研究生入学考试

理论力学复习指导

党锡淇　李锦临
徐青萍　郑丽芬　编

研究生入学考试 理论力学复习指导 上

术出版社

封面设计　高尚德

研究生入学考试

理论力学复习指导

党锡淇　李锦临
徐青萍　郑丽芬　编

封面设计　高尚德

统一书号：7202·112
定价（套）：3.65元

研究生入学考试

理论力学复习指导

党锡淇　李锦临
徐青萍　郑丽芬　编

陕西科学技术出版社

研 究 生 入 学 考 试
理论力学复习指导
党锡淇　李锦临
徐青萍　郑丽芬　编
责任编辑　赵生久
陕西科学技术出版社出版
（西安北大街131号）
陕西省新华书店发行　西安永新印刷厂印刷
787×1092毫米　32开本　17.5印张　375千字
1985年9月第1版　1985年9月第1次印刷
印数：1－8000
统一书号：7202·112　定价(套)：3.65元

前　言

本书系报考硕士研究生的读者系统地和有针对性地复习理论力学的参考读物。

理论力学是一门技术基础课程。它有严密的理论体系，它的概念既有高度的抽象性而又广泛地联系于实际。其理论初看觉得并不难理解，但真要比较好地掌握却也并非易事。经验证明：解一定数量和有一定深度（或难度）的习题，是学好理论力学的必要前提。

在研究生的理论力学入学试题中，集中蕴含了各种各样概念性的问题和解题技巧。而在概念性问题上，往往是一念之差就误入歧途，最终得不到正确的结论。

作者对1978年—1984年全国各主要高等学校的研究生理论力学入学试题进行了分析、研究；把遍及理论力学各个部分的试题按内容进行了归纳、分类。在此基础上选择若干有代表性的试题作为例题，希望通过对这些例题的分析和求解，帮助读者准确地理解概念和熟练必要的解题方法和技巧。对基本上属同一类型的试题，作必要的提示，指出其特点；对各个试题则给出答案，便于读者自己练习时校核。

全书按考卷内容要求，重新组织为十三章。第一章是力系的简化与平衡条件，这一章包括了课本中的全部静力学内容；第二章是虚位移原理，用以解决受约束的质点系统的平衡问题；第三章到第六章包括点的运动与刚体基本运动、点的复合运动、刚体平面运动和刚体的定点运动，而点的复合

运动和刚体平面运动以及它们的综合题则是运动学部分的重点；第七章是动力学基本方程，质点相对运动动力学也包括在这一章中；第八章动力学普遍定理包括了动量定理、动量矩定理、动能定理以及它们的综合题，在这方面的入学试题中几乎都是综合题而找不到单纯的动量定理的题或动量矩定理、动能定理的题；第九章中，把刚体平面运动和定点运动动力学专门列出来，因为刚体平面运动动力学方面的题虽然也可以用第八章中的方法解决，但毕竟有它的一些特殊性；第十章是碰撞；第十一章达朗伯原理；第十二章拉格朗日方程通常也是必考试题之一，用它来列运动微分方程特别方便；第十三章振动介绍单自由度体系振动，但用拉格朗日方程后，也可以很容易地列出二个自由度体系的振动微分方程。

分章后，按试题要求在各章前面编写了理论概要。它主要包括解题中要用到的基本概念和理论结论，以及一些必要的解题方法指导等内容。这样，有一定基础的读者就可以不再去复习理论力学课本。

考虑到把收集的历届试题都编入本书既无必要，也会过多地加重读者的负担，本书仅选编了试题300余道。虽然如此，本书仍不失为一本类型较为齐全的研究生理论力学入学试题集。同时，本书对青年教师恐怕也不无裨益。

由于时间匆促和经验不足，如有差错，请读者批评指正。

编者

1985年2月于西安交通大学

目　录

第一章　力系的简化和平衡方程式

理论概述

一、力系的简化

1. 静力学的两个基本问题

(1)作用在刚体上的力系的简化或合成；

(2)刚体在各种力系作用下的平衡条件。

2. 力系的主矢(量)和主矩

主矢是指力系中各力矢量的矢量和，以$\vec{R}$表示，即有$\vec{R}=\Sigma\vec{F}$；力系对O点的主矩是指力系中各力对O点之矩的矢量和，以$\vec{M}_o$表示，则$\vec{M}_o=\Sigma\vec{m}_o(\vec{F})$。

(1)力的分析表示

力的大小和方向可以用它在直角坐标系的三个投影表示

$$\left.\begin{aligned}
&F=\sqrt{F_x^2+F_y^2+F_z^2}\\
&\cos(\vec{F},\vec{i})=\frac{F_x}{F},\\
&\cos(\vec{F},\vec{j})=\frac{F_y}{F},\\
&\cos(\vec{F},\vec{k})=\frac{F_z}{F},
\end{aligned}\right\}\qquad(1-1)$$

（2）力矩的分析表示

力对O点的力矩可以用它的三个投影和力的作用点的坐标x，y，z表示。设$\vec{M}_o=\vec{m}_o(\vec{F})$，$M_{ox}=m_x(\vec{F})$，…。则力对O点之矩$\vec{M}_o$的大小和方向可表示为

$$\left.\begin{aligned} &M_o=\sqrt{M_{ox}^2+M_{oy}^2+M_{oz}^2}\\ &\cos=(\vec{M}_o,\vec{i})=\frac{M_{ox}}{M_o},\\ &\cos(\vec{M}_o,\vec{j})=\frac{M_{oy}}{M_o},\\ &\cos(\vec{M}_o,\vec{k})=\frac{M_{oz}}{M} \end{aligned}\right\} \qquad (1-2)$$

式中　$M_{ox}=m_x(\vec{F})=yF_z-zF_y$，余类推

3. 简化的情况和最后的结果

空间任意力系向已知点简化，可得到一个通过简化中心O的力和一个力偶。该力的大小和方向等于力系的主矢；该力偶的矩矢等于力系对简化中心O的主矩。

取不同的简化中心，一般情况下将得到不同的主矩，故主矩与简化中心的选取有关。由于主矢仅为各力矢量的矢量和，故显然与简化中心的选取无关。

不同的力系向任意一点简化的各种情况和力系简化的最后结果可归纳如表1－1所示。

表 1—1

向任一点简化的情况			简化的最后结果	说明
$\vec{R}\cdot\vec{M}_O=0$	$\vec{R}=0$	$\vec{M}_o=0$	平衡	
		$\vec{M}_o\neq 0$	力偶	力系最终合成为力偶，在此情况下，主矩显然与简化中心选取无关
	$\vec{R}\neq 0$	$\vec{M}_o=0$	合力	此时，合力作用线通过简化中心
		$\vec{M}_o\neq 0$		合力作用线离简化中心的距离 $d=\left\lvert\frac{M_o}{R}\right\rvert$
$\vec{R}\cdot\vec{M}_o\neq 0$	$\vec{R}\parallel\vec{M}_o$		力螺旋	力螺旋中心轴通过简化中心
	$\angle(\vec{M}_o,\vec{R})=\alpha$			力螺旋中心轴离简化中心的距离 $d=\left\lvert\frac{M_o\sin\alpha}{R}\right\rvert$

二、力系的平衡条件和平衡方程式

1. 空间任意力系平衡的必要和充分条件是力系的主矢和对任一点的主矩分别为零，即

$$\left.\begin{aligned}\vec{R}&=0\\ \vec{M}_o&=0\end{aligned}\right\}\qquad(1-3)$$

2. 各种力系都是空间任意力系的特殊情况，它们的平衡

方程都可从空间任意力系的平衡方程中导出。各种力系的平衡方程见表1－2。

表1—2

力系名称		平衡方程	独立方程的数目
共线力系		$\Sigma F=0$	1
平面力系	力偶系	$\Sigma m=0$	1
	汇交力系	$\Sigma F_x=0 \quad \Sigma F_y=0$	2
	平行力系	$\Sigma F_y=0 \quad \Sigma m_o(\vec{F})=0$	2
	任意力系	$\Sigma F_x=0 \quad \Sigma F_y=0 \quad \Sigma m_o(\vec{F})=0$	3
空间力系	力偶系	$\Sigma m_x=0 \quad \Sigma m_y=0 \quad \Sigma m_z=0$	3
	汇交力系	$\Sigma F_x=0 \quad \Sigma F_y=0 \quad \Sigma F_z=0$	3
	平行力系	$\Sigma F_z=0 \quad \Sigma m_x(\vec{F})=0 \quad \Sigma m_y(\vec{F})=0$	3
	意任力系	$\Sigma F_x=0 \quad \Sigma F_y=0 \quad \Sigma F_z=0$ $\Sigma m_x(\vec{F})=0 \quad \Sigma m_y(\vec{F})=0 \quad Fm_z(\vec{F})=0$	6

三、静力学平衡问题的解题步骤和注意事项

1．选取研究对象　对于由几个刚体组成的系统的平衡问题，根据题意通常可分别选取整个系统或系统中的某几个刚体或单个刚体为研究对象.

2．对研究对象进行受力分析　画受力图的关键是判别与

研究对象联结处约束的类型。正确画出约束反作用力和反作用力偶。在处理空间力系的情况时，要注意描绘出空间形象，弄清力与坐标轴之间的空间关系。

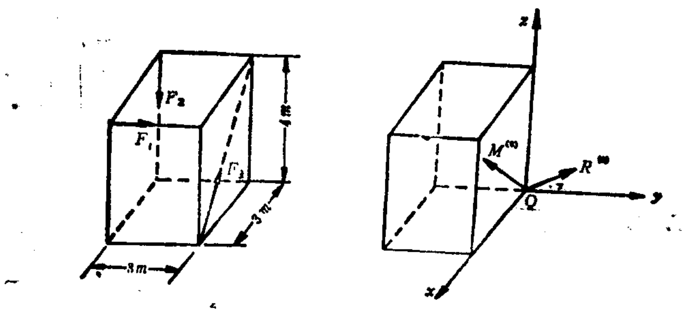
3. **列平衡方程** 判别力系的类型，列出相应的独立方程式。在考虑摩擦的情况下，当按题意摩擦力达最大值时可列出补充方程$F_{max}=fN$。

4. **解方程** 应分析独立方程的数目与未知数的数目是否一致，判别是否为静不定问题。

例题和习题

1—1 空间任意力系简化以后有哪几种可能的结果？试各举一实例。（华东水利学院1980年试题）

1—2 由$\vec{F}_1$、$\vec{F}_2$及$\vec{F}_3$三力组成的空间力系如图示。已知$F_1=6$ N，$F_2=8$ N，$F_3=10$N，试求该力系简化可能得到的主矩的最小值及其方向，（华东水利学院1984年试题）



(a) 题1—2图 (b)

解 取O点为简化中心，作坐标系如图(b)所示。力

系的主矢在坐标轴上的投影分别为

$$R_x^* = \Sigma F_x = -F_3 \cdot \frac{3}{5} = -6 \quad N$$

$$R_y^* = \Sigma Fy = F_1 = 6 \quad N$$

$$R_z^* = \Sigma Fz = -F_2 + F_3 \cdot \frac{4}{5} = 0$$

主矢的大小和方向：

$$R^* = \sqrt{(R_x^*)^2 + (R_y^*)^2 + (R_z^*)^2}$$

$$= \sqrt{(-6)^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}N$$

$$\angle \vec{R}^*, x = 135°, \quad \angle \vec{R}^*, y = 45°,$$

$$\angle \vec{R}^*, z = 90°$$

力系对O点的主矩：

$$M_{ox} = \Sigma m_x(\vec{F}) = -F_1 \cdot 4 + F_2 \cdot 3 = 0$$

$$M_{oy} = \Sigma m_y(\vec{F}) = -F_3 \cdot \frac{4}{5} \cdot 3 = -24 \quad N \cdot m$$

$$M_{oz} = \Sigma m_z(\vec{F}) = F_1 \cdot 3 = 18N \cdot m$$

$$\therefore M_o = \sqrt{M_{ox}^2 + M_{oy}^2 + M_{oz}^2} = 30N \cdot m$$

$$\cos(\vec{M}_o, x) = \frac{M_{ox}}{M_o} = 0, \quad (\vec{M}_o, x) = 90°$$

$$\cos(\vec{M}_o, y) = \frac{M_{oy}}{M_o} = -0.8, \quad (\vec{M}_o, y) = 143.13°$$

$$\cos(\vec{M}_o,\ z)=\frac{M_{oz}}{M_o}=0.6,\quad (\vec{M}_o,\ z)=53.13^\circ$$

向O点简化结果得一作用于O点的力$\vec{R}^{(0)}$,它位于Oxy平面内；还有一力偶$\vec{M}^{(0)}$，其力偶矩矢量位于Oyz平面内。且$\vec{R}^{(0)}=\vec{R}^*$，$\vec{M}^{(0)}=\vec{M}_o$。

由于$\vec{R}^{(0)}$与$\vec{M}^{(0)}$既不互相垂直，又不互相平行，进一步简化可得一力螺旋。$\vec{M}^{(0)}$在$\vec{R}^{(0)}$方向上的投影就是力螺旋中力偶的力偶矩之大小，它也是力系简化可能得到的主矩的最小值M_{o1min}，可求得其大小和方向分别为

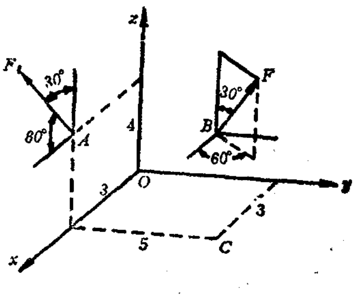
$$M_{o1min}=|M_{oy}|\cdot\cos 45^\circ=24\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$=12\sqrt{2}\ \mathrm{N\cdot m}$$

$$(\vec{M}_{o1min},\ x)=45^\circ,\quad (\vec{M}_{o1min},\ y)=135^\circ,$$

$$(\vec{M}_{o1min}z)=90^\circ$$

1—3 求图中$\vec{F}_1$和$\vec{F}_2$两力向xy平面上C点简化的结果。已知$F_1=100$N，$F_2=200$N，B点坐标为(5，5，6)，长度单位是米。(华东水利学院1982年试题)。



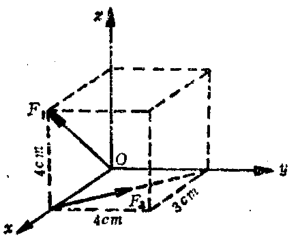
题1—3图

答案 $R_c=291.5$N，$\cos(\vec{R}_c,\ x)=0.3431$,

$\cos(\vec{R}_c, y) = 0.2971$, $\cos(\vec{R}_c, z) = 0.8913$；

$M_c = 1053.6\text{N}\cdot\text{m}$, $\cos(\vec{M}_c, x) = 0.9041$,

$\cos(\vec{M}_c, y) = 0.1458$, $\cos(\vec{M}_c, z) = 0.4017$



题1—4图

1—4 由力$\vec{F}_1$,$\vec{F}_2$组成空间力系，作用线及作用方向如图所示。已知：$F_1 = 10\text{kN}$，$F_2 = 10\text{kN}$，试以原点为简化中心计算力系的主矢和主矩，并判定其合成结果。（阜新矿业学院1983年试题）

答案 $R^* = 8\sqrt{2}\text{kN}$，$\cos(\vec{R}^*, x) = 0$，$\cos(\vec{R}^*, y)$

$= \cos(\vec{R}^*, z) = \frac{1}{\sqrt{2}}$；$M_o = 24\text{kN}\cdot\text{cm}$，

$\vec{M}_o$沿z轴正向；

力系合成为力螺旋。

1—5 有一空间平行力系。问：此力系简化的最终结果是否可能成为力螺旋？并加以证明。（北京钢铁学院1981年试题）

解 空间平行力系简化的最终结果不可能成为力螺旋。证明如下：

取Z轴平行于力系的各力，则力系的主矢$\vec{R}^* = \Sigma\vec{F}$也与