



- 宁夏大学“十一五”教材建设丛书
- 教育部“长江学者和创新团队发展计划”创新团队项目  
“旱区现代农业水资源高效利用”(IRT1067)资助

# 结构力学 (Ⅱ)

## (专题理论研究)

张长领 康菊 ◎主编



黄河出版传媒集团  
阳光出版社



- 宁夏大学“十一五”教材建设丛书
- 教育部“长江学者和创新团队发展计划”创新团队项目  
“旱区现代农业水资源高效利用”（IRT1067）资助

# 结构力学 (Ⅱ)

## (专题理论研究)

张长领 康菊 ◎ 主编



黄河出版传媒集团  
阳光出版社

图书在版编目(CIP)数据

结构力学. 2 / 张长领, 康菊主编. -- 银川 : 阳光出版社, 2013.11

ISBN 978-7-5525-1140-6

I .①结… II . ①张… ②康… III . ①结构力学  
IV . ①0342

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 287828 号

结构力学 (II)

张长领 康 菊 主编

责任编辑 屠学农

封面设计 郭 俊

责任印制 郭迅生

黄河出版传媒集团 出版发行  
阳 光 出 版 社

地 址 银川市北京东路 139 号出版大厦(750001)

网 址 <http://www.yrpubm.com>

网上书店 <http://www.hh-book.com>

电子信箱 yangguang@yrpubm.com

邮购电话 0951-5044614

经 销 全国新华书店

印刷装订 宁夏飞马彩色印务有限公司

印刷委托书号 (宁)0012977

---

开 本 720mm×980mm 1/16

印 张 17.25

字 数 272 千字

版 次 2013 年 12 月第 1 版

印 次 2013 年 12 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5525-1140-6/0·3

---

定 价 30.00 元

版权所有 翻印必究

# 序

陈育宁

教材建设是高等学校教学基本建设的重要组成部分,选用和编写高质量的教材,是高校不断提高教学水平、保障教学质量的基础。

为了落实教育部《关于进一步加强高等学校本科教学工作的若干意见》和宁夏大学“十一五”教学工作规划及教材建设的主要任务,更新课程体系,提高教学质量,以适应现代化建设和市场经济的需要,适应培养面向 21 世纪新型高素质人才的需要,启动宁夏大学“十一五”教材建设工程,编写、出版“宁夏大学‘十一五’教材建设”丛书,是必要和及时的。

这套丛书的编写和出版,必须坚持为宁夏大学的教育教学工作服务,根据专业建设、课程建设、生源状况、教学水平及师资力量等实际情况,充分发挥学科优势和专业特长,努力使教材建设不断深化,整体水平不断提高;逐步建立以国家规划教材的使用为重点,特色鲜明的自编教材为补充的学校教材建设与管理体制;不断扩大教材种类,提高教材质量,探索教材建设与供应新途径,建立教材编写与选用新机制,开拓教材使用与管理新局面。

近年来,教育教学工作随着学校规划不断扩大和办学实力的增强,有了新的发展和提高。2005 年,教育部与宁夏回族自治区政府签署协议,共建宁夏大学,为加快发展提供了新的机遇。实现学校的发

展目标,培养高素质的建设人才,主动服务于国家和地方经济社会发展,是学校面临的重要战略任务。而高层次、高质量的人才培养,必须要求有高水平、高质量的教材建设。为此,本科教学的学科、专业及课程设置,都要作相应的调整。“宁夏大学‘十一五’教材建设”丛书的编写和出版,要适应这一调整,紧紧把握中国高等教育改革与发展的脉搏,与时俱进,面向未来,服务社会;要结合 21 世纪社会、经济、科技、文化、教育发展的新特点,吸收新成果,解决新问题;要根据素质教育和学分制教学管理的需要,突出适用性和针对性;要在加强基础课、实验课教材编写与出版的同时,不断深化基础理论研究,拓宽教材知识面,努力实现整套教材科学性、系统性、开放性、前瞻性和实践性的有机结合,充分体现起点高、水平高,结构严密、体系科学,观点正确、应用性强的特点。

我们相信,在广大教师和科研骨干的努力下,在出版界同仁的支持下,“宁夏大学‘十一五’教材建设”丛书的编写和出版,必将提高质量,多出精品,形成特色;必将面向市场,走向社会,服务教学,为宣传宁夏大学,树立宁夏大学学术形象,推动宁夏大学本科教学水平不断提高发挥积极作用。

2005 年 8 月

## 前 言

---

“结构力学”是土木工程专业一门主要的专业基础课,由《结构力学(Ⅰ)》和《结构力学(Ⅱ)》组成。《结构力学(Ⅰ)》侧重对经典理论与方法的介绍,《结构力学(Ⅱ)》注重结构力学的结构的极限荷载、结构动力学、计算机基础等专题理论方法。本书可供土木工程专业的研究生、本科生使用,也可作为本专业在职人员职业考试的参考书。

《结构力学(Ⅱ)》具有以下特点:努力适应学生素质教育的发展方向,同时适应在校学生和在职人员学习的要求;注意与相关课程的贯通、融合,理论联系实际,尽可能减少不必要的相互重叠;注重基本概念、基本原理、基本方法;注重吸取现行同类教材之长,又注意融入教学经验和体会;注意符合宽口径土木工程专业对本课程的基本要求。这样有助于启发式教学,有助于不同层次的读者选学,有助于培养学生的自学能力。

本书由张长领、康菊编写完成,其中第1章结构的极限荷载由康菊编写。在编写过程中,参阅了有关参考文献,并引用了其中的部分习题,在本书出版之际,谨向各文献的作者及支持本书编写、出版的人们致谢。

由于水平所限,书中疏漏之处在所难免,恳请读者批评指正。

编 者

2013年12月

# 目 录

## 第 1 部分 专题理论研究

第 1 章 结构的极限荷载 .....	3
1.1 概述 .....	3
1.2 极限弯矩、塑性铰和破坏机构 .....	5
1.3 梁的极限荷载 .....	8
1.4 比例加载时关于极限荷载的几个定理 .....	14
1.5 连续梁的极限荷载 .....	19
1.6 刚架的极限荷载 .....	21
第 2 章 结构动力学基础 .....	29
2.1 概述 .....	29
2.2 运动微分方程的建立 .....	34
2.3 单自由度体系的振动分析 .....	40
第 3 章 矩阵位移法 .....	60
3.1 单元刚度矩阵(局部坐标系) .....	60
3.2 单元刚度矩阵(整体坐标系) .....	65
3.3 连续梁的整体刚度矩阵 .....	69
3.4 刚架的整体刚度矩阵 .....	79
3.5 等效结点荷载 .....	84
3.6 计算步骤和算例 .....	89
3.7 刚架的整体分析(忽略轴向变形) .....	96
3.8 桁架的整体分析 .....	101
3.9 杆系结构的单元分析 .....	107
第 4 章 高层结构力学分析 .....	120
4.1 风荷载计算 .....	120
4.2 地震作用计算 .....	126

4.3	高层结构内力计算 .....	133
4.4	高层结构自振周期简化计算方法 .....	148
4.5	高层结构力学分析中的几个问题 .....	152
4.6	计算实例 .....	154

## 第 2 部分 结构力学指导与实践

第 1 章	绪论 .....	163
第 2 章	平面体系的几何构造分析 .....	164
第 3 章	静定结构的受力分析 .....	169
3.1	静定梁与静定刚架 .....	169
3.2	三铰拱 .....	182
3.3	静定平面桁架 .....	186
第 4 章	静定结构的位移计算 .....	190
第 5 章	力法 .....	198
第 6 章	位移法 .....	206
第 7 章	渐近法计算超静定结构 .....	216
第 8 章	影响线与其应用 .....	222
第 9 章	结构的极限荷载 .....	232
第 10 章	结构动力计算 .....	236
第 11 章	矩阵位移法 .....	244
附录 1	习题参考答案 .....	250
附录 2	参考文献 .....	259
附录 3	硕士研究生入学参考试题 .....	260

# 第 1 部分

## 专题理论研究



# 第 1 章

## 结构的极限荷载

内容提要 本章讨论材料应力超过弹性极限以后的极限承载能力, 即极限荷载问题, 这是塑性分析的重要内容。

极限弯矩、塑性铰、破坏机构和极限状态等基本概念;

静定梁、单跨超静定梁和连续梁的极限荷载计算方法;

比例加载时判定极限荷载的一般定理;

刚架的极限荷载计算方法。

重点是静力法和机动法计算连续梁的极限荷载。

### 1.1 概述

#### 1.1.1 弹性分析

前面各章所讨论的结构计算均是以线弹性结构为基础的弹性分析, 即组成结构的材料服从虎克定律, 应力应变成正比, 结构的位移和荷载呈线性关系。与弹性分析相应的结构设计方法称为弹性设计方法(或允许应効法), 即找出截面上的最大正应力  $\sigma_{max}$ , 使它不超过材料的许用正应力  $[\sigma]$ , 即

$$\sigma_{max} \leq [\sigma] = \frac{\sigma_n}{K} \quad (1-1)$$

式(1-1)中  $\sigma_n$  为材料的极限应力, 对于脆性材料为其强度极限  $\sigma_b$ , 对于塑性材料为其屈服极限  $\sigma_s$ ;  $K$  为安全系数。

从结构强度角度来看, 弹性分析具有一定的缺点。对于塑性材料的结构, 尤其是超静定结构, 在某一截面的最大应力达到屈服应力后, 该局部就已进入塑性阶段, 但结构并没有破坏, 还能承受更大的荷载并继续工作, 因此按弹性分析进行设计就不经济了。另外, 弹性分析无法考虑材料超过屈服极限以后, 结构的承载能力计算问题。

### 1.1.2 塑性分析(极限状态设计法)

塑性分析方法就是为了弥补弹性分析的不足而提出和发展起来的。它充分地考虑了材料的塑性性质,以结构完全丧失承载能力时的极限状态作为结构破坏的标志。此时的荷载是结构所能承受荷载的极限,称为**极限荷载**,记为 $F_u$ 。结构的强度条件可表示为

$$F \leq \frac{F_u}{K} \quad (1-2)$$

式(1-2)中 $F$ 为结构工作荷载, $K$ 为安全系数。

显然,塑性分析的强度条件比弹性分析更切合实际,同时也能使结构设计更经济。但是,塑性分析方法只适用于延性较好的塑性材料的结构,对于脆性材料的结构或变形有较大限制的结构应慎用。

#### (1) 理想弹塑性假定

对结构进行塑性分析时,平衡条件和几何条件与弹性分析时相同,如平截面假设仍然成立,所不同的是物理条件。为了简化计算,通常假设材料为理想弹塑性材料,且受拉和受压性能完全相同,其应力和应变关系如图 1-1 所示。其中 $OA$ 段称为弹性阶段,应力与应变成正比;当应力达到屈服极限 $\sigma_s$ 时,材料开始进入理想弹塑性阶段 $AB$ ,应力保持不变,应变可任意增加;此时若在 $C$ 点卸载,则应力和应变关系将从 $C$ 沿 $CD$ 到达 $D$ ,此时应力的减少值 $\Delta\sigma$ 与应变的减少值 $\Delta\varepsilon$ 成正比,其比值仍为 $E$ ,材料恢复弹性但存在残余变形。

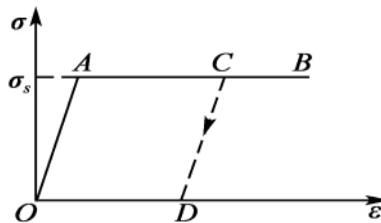


图 1-1 理想弹塑性材料应力—应变( $\sigma$ - $\varepsilon$ )关系

由此可见,材料在加载和卸载时的情况不同,加载时是弹塑性的,卸载时是弹性的。同时,在经历塑性变形后,应力与应变之间不再存在单值对应关系(即同一 $\sigma$ 可对应不同的 $\varepsilon$ ,而同一 $\varepsilon$ 也可对应不同的 $\sigma$ )。要得到弹塑性问题的解,需要追踪全部受力变形过程(进行全过程分析)。因此,结构的塑性分析比弹性分析要复杂一些。

#### (2) 塑性分析的目的

分析结构丧失承载能力的条件,确定结构开始破坏的瞬时所能承担的荷载极限值—极限荷载  $F_u$ ,是塑性分析的目的。通常不考虑结构加载过程中的弹塑性阶段,只对与极限荷载相对应的极限状态进行塑性分析,从而根据平衡条件求得  $F_u$ 。

## 1.2 极限弯矩、塑性铰和破坏机构

下面研究静定梁在弹塑性阶段的受力和变形特点,并介绍与极限荷载计算有关的一些基本概念。

### 1.2.1 基本假定

- 1) 材料属于理想弹塑性材料。
- 2) 受压的  $-\sigma_s$  与受拉的  $\sigma_s$  绝对值相等。
- 3) 平截面假设

### 1.2.2 截面的极限弯矩和塑性铰

#### (1) 矩形截面的极限弯矩

如图 1-2(a) 所示理想弹塑性材料的矩形截面梁,承受纯弯曲的作用。随着荷载  $M$  逐渐增加,梁的变形可分为三个阶段:弹性阶段、弹塑性阶段和塑性阶段。

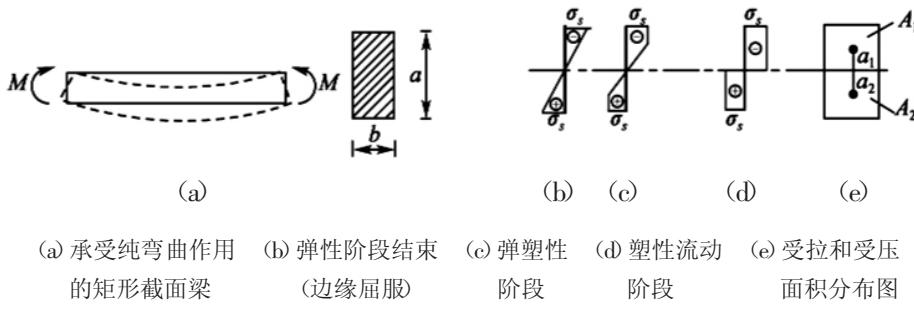


图 1-2 纯弯曲矩形截面梁各阶段截面正应力分布图

1) 弹性阶段:如图 1-2(b) 所示,当荷载较小时,截面上所有正应力都小于屈服极限  $\sigma_s$ ,应力与应变呈线性关系,梁处于弹性阶段。这一阶段直至截面边缘处的正应力达到屈服极限  $\sigma_s$  为止。这时,截面上的弯矩称为弹性极限弯矩或屈服弯矩,记为  $M_s$ 。其具体的数值计算如下(图 1-3):

$$M_s = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma \cdot b dy \cdot y = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \frac{\gamma}{h/2} \sigma_s b y dy = \frac{2b}{h} \sigma_s \cdot \frac{y^3}{3} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} = \frac{bh^2}{6} \sigma_s = \sigma_s W_s \quad (1-3)$$

式中  $W_s$ —截面的弹性抗弯模量

2) 弹塑性阶段: 如图 1-2(c) 所示, 当荷载继续增加时, 从边缘开始有一部分材料进入塑性流动状态, 它们应力都保持  $\sigma_s$  的值。而截面中部的材料仍处于弹性状态。

3) 塑性阶段: 随着荷载的继续增加, 塑性区域将由外向里扩展到整个截面, 并且截面上所有正应力都达到屈服极限  $\sigma_s$ , 其应力分布如图 1-2(d) 所示。此时, 截面上的弯矩已达到结构所能承担的极限值, 称为极限弯矩, 记为  $M_u$ 。其具体数值计算如下(图 1-4) :

$$M_u = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma \cdot b dy \cdot y = \sigma_s \cdot b \cdot \frac{y^2}{2} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} = \frac{bh^2}{4} \sigma_s = \sigma_s W_u \quad (1-4)$$

式中  $W_u$ —截面的塑性抗弯模量

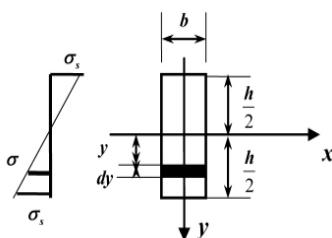


图 1-3 矩形截面屈服弯矩计算

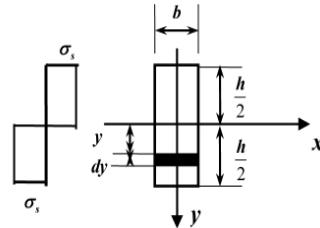


图 1-4 矩形截面极限弯矩计算

比较式(1-3)和式(1-4)可知, 矩形截面的  $M_u$  与  $M_s$  的比值

$$\alpha = \frac{M_u}{M_s} 1.5 \quad (1-5)$$

式中,  $\alpha$  与截面形状有关, 称为截面形状系数。

式(1-5)表明对于矩形截面来说, 按塑性设计比按弹性设计承载能力提高 50%, 而对于圆形截面  $\alpha=1.70$ , 工字形截面  $\alpha \approx 1.15$ , 薄壁圆环形截面  $\alpha \approx 1.3$ 。一般而言,  $\alpha$  越小, 材料塑性的利用越充分。

(2) 具有一个对称轴的任意截面的极限弯矩

对于只有一个对称轴的截面, 如图 1-5(a) 所示, 仍按纯弯曲状态讨论。由图 1-5(b) 可知, 在塑性流动阶段, 受压区和受拉区的正应力均为常量( $\sigma_s$  和  $-\sigma_s$ )。

设其受拉区和受压区的面积分别为 $A_1$ 和 $A_2$ ,根据平衡条件,由于截面上轴力为零,得

$$\sigma_s A_1 - \sigma_s A_2 = 0$$

$$A_1 = A_2$$

由此可见,塑性流动阶段的中性轴应平分截面面积。截面上受拉区的合力 $\sigma_s A_1$ 与受压区的合力 $\sigma_s A_2$ 数值相等,方向相反,构成一个力偶,该力偶矩就是该截面的极限弯矩,即有

$$M_u = \sigma_s A_1 a_1 + \sigma_s A_2 a_2 = \sigma_s (S_1 + S_2) \quad (1-6)$$

其中 $a_1$ 和 $a_2$ 分别为面积 $A_1$ 和 $A_2$ 的形心到等分截面轴的距离; $S_1$ 和 $S_2$ 分别为 $A_1$ 和 $A_2$ 对等面积轴的静矩。

若令

$$W_u = S_1 + S_2 \quad (1-7)$$

则极限弯矩为

$$M_u = \sigma_s W_u \quad (1-8)$$

由上述推导可以发现:极限弯矩决定于截面的形状尺寸以及材料的屈服应力,而与荷载无关,是截面形成塑性铰时的极限弯矩,也是截面的最大抵抗弯矩。

### (3) 塑性铰

在塑性阶段,如图1-3(d)所示,截面的极限弯矩值保持不变,变形仍可继续发展,则两个无限靠近的相邻截面沿极限弯矩方向发生有限的相对转动,相当于在该截面处形成一个铰,这样的截面称为塑性铰(图1-6)。

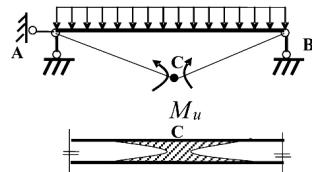


图1-6 塑性铰

塑性铰与普通铰的区别在于:1)普通铰不能承受弯矩,而塑性铰形成后截面弯矩保持不变值 $M_u$ ;2)普通铰是双向的,铰的两侧截面可相对自由转动,而塑性铰是单向的,其两侧截面只能沿极限弯矩增大方向发生相对转角,如果沿相反方向变形,则截面立即恢复其弹性刚度,不再具有铰的性质;3)普通铰的位置是固定的,而塑性铰随着荷载分布的变化形成于不同截面(塑性铰一般可能出现的位置是:集中荷载作用处、 $M_{max}$ 处、支座处、结点处和变截面处等)。

以上讨论的是纯弯曲梁的极限弯矩和塑性铰。对于承受横向荷载作用的

梁,其截面上除有弯矩外,一般还有剪力,将会使截面的极限弯矩值降低,但通常剪力对梁的承载能力的影响很小,可忽略不计。

### 1.2.3 结构的破坏机构、极限状态和极限荷载

当结构出现足够多的塑性铰,而使原结构的整体或局部变成几何可变或瞬变体系时,称为破坏机构(简称机构)。此时挠度可以任意增大,而承载力已达到极限值,这种状态称为**极限状态**,相应的荷载称为**极限荷载**,以广义力  $F_u$  表示。

## 1.3 梁的极限荷载

本节利用极限弯矩和塑性铰的概念,来确定理想弹塑性材料梁的极限荷载。

### 1.3.1 静定梁的极限荷载

静定结构无多余约束,只要出现一个塑性铰则成为破坏机构。塑性铰的位置可根据结构弹性弯矩图及截面情况分析得到。对于等截面的结构,塑性铰必出现在弯矩绝对值最大的截面,即  $|M|_{\max}$  处。对于变截面的结构,塑性铰出现在所受弯矩与极限弯矩之比绝对值最大的截面,即  $|\frac{M}{M_u}|_{\max}$  处。

计算单跨梁的极限荷载有静力法和机动法两种基本方法:

(1) 静力法—极限平衡法

预先判定梁的破坏机构,根据结构在极限状态下的弯矩图,由静力平衡条件计算极限荷载,不必考虑弹塑性变形过程。

(2) 机动法—破坏机构法

根据结构在极限状态下单向机构,使该破坏机构产生与加载方向一致的微小虚位移,由外荷载与极限荷载在机构虚位移上所做的总虚功等于零建立虚功方程,求解该方程便得到结构的极限荷载。

**例 1-1** 试求如图 1-7(a) 所示等截面简支梁的极限荷载。已知梁的极限弯矩为  $M_u$ 。

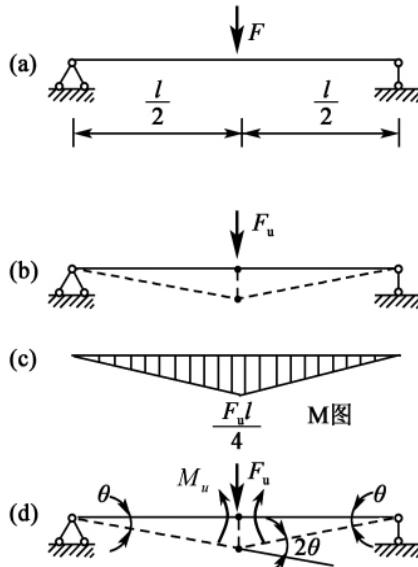
**解** 该等截面梁的塑性铰将出现在弯矩值最大的截面上,即在跨中荷载  $F$  的作用处。该处出现塑性铰时,梁将成为破坏机构(图 1-7(b),黑小圆点表示)

根据静力平衡方程作出极限状态时的弯矩图,如图 1-7(c) 所示,由

$$M_u = \frac{F_u l}{4}$$

则求出极限荷载为

$$F_u = \frac{4M_u}{l}$$



(a) 计算简图 (b) 破坏机构 (c) 极限状态弯矩图 (d) 机构虚位移图

图 1-7

上面利用静力平衡方程求得极限荷载的方法称为静力法。此外,还可以根据虚位移原理,由虚功方程(平衡条件的另一种形式)确定极限弯矩,即为机动法。

如图 1-7(d) 所示设机构沿荷载正方向产生任意微小的虚位移,由虚位移原理,求出虚功方程为

$$F_u \times \frac{l}{2} \theta = M_u \times 2\theta$$

则有

$$F_u = \frac{4M_u}{l}$$

### 1.3.2 单跨超静定梁的极限荷载

#### (1) 超静定梁的破坏过程