

数学 上册

黄象鼎 主编



湖北科学技术出版社

湖北省中等职业学校教材(试用)
湖北省职业教育教材审定委员会审定

数 学

上 册

湖北省教育厅组编

主编	黄象鼎	
主审	郑延履	
编者	井石峰	关业刚
审稿	张小莉	

湖北科学技术出版社

湖北省职业教育教材审定委员会

主任委员：路 钢

副主任委员：张继年

委 员：陈万柏 陈传波 王永海 刘 义
陈宇晖 汤惠民 李尚仁 葛渝生
隋思忠 杜凌飞 杨远震 张昌远
张小莉 彭化章 李德武 张盛仁
杨明义

办公室主任：张盛仁

办公室副主任：唐其华 姜昭慧

内 容 提 要

本书是湖北省教育厅组织编写的中等职业学校试用教材《数学》上册,主要包括:集合与逻辑用语、不等式、函数、指数函数与对数函数、三角函数、平面向量、复数、直线、二次曲线、极坐标与参数方程.

本教材体现以素质教育为基础,以学生发展为本的教育思想,加强基础,注重应用,教材内容丰富,深入浅出,有大量的例子与图示,每章均有小结与阅读材料。

本书可供中等职业学校的各类专业使用.

前 言

为贯彻执行教育部于 2000 年下发的《中等职业学校数学教学大纲(试行)》,经湖北省职业教育教材审定委员会同意,由湖北省教育厅组织编写了这套公共《数学》试用教材,供全省各类中等职业学校使用.全套教材分为上、下两册出版,各有十章内容.本教材按照六个模块编排,第一模块为函数,第二模块为向量、复数,第三模块为解析几何、立体几何,第四模块为极限、导数、积分,第五模块为概率与统计初步,第六模块为行列式、矩阵、线性方程组.

本套教材根据《中等职业学校数学教学大纲(试行)》的要求,体现以素质教育为基础、以学生发展为本的教育思想,贯彻“加强基础,注重能力的培养,突出应用,增加弹性,适度更新,兼顾体系”的原则.结合我省中等职业教育实际,在知识结构、教学内容、习题编排等方面,力求突出以下几点:提供丰富多彩的素材、营造生动活泼的版面、贯彻深入浅出的原则、重视数形结合的方法、强化计算工具的使用、培养科学进取的精神.将现代生活及各类专业学习中均有广泛应用的基础知识作为必学内容,以保证高中阶段的基本教学水平.同时适度更新教学内容,注意渗透现代数学的观点和方法,为学生继续学习奠定良好的基础.

教材通过模块的编排,具有一定的弹性,从而适用面更为广泛,便于各类中等职业学校根据不同专业的不同需求和学生的实际情况选择不同的内容,使教材更好地体现中等职业教育的特色.教材展现了以实际问题为引例,抽象得出数学概念,再应用相关知识解决简单实际问题的过程.教材内容力求简要清晰、编排紧凑,尽量避免繁琐的理论推导,而通过实例加以剖析引导,注重对学生的应用意识和能力的培养.尽量做到具有时代气息,并注意与日常生活、工农业生产相联系,增加了与社会生活有关的或能引起学生兴趣的阅

读材料和具有应用价值的例题与习题,激发学生学会运用数学的思想方法和思维方式分析解决实际问题的热忱,增强学生的自主探索意识和理解、应用数学的信心.

另外,本套教材在一些数学概念或名词后面附上了英文,对学生的英语学习起到一种帮助作用,这也是本书的一个特点.

为方便教学,与教材相配套的教学参考书和练习册同步发行.在教材中,每节内容之后的练习题可供课堂练习使用;每章的复习题可供复习本章知识和习题课时使用;练习册可供学生课外作业使用;少量难度较大的习题,供学有余力的学生练习.

本套教材由武汉大学数学与统计学院黄象鼎教授任主编.参加编写的有武汉交通职业学院井石峰、武汉市第二轻工业学校杨永洲、湖北省实验幼儿师范学校关业刚、武汉市第二职业教育中心学校钟建华和张帆.其中第1章至第5章由关业刚编写,第6章至第10章由井石峰编写,第11章和第12章由张帆编写,第13章至第16章和第20章由杨永洲编写,第17章至第19章由钟建华编写.黄象鼎教授对全书作了重要修订.

本教材在编写过程中,得到了编者所在学校领导的大力支持和有关教师的热忱帮助;武汉大学郑延履教授对本教材作了认真细致的审阅,提出了许多宝贵的修改意见与建议,在此一并表示诚挚的谢意.

由于编写水平有限,教材中难免有错误或不妥之处,诚恳地希望从事职业教育的教师与读者批评指正.

编者
2003年4月

目 录

第 1 章 集合与逻辑用语	(1)
§ 1-1 集合的概念	(1)
§ 1-2 集合的运算	(5)
§ 1-3 逻辑用语	(9)
第 1 章小结	(17)
复习题 1	(18)
阅读材料 1	(20)
第 2 章 不等式	(22)
§ 2-1 不等式的性质	(22)
§ 2-2 不等式的解法	(26)
第 2 章小结	(32)
复习题 2	(33)
阅读材料 2	(35)
第 3 章 函数	(37)
§ 3-1 映射	(37)
§ 3-2 函数	(40)
§ 3-3 作函数图像的描点法	(44)
§ 3-4 函数的性质	(47)
§ 3-5 反函数	(50)
§ 3-6 函数应用举例	(54)
第 3 章小结	(56)
复习题 3	(57)
阅读材料 3	(60)

第4章 指数函数与对数函数	(62)
§4-1 有理指数幂	(62)
§4-2 指数函数	(68)
§4-3 对数	(71)
§4-4 对数函数	(75)
第4章小结	(78)
复习题4	(79)
阅读材料4	(81)
第5章 三角函数	(82)
§5-1 角的概念的推广	(82)
§5-2 任意角的三角函数	(89)
§5-3 三角函数的化简公式	(97)
§5-4 两角和与差的三角函数	(101)
§5-5 三角函数的图像和性质	(108)
§5-6 已知三角函数值求指定区间内对应的角	(121)
§5-7 解斜三角形	(126)
第5章小结	(130)
复习题5	(132)
阅读材料5	(134)
第6章 平面向量	(136)
§6-1 向量的概念	(136)
§6-2 向量的加法与减法、数乘向量	(139)
§6-3 平面向量的坐标运算	(147)
§6-4 向量的数量积	(155)
第6章小结	(159)
复习题6	(161)
阅读材料6	(164)
第7章 复数	(165)
§7-1 复数的概念	(165)

§ 7-2 复数的运算·····	(170)
§ 7-3 复数的三角形式及其运算·····	(174)
第 7 章小结 ·····	(178)
复习题 7 ·····	(180)
阅读材料 7 ·····	(182)
第 8 章 直线 ·····	(183)
§ 8-1 直线的倾斜角与斜率·····	(183)
§ 8-2 直线的方程·····	(187)
§ 8-3 两条直线的平行和垂直·····	(194)
§ 8-4 两条直线的夹角和交点·····	(197)
§ 8-5 点到直线的距离·····	(200)
第 8 章小结 ·····	(202)
复习题 8 ·····	(205)
阅读材料 8 ·····	(208)
第 9 章 二次曲线 ·····	(211)
§ 9-1 曲线的方程·····	(211)
§ 9-2 圆·····	(214)
§ 9-3 椭圆·····	(220)
§ 9-4 双曲线·····	(225)
§ 9-5 抛物线·····	(230)
第 9 章小结 ·····	(234)
复习题 9 ·····	(237)
阅读材料 9 ·····	(239)
第 10 章 极坐标与参数方程 ·····	(241)
§ 10-1 极坐标 ·····	(241)
§ 10-2 参数方程 ·····	(248)
第 10 章小结 ·····	(252)
复习题 10 ·····	(253)
阅读材料 10 ·····	(256)

第 1 章 集合与逻辑用语

集合是数学中最基本的概念之一，它的概念和基本知识，已被广泛地运用于数学的各个领域。掌握集合的有关知识，对于进一步学习数学有着极其重要的意义。逻辑用语是数学中最常用的语言，是数学中说明问题和论证结论的主要工具。本章将介绍集合的一些基本概念与简单运算，也将介绍命题、逻辑联结词和充要条件等逻辑用语。

§ 1-1 集合的概念

一、集合与元素

在日常生活中，我们常常把具有某种特征的对象放在一起，作为一个整体进行研究。例如：

- (1) 某校计算机专业的全体学生；
- (2) 不超过 5 的所有自然数；
- (3) 所有直角三角形；
- (4) 某教室里的所有课桌。

它们分别是由一些人、数、图形、物体组成的。每一组里的对象都具有某种特征。如(1)中这些人的特征是“某校计算机专业的学生”，(2)中这些数的特征是“不超过 5 的自然数”，(3)中这些图形的特征是“直角三角形”，(4)中这些物体的特征是“某教室里的课桌”。

我们把具有某种特征的对象全体称作**集合**(set)，简称**集**。把组成集合的每一个对象称为这个集合的一个**元素**(element)。

例如，上面例子中的(1)是由某校计算机专业的全体学生组成的集合，其中的每一个学生都是这个集合的一个元素；(2)是由不超过 5 的所有自然数组成的集合，其中 0, 1, 2, 3, 4, 5 都是这个集合的元素。

习惯上，我们用大写拉丁字母 A 、 B 、 C 、 $\cdots$ 表示集合，如集合 A ，集合 B 等；而用小写的拉丁字母 a 、 b 、 c 、 $\cdots$ 表示集合中的元素，如元素 a ，元素 b 等。

如果元素 a 是集合 A 的元素, 就称“ a 属于 A ”, 记作“ $a \in A$ ”, 读作“ a 属于 A ”; 如果 a 不是集合 A 的元素, 就称“ a 不属于 A ”, 记作“ $a \notin A$ ”, 读作“ a 不属于 A ”.

例如, 上面例(2)中, 用 A 表示不超过 5 的所有自然数组成的集合, 则 $1 \in A$, $-1 \notin A$.

集合中的元素必须是确定的. 这就是说, 给定一个集合, 任何一个元素要么是这个集合的元素, 要么不是这个集合的元素, 二者必居其一. 例如上面的例(2), 集合 A 中只有 0、1、2、3、4、5 这六个元素, 此外, 其他对象都不是集合 A 的元素. 又如“全世界的小河流”就不能组成一个集合, 因为究竟多小的河流才算“小河流”, 没有一个具体的衡量标准, 因此组成 A 的对象不能确定.

集合中的元素又是互异的. 即集合中的元素是没有重复现象的, 任何两个相同的对象, 在同一个集合中只能算作这个集合的一个元素, 不允许重复.

集合中的元素是没有顺序的. 在集合中, 元素之间无先后之分. 例如, 由 1, 2, 3 组成的集合与由 2, 1, 3 组成的集合是同一个集合.

由数组成的集合简称**数集**. 我们学过的数集有自然数集、整数集、有理数集和实数集. 它们通常用以下符号表示:

自然数集 (the set of all natural numbers 即非负整数集), 记作 $\mathbf{N}$;

正整数集 (the set of all positive integers), 记作 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$;

整数集 (the set of all integers), 记作 $\mathbf{Z}$;

有理数集 (the set of all rational numbers), 记作 $\mathbf{Q}$;

实数集 (the set of all real numbers), 记作 $\mathbf{R}$.

含有有限个元素的集合称为**有限集** (finite set). 如“不超过 5 的所有自然数”组成的集合是有限集. 含有无限个元素的集合是**无限集** (infinite set). 如自然数集是无限集.

不含任何元素的集合称为**空集** (empty set), 记作 $\emptyset$. 例如方程 $x^2 + 1 = 0$ 在实数范围内的解的集合(简称解集)就是空集.

为叙述方便起见, 将至少含有一个元素的集合称为非空集.

二、集合的表示法

1. 列举法

把集合的元素一一列举出来, 写在大括号内表示集合的方法称作**列举法**. 例如, 由“不超过 5 的所有自然数”组成的集合可表示为:

$$\{0, 1, 2, 3, 4, 5\};$$

又如, 方程 $x^2 - 1 = 0$ 的解集可表示为:

$$\{-1, 1\}.$$

当集合的元素较多, 难以一一列举时, 可以只写出它的一部分元素, 其他的元素用省略号表示.

例如, 小于 100 的正整数组成的集合可表示为:

$$\{1, 2, 3, \dots, 99\}.$$

想一想: a 和 $\{a\}$ 之间有什么关系?

2. 描述法

把集合中的所有元素的共同特征描述出来, 写在大括号内表示集合的方法称作描述法.

例如, 小于 100 的正数组成的集合可表示为:

$$\{\text{小于 } 100 \text{ 的正整数}\};$$

又如, 不等式 $3x+2>0$ 的所有解的集合可表示为:

$$\{x|3x+2>0, x\in\mathbf{R}\} \text{ 或 } \{x:3x+2>0, x\in\mathbf{R}\}.$$

我们约定, 如果从上下文看, $x\in\mathbf{R}$ 是明确的, 那么这个集合可以表示为:

$$\{x|3x+2>0\}.$$

3. 文氏(Venn)图法

有时为了形象地表示集合, 我们常画一条封闭的曲线, 用它的内部来表示集合, 这种表示集合的方法称作文氏图法. 如图 1-1(a) 表示任意的集合 A ; 又如图 1-1(b) 表示集合 $\{1, 2, 3, 4\}$.

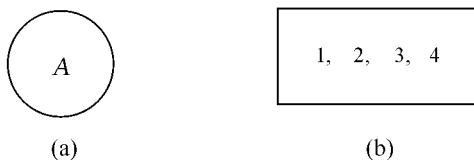


图 1-1

三、集合间的关系

1. 集合间的包含关系

对于集合 $A=\{1, 2, 3\}$, $B=\{1, 2, 3, 5\}$, $P=\{3, 2, 1\}$

不难看出, 集合 A 的任何元素都是集合 B 中的元素, 集合 P 中的任何元素都是集合 A 的元素.

一般地, 如果集合 A 的任何元素都是集合 B 的元素, 那么集合 A 称作集合 B 的子集(subset). 记作 $A\subseteq B$ 或 $B\supseteq A$, 读作“ A 包含于 B ”或“ B 包含 A ”.

显然, 对于任何集合 A , 有 $A\subseteq A$.

由于空集是不含任何元素的集合, 所以规定: 空集是任何集合的子集, 即对于任何集合 A , 有:

$$\emptyset\subseteq A.$$

如果集合 A 是集合 B 的子集, 且集合 B 中至少有一个元素不属于 A , 那么称集合 A 是集合 B 的真子集(proper subset), 记作 $A\subsetneq B$ 或 $B\supsetneq A$, 读作“ A 真包含于 B ”或“ B 真包含 A ”. 如图 1-2.

显然, 空集是任何非空集合的真子集.

如果 $A\subsetneq B$, $B\subsetneq C$, 则 $A\subsetneq C$.

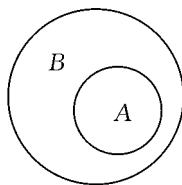


图 1-2

自然数集 $\mathbf{N}$, 整数集 $\mathbf{Z}$, 有理数集 $\mathbf{Q}$, 实数集 $\mathbf{R}$ 之间有如下关系:

$$\mathbf{N} \subsetneq \mathbf{Z} \subsetneq \mathbf{Q} \subsetneq \mathbf{R}.$$

2. 集合的相等关系

上面例子中集合 A 与 P 的元素完全相同, 我们称集合 A 与 P 相等.

一般地, 如果集合 A 与集合 B 的元素完全相同, 那么称集合 A 等于集合 B . 记作:

$$A=B.$$

由子集的意义容易得到:

如果 $A \subseteq B$, 且 $B \subseteq A$, 那么 $A=B$.

例 1 写出集合 $\{a, b\}$ 的所有子集与所有真子集.

解 $\{a, b\}$ 的所有子集是: $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$.

$\{a, b\}$ 的所有真子集是: $\emptyset, \{a\}, \{b\}$.

例 2 说出下列各组中两个集合之间的关系:

(1) $A=\{1, 2, 3, 4\}, B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$;

(2) $P=\{x|x^2-4=0\}, G=\{-2, 2\}$.

解 (1) $A \subsetneq B$;

(2) $P=G$.

例 3 求不等式 $x-3>2$ 的解集.

解 不等式 $x-3>2$ 的解集为:

$$\{x|x-3>2\}=\{x|x>5\}.$$

练习 1-1

1. 写出下列各集合的所有元素:

(1) $\{9 \text{ 的平方根}\}$;

(2) $\{\text{中国古代四大发明}\}$;

(3) $\{\text{中国国旗图案的颜色}\}$;

(4) $\{24 \text{ 和 } 30 \text{ 的公约数}\}$.

2. 用适当的方法表示下列集合:

(1) 太阳系的九大行星组成的集合;

(2) 方程 $x^2-2x-3=0$ 的解集;

(3) 所有正偶数组成的集合;

(4) 平面内到点 O 的距离为 r ($r>0$) 的所有点 P 的集合.

3. 用适当的符号 ($\in$ 、 $\notin$ 、 $\subsetneq$ 、 $\supsetneq$ 、 $=$) 填空.

(1) a _____ $\{a, b, c\}$;

(2) $\{a\}$ _____ $\{a, b, c\}$;

(3) $\emptyset$ _____ $\{0\}$;

$$(4) \{2, 4, 6, 8\} \text{ ____ } \{2, 8\};$$

$$(5) \mathbf{Z} \text{ ____ } \mathbf{N};$$

$$(6) 0 \text{ ____ } \emptyset;$$

$$(7) \{a, b\} \text{ ____ } \{b, a\};$$

$$(8) \sqrt{2} \text{ ____ } \mathbf{Q}.$$

§ 1-2 集合的运算

一、交集

观察下列集合

$$A = \{2, 4, 6, 8\}, B = \{3, 4, 5, 6, \}, C = \{4, 6\}$$

容易发现, 集合 C 是由既属于 A 又属于 B 的全体元素组成的一个集合. 我们称集合 C 是集合 A 与集合 B 的交集.

一般地, 设 A 和 B 是两个集合, 把所有属于 A 且属于 B 的元素组成的集合称为 A 与 B 的交集(intersection), 记作 $A \cap B$, (读作“ A 交 B ”).

即

$$A \cap B = \{x | x \in A, \text{ 且 } x \in B\}.$$

如图 1-3 中阴影部分表示集合 A 与 B 的交集.

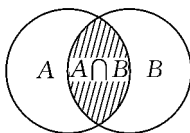


图 1-3

上述例子中 $A \cap B = \{4, 6\}$.

由交集的定义可得, 对于任何集合 A ,

$$A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset.$$

例 1 已知 $A = \{\text{菱形}\}, B = \{\text{矩形}\}$, 求 $A \cap B$.

解 $A \cap B = \{\text{菱形}\} \cap \{\text{矩形}\}$

$$= \{x | x \text{ 是菱形, 且 } x \text{ 是矩形}\} = \{\text{正方形}\}.$$

例 2 已知 $A = \{\text{奇数}\}, B = \{\text{偶数}\}, C = \{\text{整数}\}$,

求 $A \cap C, B \cap C, A \cap B$.

解 $A \cap C = \{\text{奇数}\} \cap \{\text{整数}\} = \{\text{奇数}\} = A,$

$$B \cap C = \{\text{偶数}\} \cap \{\text{整数}\} = \{\text{偶数}\} = B,$$

$$A \cap B = \{\text{奇数}\} \cap \{\text{偶数}\} = \emptyset.$$

例 3 已知 $A = \{x | x \leq 3\}$, $B = \{x | x > -2\}$, 求 $A \cap B$.

$$\begin{aligned} \text{解 } A \cap B &= \{x | x \leq 3\} \cap \{x | x > -2\} \\ &= \{x | x \leq 3, \text{ 且 } x > -2\} \\ &= \{x | -2 < x \leq 3\}. \end{aligned}$$

用数轴表示如图 1-4:

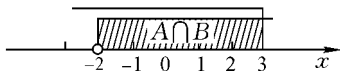


图 1-4

例 4 设 $A = \{(x, y) | x - y = 1\}$, $B = \{(x, y) | x + y = 3\}$, 求 $A \cap B$.

$$\begin{aligned} \text{解 } A \cap B &= \{(x, y) | x - y = 1\} \cap \{(x, y) | x + y = 3\} \\ &= \left\{ (x, y) \mid \begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 3 \end{cases} \right\} \\ &= \left\{ (x, y) \mid \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \right\} \\ &= \{(2, 1)\}. \end{aligned}$$

想一想: 设 A 、 B 是两个集合, $A \cap B$ 与 A 有怎样的关系?

二、并集

设集合 $A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, 我们把由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合 $C = \{2, 3, 4, 5, 6, 8\}$ 叫做集合 A 与 B 的并集.

一般地, 设 A 和 B 是两个集合, 把属于 A 或属于 B 的全部元素组成的集合叫做 A 与 B 的并集(union), 记作 $A \cup B$, (读作“ A 并 B ”), 即

$$A \cup B = \{x | x \in A, \text{ 或 } x \in B\}.$$

下图 1-5 中阴影部分表示 $A \cup B$.



图 1-5

上面的例子中 $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 8\}$.

由并集的定义易知, 对于任何集合 A , 有

$$A \cup A = A,$$

$$A \cup \emptyset = A.$$

例5 设 $A = \{\text{锐角三角形}\}$, $B = \{\text{钝角三角形}\}$, 求 $A \cup B$.

解 $A \cup B = \{\text{锐角三角形}\} \cup \{\text{钝角三角形}\}$
 $= \{x \mid x \text{ 是锐角三角形或钝角三角形}\}$
 $= \{\text{斜三角形}\}.$

例6 设 $A = \{x \mid -2 < x < 2\}$, $B = \{x \mid 0 < x \leq 3\}$, 求 $A \cup B$, $A \cap B$.

解 $A \cup B = \{x \mid -2 < x < 2\} \cup \{x \mid 0 < x \leq 3\} = \{x \mid -2 < x \leq 3\},$
 $A \cap B = \{x \mid -2 < x < 2\} \cap \{x \mid 0 < x \leq 3\} = \{x \mid 0 < x < 2\}.$

想一想: 对于任意两集合 A 与 B , $A \cup B$ 和 $A \cap B$ 之间有什么关系?

三、补集

我们在研究某些集合时, 这些集合常常都是一个给定集合的子集, 那么称这个给定集合为**全集**(universal set), 记作 U .

全集 U 包含了我们所研究的全部元素, 如在研究数集时, 常把实数集 $\mathbf{R}$ 作为全集.

设 A 和 B 是两个集合, 且 $A \subseteq B$, 那么由 B 中所有不属于 A 的元素组成的集合称为 B 的子集 A 的**补集**(complementary set), 记作 $\complement_B A$,

即 $\complement_B A = \{x \mid x \in B, \text{ 且 } x \notin A\}.$

如图 1-6 所示, 阴影部分表示 $\complement_B A$.

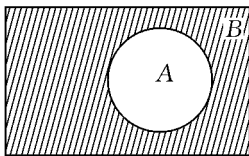


图 1-6

由补集定义可知, 对于任何集合 A , 有

$$\complement_A A = \emptyset,$$

$$\complement_A \emptyset = A.$$

显然, 在实数范围讨论问题时, 有理数集 $\mathbf{Q}$ 的补集 $\complement_{\mathbf{R}} \mathbf{Q}$ 是全体无理数的集合.

例7 设 $U = \{\text{三角形}\}$, $A = \{\text{直角三角形}\}$, 求 $\complement_U A$.

解 $\complement_U A = \{\text{斜三角形}\}.$

例8 设 $U = \mathbf{R}$, $B = \{x \mid -1 < x < 2\}$, 求 $\complement_U B$.

解 $\complement_U B = \{x \mid x \leq -1\} \cup \{x \mid x \geq 2\} = \{x \mid x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 2\}.$

例9 设 $U = \{x \mid x \leq 8, x \in \mathbf{N}\}$, $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{3, 4, 5\}$. 求 $\complement_U (A \cap B)$, $\complement_U (A \cup B)$, $\complement_U A \cup \complement_U B$, $\complement_U A \cap \complement_U B$.

解 $\because A \cap B = \{1, 3, 5, 7\} \cap \{3, 4, 5\} = \{3, 5\},$

$\therefore \complement_U (A \cap B) = \{0, 1, 2, 4, 6, 7, 8\}.$

$$\therefore A \cup B = \{1, 3, 5, 7\} \cup \{3, 4, 5\} = \{1, 3, 4, 5, 7\},$$

$$\therefore \complement_U(A \cup B) = \{0, 2, 6, 8\}.$$

$$\therefore \complement_U A = \{0, 2, 4, 6, 8\} \quad \complement_U B = \{0, 1, 2, 6, 7, 8\},$$

$$\begin{aligned} \therefore \complement_U A \cup \complement_U B &= \{0, 2, 4, 6, 8\} \cup \{0, 1, 2, 6, 7, 8\} \\ &= \{0, 1, 2, 4, 6, 7, 8\}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \complement_U A \cap \complement_U B &= \{0, 2, 4, 6, 8\} \cap \{0, 1, 2, 6, 7, 8\} \\ &= \{0, 2, 6, 8\}. \end{aligned}$$

想一想：比较例 9 中四个结果，可以得出什么结论？

四、有限集合元素个数

在研究集合时，有时需要计算集合中元素个数. 我们把有限集合 A 的元素个数记作 $\text{Card}(A)$.

例如， $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ，则 $\text{Card}(A) = 4$.

例 10 在运动会上，某班有 8 人参加 100 m 赛跑，5 人参加跳远比赛，既参加 100 m 赛跑又参加跳远比赛的有 3 人，求该班参加 100 m 赛跑和跳远比赛的共几人？

分析 设 A 为参加 100 m 赛跑的同学组成的集合， B 为参加跳远比赛的同学组成的集合，那么 $A \cap B$ 为两项比赛都参加的同学组成的集合，题意是求 $A \cup B$ 的人数. 而 A 、 B 中都包含 $A \cap B$ 的同学，因此计算 $\text{Card}(A)$ 、 $\text{Card}(B)$ 时都算了 $A \cap B$ 的元素，从而，我们有 $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) - \text{Card}(A \cap B)$.

解 设 $A = \{\text{参加 100 m 赛跑的同学}\}$ ， $B = \{\text{参加跳远比赛的同学}\}$

那么 $A \cap B = \{\text{既参加 100 m 赛跑又参加跳远比赛的同学}\}$ ，

$A \cup B = \{\text{参加 100 m 赛跑或参加跳远比赛的同学}\}$ ，

$$\begin{aligned} \therefore \text{Card}(A \cup B) &= \text{Card}(A) + \text{Card}(B) - \text{Card}(A \cap B) \\ &= 8 + 5 - 3 = 10(\text{人}), \end{aligned}$$

答：参加 100 m 赛跑和跳远比赛的同学共 10 人.

这个问题，我们还可以用图来求解(如图 1-7). 在图中相应于 $A \cap B$ 的区域里先填上 3(因为 $\text{Card}(A \cap B) = 3$)，再在 A 中不包括 $A \cap B$ 的区域里填上 5(因为 $\text{Card}(A) - \text{Card}(A \cap B) = 5$)，在 B 中不包括 $A \cap B$ 的区域里填上 2(因为 $\text{Card}(B) - \text{Card}(A \cap B) = 2$)，最后把这三个部分中的数加起来得 10，这就是 $\text{Card}(A \cup B)$.

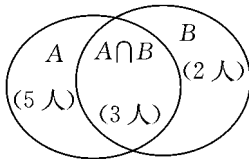


图 1-7

这种图解法用于解比较复杂的问题特别方便.