相消得粟Ⅱ為次式與今
 式相消得粟Ⅰ 為石式又并一天元二地元三人元得粟Ⅰ 與其實二十六斗相消得粟Ⅰ為
 後式與三之次式相消得粟Ⅰ為左式左右式相消得粟Ⅰ 并上實下法得九斗四分斗之一
 即上禾一秉之實也乃天地易位求之或以所得消右式太位餘四斗四分斗之一為地元一之數即
 中禾一秉之實也求下禾類推凡此所得諸式雖皆和數然正負必相當其末次消得之法實亦正負
 相當也然則方程四元與今之代數皆可一以貫之矣是故極方程之用則可以駁雜法而四元代數
 為用更廣誠能會通而推行之可與九章諸法包舉靡遺所謂神而明之存乎其人耳
 方程四元一以貫之自覺游刃有餘

假如有大小不等三圓令三圓周相切並切一直線上知左右兩圓徑知兩圓與直線相切之點
 之距求中圓徑

沈善燕

術曰如圖子丑寅卯辰實句股名為大句股卯辰實句股名為小句股而且未辰已均與中圓半徑等其數皆



未知命以天代之又
右圖半徑子未內減
去天即是大句于且
加天即是大益于寅

左圖半徑內減去天
即是小句卯辰加天
即小益而大股小股
之和且辰

即與所知兩圓切直線之點之距相等即未依此理可得代數公式如左再命右圖半徑為甲左圖半

為乙兩圓切直線之點之距為丙則大句幕為即大益幕為大股幕為即小句幕為小益幕為即小益幕為

小股幕為即大股小股相乘為即又丙既為大小股之和則丙內必涵大股幕一小股幕一大小

股相乘積二故得

左右

原明四七六一