上海市教辅畅销品牌

新高考新思路

XINGAOKAO XINSILU FUDAO YU XUNLIAN

辅导与训练

主编 卜照泽 郝莉莉

数学

SHUXUE

高中二年级第一学期

上海科学技术出版社

新高考新思路

辅导与训练

数学

主编 卜照泽 郝莉莉

高中二年级第一学期

上海科学技术出版社

辅导与训练

内容提要

《新高考新思路辅导与训练　数学　高中二年级第一学期》一书依据上海市二期课改数学学科课程标准，并根据2017年新高考综合改革方案，适应课程标准和高考要求的变化编写而成.全书按课时编写，每课时由要点归纳、疑难分析、基础训练、拓展训练四部分组成，每四到五课时设置一个阶段训练.力求通过典型例题的辅导和精选习题的训练，帮助学生牢固掌握数学基础知识，及时消化所学知识内容，克服学习上的困难，提高数学成绩.

图书在版编目(CIP)数据

新高考新思路辅导与训练. 数学. 高中二年级. 第一学期 / 卜照泽，郝莉莉主编.—上海：上海科学技术出版社，2016.7
ISBN 978-7-5478-3075-8

Ⅰ. ①新… Ⅱ. ①卜… ②郝… Ⅲ. ①中学数学课—高中—教学参考资料 Ⅳ. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 107777 号

责任编辑　武执政　杨铮园　朱先锋

新高考新思路辅导与训练　数学　高中二年级第一学期
主编　卜照泽　郝莉莉

上海世纪出版股份有限公司
上 海 科 学 技 术 出 版 社 出版
(上海钦州南路 71 号　邮政编码 200235)
上海世纪出版股份有限公司发行中心发行
200001　上海福建中路 193 号　www. ewen. co
常熟兴达印刷有限公司印刷
开本 787×1092　1/16　印张 11
字数 239 千字
2016 年 7 月第 1 版　2016 年 7 月第 1 次印刷
ISBN 978-7-5478-3075-8/G・682
定价：27.00 元

本书如有缺页、错装或坏损等严重质量问题，请向承印厂联系调换

出 版 说 明

上世纪90年代初，上海科学技术出版社约请了上海教材主编和一些著名中学的资深教师推出《辅导与训练》丛书，涉及数学、物理、化学等出版社的优势学科.这套丛书在使用过程中，经多次修订改版，一直以“辅导得当、训练有素”而深受广大师生的青睐，已经成为上海市场的品牌教辅.

本世纪初，为适应上海“二期课改”的需要，我社根据新课标教材，又推出了《新教材辅导与训练》丛书，同样受到读者肯定.随后推出的《新思路辅导与训练》丛书也受到了广泛好评.现在，我社在总结各版优点的基础上，根据2017年起高考综合改革方案的实施，适应课程标准和高考要求的变化，特别是从2017年起，高考数学不再文理分科，对本套丛书进行再次修订，旨在帮助学生理解“新高考”涉及的知识内容(基本知识、基本技能和相关的重点、难点)，克服学习上的困难，增长自学能力，提高学科素养.

《新高考新思路辅导与训练　数学　高中二年级第一学期》是以《上海市中学数学课程标准》和现行教材为依据编写，内容紧密围绕“新高考”，专为高中二年级学生而精心设计编写.本书在整体上以课时为单位进行编写，每课时由要点归纳、疑难分析、基础训练、拓展训练四部分组成，每四到五课时设置一个阶段训练，每章后设置本章复习题.做到课课有辅导，课后有训练.

【要点归纳】 用简练的几句话归纳本课时学习的要点知识，方便学生归纳、复习.

【疑难分析】 根据教学需要精选典型例题，例题讲解细致，

分析透彻,层次鲜明,旨在将疑难问题的解决置于“润物细无声”的境地,让读者通过研读例题做到举一反三,提高解题能力.

【基础训练】 针对本课时的教学内容,为每个知识点或思想方法编写基础性题目.在习题的内容、数量上都以精选为标准,力图使学生在最短的时间内掌握基础知识,使有关教学内容得以巩固和落实.

【拓展训练】 在落实基础的前提下,挑选一些贴近学生实际要求的综合性题目,提高学生的学习积极性,拓展学习视界,提高解题技巧,挑战思维能力.

【阶段训练】 每四到五课时设置一个,可作为学生的周末作业,也可以作为教师的每周测试使用.

本书由七宝中学卜照泽老师和郝莉莉老师担任主编,其中第7章由卜照泽老师编写,第8章由郝莉莉老师编写,第9,10章由两人合写.本书的编写老师均活跃在教学第一线,他们把握教学内容的标准,了解教学节奏的急缓,特别知道学生的需求.

为初、高中师生提供适用而又有指导意义的辅导书,是我们一贯的心愿,也是当前教学的需要.对于我们所做的努力和尝试,诚挚地期望广大读者给予批评和指正.

上海科学技术出版社
2016年7月

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

辅导与训练

目　录

第 7 章　数列与数学归纳法

7.1(1)　数　　列

要点归纳

1. 通过例子,熟悉数列概念,理解数列与数的集合的不同点.

2. 理解数列的分类形式:有穷数列和无穷数列、递增数列和递减数列及常数列.

3. 理解通项公式及其简单的应用.

疑难分析

例 1　根据下列数列的前 5 项,写出数列的一个通项公式.

(1) 0, 1, 0, 1, 0, …;　　(2) $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{15}$, $\frac{6}{35}$, $\frac{8}{63}$, $\frac{10}{99}$, ….

分析　由数列的前若干项,写出它的一个通项公式的方法:① 在项数 n 的变化过程中,观察哪些是变量,找出它们与 n 的关系;② 记住一些常见数列的通项公式.

解　(1) 奇数项是 0,偶数项是 1,可联想 $(-1)^n$ 的特点,不难写出其通项公式为 $a_n=\frac{1+(-1)^n}{2}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$,或者也可写成 $a_n=\begin{cases}0, & 当\ n=2k-1\ 时;\\ 1, & 当\ n=2k\ 时\end{cases}$ $(k\in\mathbf{N}^*)$.

(2) 分别观察各项分子与分母的规律,分子为偶数列 $\{2n\}$;分母为 1×3, 3×5, 5×7, 7×9,…,故所求的通项公式为 $a_n=\frac{2n}{(2n-1)(2n+1)}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$.

注意　已知一个数列的前有限项,必可写出一个数列使其满足要求,又因为后面的项是未知的,所以符合条件的通项公式不唯一.

例 2　数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n=\begin{cases}(3-a)n-3, & 当\ n\leqslant7\ 时;\\ a^{n-6}, & 当\ n>7\ 时\end{cases}$ 且 $\{a_n\}$ 为递增数列,则实数 a 的取值范围为(　　).

A. $\left(\frac{9}{4},3\right)$　　B. $\left[\frac{9}{4},3\right)$　　C. $(1,3)$　　D. $(2,3)$

解　要使 $\{a_n\}$ 为递增数列,则 $a_1<a_2<a_3<\cdots<a_7<a_8<a_9<\cdots$, ∴ 当 $n\leqslant7$ 时, $f(n)=(3-a)n-3$ 必须递增.

∴ $3-a>0$.　　①

又当 $n>7$ 时，$g(n)=a^{n-6}$ 也必须递增，

$\therefore\quad a>1.$ ②

另外，由于这里类似于分段函数的增减性，因而 $f(7)<g(8)$，即

$(3-a)\times 7-3<a^{8-6}.$ ③

联立①②③，解得 $2<a<3$，故选 D.

说明 由于这是分段数列（函数），因而其增减性的重点在于分段点处的处理，根据增函数的定义知，$n\leqslant 7$ 时，$f(n)$ 的最大值必须小于 $n>7$ 时 $g(n)$ 的最小值，这是最容易忽视的一点，应引起重视.

例 3 求数列 16，1 156，111 556，11 115 556，…的通项公式.

解 $a_n=\underbrace{11\cdots1}_{n}\underbrace{55\cdots5}_{n-1}6=\underbrace{11\cdots1}_{n}\times 10^n+\underbrace{55\cdots5}_{n-1}\times 10+6$

$$=\frac{1}{9}\times(10^n-1)\times 10^n+\frac{5}{9}\times(10^{n-1}-1)\times 10+6$$

$$=\frac{1}{9}(10^{2n}+4\times 10^n+4)=\frac{1}{9}(10^n+2)^2.$$

注意 研究数列的通项公式可以从数列的前几项的特征观察发现，也可以从第 n 项的结构进行变形，找出一般的结构规律.

基础训练

1. 写出下列各数列的一个通项公式：

(1) 数列的前几项分别是 1，3，7，15，31，…，则 $a_n=$__________；

(2) 数列的前几项分别是 $\frac{1}{2}$，$\frac{4}{5}$，$\frac{9}{10}$，$\frac{16}{17}$，$\frac{25}{26}$，…，则 $a_n=$__________；

(3) 数列的前几项分别是 $-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$，$-\frac{1}{2}$，$\frac{1}{2}$，$-\frac{1}{2}$，…，则 $a_n=$__________；

(4) 数列的前几项分别是 2×3，3×4，4×5，5×6，…，则 $a_n=$__________；

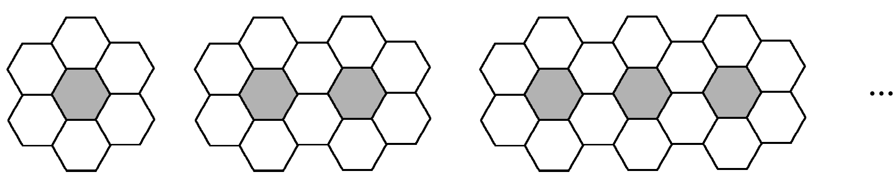
(5) 数列的前几项分别是 9，99，999，9 999，99 999，…，则 $a_n=$__________.

2. 在数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_n=\cos\frac{n\pi}{2}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $\{a_n\}$ 的前 6 项为____________________.

3. 在数列 $\{a_n\}$ 中，已知 $a_n=\frac{1}{n(n+1)}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$，则 $\frac{1}{156}$ 是这个数列中的第__________项.

4. 数列 $\{a_n\}$ 中，$a_n=100-3n(n\in\mathbf{N}^*)$，该数列从第__________项开始每项均为负值.

5. 下图中规律如图所示：



第 1 个　　第 2 个　　第 3 个

(第 5 题)

则第 n 个图案中有白色地砖__________块.

6. 若数列$\{a_n\}$的通项公式 $a_n=\dfrac{n-\sqrt{90}}{n-\sqrt{91}}(n\in\mathbf{N}^*)$，则数列$\{a_n\}$中的最大项是第________项；最小项是第__________项.

7. 已知数列$\{a_n\}$中，$a_n=-2n^2+31n+9\ (n\in\mathbf{N}^*)$，则$\{a_n\}$中的最大项为__________.

8. 数列 0，1，0，2，0，3，…的一个可能的通项公式是(　　).

A. $\dfrac{n}{4}[(-1)^n+1]$　　B. $\dfrac{n}{4}[(-1)^{n+1}+1]$

C. $\dfrac{n}{2}[(-1)^n+1]$　　D. $\dfrac{n}{2}[(-1)^{n+1}+1]$

9. 数列 1，1，2，3，5，8，13，…的递推公式是(　　).

A. $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n(n\in\mathbf{N}^*)$　　B. $\begin{cases}a_{n+2}=a_{n+1}+a_n(n\in\mathbf{N}^*),\\ a_1=1\end{cases}$

C. $\begin{cases}a_{n+2}=a_{n+1}+a_n(n\in\mathbf{N}^*),\\ a_1=1,a_2=1\end{cases}$　　D. $\begin{cases}a_{n+1}=a_n+a_{n-1}(n\in\mathbf{N}^*),\\ a_1=1,a_2=1\end{cases}$

10. 若数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\dfrac{n}{n^2+196}\ (n\in\mathbf{N}^*)$，则这个数列中的最大项是(　　).

A. 第 12 项　　B. 第 13 项　　C. 第 14 项　　D. 第 15 项

11. 若数列前 8 项的值各不相等，且 $a_{n+8}=a_n$ 对任意的正整数 n 均成立，则下列数列中可取遍$\{a_n\}$前 8 项值的是(　　).

A. $\{a_{2k+1}\}$　　B. $\{a_{3k+1}\}$　　C. $\{a_{4k+1}\}$　　D. $\{a_{6k+1}\}$

12. 已知$\{a_n\}$是递增数列，且对任意 $n\in\mathbf{N}^*$ 都有 $a_n=n^2+\lambda n$ 恒成立，则实数 λ 的取值范围是______________.

13. 已知数列$\{a_n\}$对于任意 $p,q\in\mathbf{N}^*$，有 $a_p+a_q=a_{p+q}$，若 $a_1=\dfrac{1}{9}$，求 a_{36}的值.

拓展训练

14. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_n=\dfrac{3^{n-1}a_1}{1+(3^{n-1}-1)a_1}$，若要使$\{a_n\}$为 k 项的有穷数列，则$a_1=$(　　).

A. $\dfrac{1}{1-3^{k-1}}$　　B. $\dfrac{1}{1-3^k}$　　C. $\dfrac{1}{1-3^{k+1}}$　　D. $\dfrac{1}{1-3^{k+2}}$

15. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=(n+1)\cdot\left(\dfrac{9}{10}\right)^n(n\in\mathbf{N}^*)$.是否存在自然数 m，使对

一切的 $n\in\mathbf{N}^*$，$a_n\leqslant a_m$ 恒成立？若存在，求出 m 的值；若不存在，说明理由.

16. 已知函数 $f(x)=x^2+(2-n)x-2n$ 的图像与 x 轴正半轴的交点为 $A(a_n,0)$，$n=1$，2，3，….

(1) 求数列$\{a_n\}$的通项公式；

(2) 令 $b_n=3^{a_n}+(-1)^{n-1}\cdot\lambda\cdot 2^{a_n}$($n\in\mathbf{N}^*$)，问是否存在非零整数 λ，使得对任意正整数 n，都有 $b_{n+1}>b_n$？若存在，求出 λ 的值；若不存在，请说明理由.

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

7.1(2)　数列的递推公式

要点归纳

1. 理解递推公式是描述数列的一种形式.

2. 会根据递推公式写出数列的前几项的值.

疑难分析

例 1　根据下列数列的首项和递推公式，写出数列前 5 项，并由此归纳出它的通项公式.

(1) $a_1=2, a_{n+1}=3a_n+2$;

(2) $a_1=1, a_{n+1}=\dfrac{n+2}{n+1}a_n$.

分析　已知一个数列的递推公式，写出前 n 项只要将 n 的值一一代入即可，要写出其通项公式，则需要进行归纳、猜测得出结论.这就是由特殊到一般的思维方法的体现.

解　(1) $a_1=2, a_2=8, a_3=26, a_4=80, a_5=242$; $a_n=3^n-1$ $(n\in\mathbf{N}^*)$.

(2) $a_1=1, a_2=\dfrac{3}{2}, a_3=\dfrac{4}{2}, a_4=\dfrac{5}{2}, a_5=\dfrac{6}{2}$; $a_n=\dfrac{n+1}{2}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$.

说明　欲由数列的前几项写它的通项公式，关键在于把握数列每一项的值与其序号之间的对应关系.

例 2　根据流程框图(图 7-1)，试建立该数列的递推公式，并写出该数列的所有项.

分析　通过框图的分析，找出数列的首项的值及前后两项间的联系.

解　如图 7-1 可知：

$$\begin{cases} a_1=2, \\ a_n=a_{n-1}(a_{n-1}-1)\ (n\in\mathbf{N}^*, 2\leqslant n\leqslant 10). \end{cases}$$

则 $a_1=a_2=a_3=\cdots=a_{10}=2$.

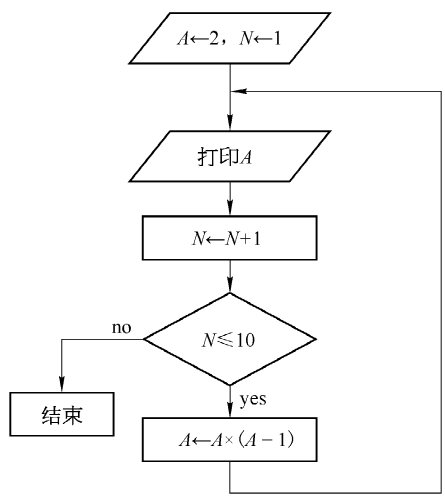


图　7-1

例 3　已知首项为 x_1 的数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_{n+1}=\dfrac{ax_n}{x_n+1}$ (a 为常数).

(1) 若对于任意的 $x_1\neq -1$，有 $x_{n+2}=x_n$ 对于任意的 $n\in\mathbf{N}^*$ 都成立，求 a 的值；

(2) 当 $a=1$ 时，若 $x_1>0$，数列 $\{x_n\}$ 是递增数列还是递减数列？请说明理由.

解　(1) ∵　$x_{n+2}=\dfrac{ax_{n+1}}{x_{n+1}+1}=\dfrac{a\cdot\dfrac{ax_n}{x_n+1}}{\dfrac{ax_n}{x_n+1}+1}=\dfrac{a^2x_n}{ax_n+x_n+1}=x_n$,

$\therefore \quad a^2x_n=(a+1)x_n^2+x_n.$

当 $n=1$ 时,由 x_1 的任意性,得 $\begin{cases}a^2=1,\\a+1=0.\end{cases}$ 解方程组,得 $\quad a=-1.$

(2) 数列$\{x_n\}$是递减数列.

$\because \quad x_1>0, x_{n+1}=\dfrac{x_n}{x_n+1},$

$\therefore \quad x_n>0\ (n\in\mathbf{N}^*).$

又 $\because \quad x_{n+1}-x_n=\dfrac{x_n}{x_n+1}-x_n=-\dfrac{x_n^2}{x_n+1}<0\ (n\in\mathbf{N}^*)$,故数列$\{x_n\}$是递减数列.

说明 第(1)问得出 $x_{n+2}=x_n$,从而可得该数列的周期为 2;第(2)问判断出 $x_{n+1}-x_n<0$,可知数列为递减数列.本题揭示了数列中的周期性与单调性的特性.

例 4 若数列$\{a_n\}$满足 $a_1=2, a_{n+1}=\dfrac{1+a_n}{1-a_n}(n\in\mathbf{N}^*)$,则该数列的前 2 017 项的乘积 $a_1a_2a_3\cdots a_{2\,017}=$____________.

解 由递推公式,得 $a_{n+2}=-\dfrac{1}{a_n}, a_{n+4}=a_n$,则$\{a_n\}$是以 4 为循环的一个数列.由计算,得 $a_1=2, a_2=-3, a_3=-\dfrac{1}{2}, a_4=\dfrac{1}{3}, a_5=2.\therefore \quad a_1a_2a_3a_4=1.$

$\therefore \quad a_1a_2a_3\cdots a_{2\,017}=a_{2\,017}=a_1=2.$

说明 找数列各有限项的乘积值,可以根据递推关系找出数列的通项公式,从而求出各项的值.但如果找不出通项公式时,可以寻找相邻项的关系,找出数列的周期性规律.

基础训练

1. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\dfrac{1}{n(n+2)}$,那么$\dfrac{1}{99}$是这数列的第__________项.

2. 2, 3, 4, …, $n+2$ 中,项的个数为__________.

3. 已知数列$\{a_n\}$中,$a_1=1, a_na_{n-1}=a_{n-1}+(-1)^n\ (n\geqslant 2, n\in\mathbf{N}^*)$,则$\dfrac{a_3}{a_5}$的值是__________.

4. 已知数列 $a_1=1$, $a_1a_2a_3\cdots a_n=n^2(n\in\mathbf{N}^*)$,则 $a_4+a_6=$__________.

5. 在数列$\{a_n\}$中,已知 $a_1=1, a_2=3, a_{n+2}=a_{n+1}-a_n(n\in\mathbf{N}^*)$,则 $a_6=$__________.

6. 数列$\{a_n\}$满足 $a_n=\begin{cases}3n-4, & \text{当 } n\in[1,10] \text{ 时;}\\-n+20, & \text{当 } n\in[11,+\infty] \text{ 时}\end{cases}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$.则 a_n 的最大值为________.

7. $a_n=(-1)^n$,则 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2n}=$__________.

8. 下列四个命题:(1) 任何数列都有通项公式;(2) 给定了一个数列的通项公式就给定了这个数列;(3) 给出了数列的有限项就可唯一确定这个数列的通项公式;(4) 数列的通项公式 a_n 是项数 n 的函数.其中正确的有(   ).

A. 1 个 B. 2 个

C. 3 个 D. 4 个

9. 有下列命题:(1) 数列 1,2,3 与数列 3,2,1 是两个不同的数列;(2) 用集合$\{1,2,3\}$中的

所有元素只能构造出 6 个不同的数列;(3) 集合$\{x \mid x=2n\ (n\in\mathbf{N}^*)\}$可以表示由正偶数按从小到大的次序排列所得到的数列.其中假命题有(　　).

A. 0 个　　　　B. 1 个

C. 2 个　　　　D. 3 个

10. 共有 10 项的数列$\{a_n\}$的通项 $a_n=\dfrac{2\,007-10^n}{2\,008-10^n}$($n\in\mathbf{N}^*$,$1\leqslant n\leqslant 10$),则该数列中最大项、最小项的情况是(　　).

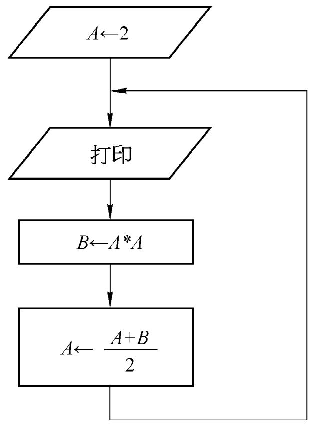
A. 最大项为 a_1、最小项为 a_{10}

B. 最大项为 a_{10}、最小项为 a_1

C. 最大项为 a_6、最小项为 a_5

D. 最大项为 a_4、最小项为 a_3

11. 根据所给的框图,建立所得到的递推公式,并写出这个数列的前 6 项.



(第 11 题)

12. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_1=0$,$a_{n+1}=\dfrac{a_n-\sqrt{3}}{\sqrt{3}a_n+1}$($n\in\mathbf{N}^*$),求 $a_{2\,017}$的值.

13. 若数列$\{a_n\}$满足条件 $a_{n+1}=\begin{cases}2a_n, & 当\ 0\leqslant a_n<\dfrac{1}{2}时;\\ 2a_n-1, & 当\dfrac{1}{2}\leqslant a_n<1\ 时\end{cases}$ 且 $a_1=\dfrac{6}{7}$.

(1) 求它的前 4 项的值;

(2) 求 $a_{2\,017}$ 的值.

14. 已知数列$\{a_n\}$满足:$a_1=m$(m 为正整数),$a_{n+1}=\begin{cases}\dfrac{a_n}{2}, & \text{当 } a_n \text{ 为偶数时;}\\ 3a_n+1, & \text{当 } a_n \text{ 为奇数时.}\end{cases}$若$a_6=1$,

则 m 所有可能的取值为________________.

拓展训练

15. 在数列$\{b_n\}$中,若 $b_1=1$,$b_{n+1}=2^n\cdot b_n$,求通项 b_n.

16. 已知定义在 $\mathbf{N}^*$ 上的函数 $f(n)$满足 $f(n+1)=f(n)+f(n+2)$,$f(1)=1$,$f(2)=2$.

(1) 试写出 $f(n)$的性质;

(2) 求 $f(2\,017)$的值.

7.2(1) 等 差 数 列

要点归纳

1. 理解和掌握等差数列的定义.

2. 应用等差数列的通项公式解决有关计算问题.

疑难分析

例 1 $\{a_n\}$是等差数列.下列结论中正确的是(　　).

A. 若 $a_1+a_2>0$,则 $a_2+a_3>0$　　　　B. 若 $a_1+a_3<0$,则 $a_1+a_2<0$

C. 若 $0<a_1<a_2$,则 $a_2>\sqrt{a_1a_3}$　　　　D. 若 $a_1<0$,则$(a_2-a_1)(a_2-a_3)>0$

解 先分析四个选项,A 举一反例:$a_1=2,a_2=-1,a_3=-4,a_1+a_2=1>0$ 而 $a_2+a_3<0$,A 错误;B 举同样反例:$a_1=2,a_2=-1,a_3=-4,a_1+a_3<0$ 而 $a_1+a_2>0$,B 错误;下面针对 C 进行研究,因为$\{a_n\}$是等差数列,若 $0<a_1<a_2$,则 $a_1>0$,设公差为 d,则 $d>0$,数列各项为正,由于 $a_2^2-a_1a_3=(a_1+d)^2-a_1(a_1+2d)=d^2>0$,则 $a_2^2>a_1a_3\Rightarrow a_2>\sqrt{a_1a_3}$,故选 C.

说明 选择题的判断可以结合题意中的选择给出的信息加以分析,既可以举特殊例子加以检验,也可以从问题给出的性质加以证明.本题两种方法都结合使用了.

例 2 某商场用如下方法促销某品牌的上衣:原销售价为每件 280 元,改为买一件的单价为 265 元,买两件的单价为 250 元,依此类推,每多买一件,则所买各件的单价均再减少 15 元,但每件的价格不低于 160 元.设 a_n 为购买 n 件这类上衣所花费的金额(元),求 a_n.

分析 关键是先求出买 n 件上衣时的单价,记作$\{b_n\}$.显然,$\{b_n\}$组成一个等差数列.但注意到单价不能低于 160 元.那么,买上衣到一定数量时,商品的单价就是常数了.故应注意分类讨论.

解 设购买 n 件商品时,每件的单价为 b_n 元,则数列组成以 $b_1=265$ 为首项,-15 为公差的等差数列.

又单价不能低于 160 元,则 $265+(n-1)\cdot(-15)\geqslant 160$.

解不等式,得 $n\leqslant 8$.

所以当 $n>8$ 时,$b_n=160$.

综上所述,得 $b_n=\begin{cases}265+(n-1)(-15), & \text{当 } 1\leqslant n\leqslant 8 \text{ 时};\\ 160, & \text{当 } n>8 \text{ 时}\end{cases}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$.

从而 $a_n=\begin{cases}280-15n, & \text{当 } 1\leqslant n\leqslant 8 \text{ 时};\\ 160n, & \text{当 } n>8 \text{ 时}\end{cases}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$.

基础训练

1. 等差数列$\{a_n\}$中,已知 $a_1, a_2, 4, a_4, 0, \cdots$,则公差为__________,首项为__________.

2. 若数列$\{a_n\}$为等差数列,且 $a_1=2,a_2=6$,则 $a_8=$__________.

3. 若 1 与 x 的等差中项是 2,则 $x=$__________.

4. 等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=1$，$a_{2011}=2\,011$，则公差$d=$__________.

5. 若数列$\{a_n\}$为等差数列，且$a_3=-2$，$d=3$，则数列的递推公式为__________.

6. 数列$\{a_n\}$的递推公式为$\begin{cases}a_1=3,\\ a_{n+1}=a_n-2\ (n\in\mathbf{N}^*),\end{cases}$则这个数列的通项公式为__________.

7. 已知一等差数列$\{a_n\}$中依次的三项为$a-5$，$-3a-4$，$-6a-5$，则$a=$__________.

8. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1+3a_8+a_{15}=10$，则$2a_9-a_{10}=$__________.

9. 若有以下两个命题：命题甲：a，b，c成等差数列；命题乙：$2b=a+c$.则命题甲是乙的(　　).

A. 充分而非必要条件　　B. 必要而非充分条件

C. 充要条件　　D. 既非充分也非必要条件

10. 下列数列中，不是等差数列的是(　　).

A. 1，4，7，10　　B. lg2，lg4，lg8，lg16

C. 2^5，2^4，2^3，2^2　　D. 10，8，6，4，2

11. 已知数列$\{a_n\}$中，$\begin{cases}a_1=2,\\ a_n=f(a_{n-1})\ (n>1,n\in\mathbf{N}^*).\end{cases}$ $f(x)=\dfrac{3x}{x+3}$，则数列$\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$是(　　).

A. 首项为$\dfrac{1}{2}$，公差为$\dfrac{2}{3}$的等差数列　　B. 首项为$\dfrac{1}{2}$，公差为$\dfrac{1}{3}$的等差数列

C. 首项为$\dfrac{1}{2}$，公差为$\dfrac{1}{2}$的等比数列　　D. 首项为$\dfrac{1}{2}$，公差为$\dfrac{1}{3}$的等比数列

12. 下列命题中，与命题“$\{a_n\}$为等差数列”不等价的是(　　).

A. $a_{n+1}=a_n+d$ (d为常数)　　B. 数列$\{-a_n\}$是等差数列

C. 数列$\left\{\dfrac{1}{a_n}\right\}$是等差数列　　D. a_{n+1}是a_n与a_{n+2}的等差中项

拓展训练

13. 若x，y，z成等差数列，化简：$(z-x)^2-4(x-y)(y-z)$.

14. 某工厂有$n(n\in\mathbf{N}^*,n\geqslant 4)$台机器，编号分别为1，2，3，…，$n$，该工厂有工人$n$名，编号分别为1，2，3，…，$n$，现定义$a_{ij}$的值为：如果第$i$名工人操作第$j$机器，则记$a_{ij}=1$，否则$a_{ij}=0$ ($i,j=1,2,3,\cdots,n$).若$a_{41}+a_{42}+a_{43}+\cdots+a_{4n}=2$，则用文字解释上式的实际意义.

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com