



**UANLI  
SHUXUE**

GUANLISHUXUE

## 编写人员名单

(上册)

主编：阿廉、孙利华。

副主编：刘炳娣、刘长国。

参加编写的有：

刘炳娣（第一篇、第一章）、姚中和（第二章）、刘长国（第三章）、周世福（第四章）、刘兴华（第五章）、刘茂俭（第六章）、孙利华（第七、八章）；屠宗志（第二篇、第一章）、张科（第二章）、阿廉（第三、四章）、段应魁（第五章）。

---

## 编写说明

目前,成人高等农业院校的数学教材,大多采用普通农业院校或经济院校本科教材。几年来的教学实践表明,这类教材无论在内容处理上还是在课时安排上,与干部教育的特点、要求都不相适应。因此,1986年7月,在北方地区农业(农垦)管理干部学院协作会议上决定,由黑龙江省农业管理干部学院负责召集北方地区八所农业(农垦)管理干部学院的数学教研室负责同志,在充分总结几年来教学经验的基础上,共同研究制定了《管理数学》教学大纲。根据这个大纲,由农牧渔业部农村经济管理干部学院、黑龙江省农业管理干部学院、吉林省农业管理干部学院、辽宁省农业管理干部学院和黑龙江省农垦管理干部学院等院校的教师共同编写了这本教材。

在编写过程中,我们十分注重教材内容要为农业管理专业的培养目标服务,力求突出管理特色。在知识体系上,为保持其科学性、系统性与完整性,尽量做到由浅入深,由易到难,减少繁难的理论证明,突出实用性,以适应广大学员和各个专业的实际需要。

微积分部分,在不影响基本理论的基础上,增加了在经济管理方面的应用。同时,也注意到了知识的连续性,以适应后续课程的需要。

线性代数部分,侧重矩阵和方程组的理论。同时注意到

# 目 录

## 第一篇 微 积 分

|                      |         |
|----------------------|---------|
| 第一章 函数 .....         | ( 3 )   |
| §1.1 实数 .....        | ( 3 )   |
| §1.2 函数的概念 .....     | ( 6 )   |
| §1.3 函数的简单性质 .....   | ( 16 )  |
| §1.4 初等函数 .....      | ( 18 )  |
| 习 题 1—1 .....        | ( 28 )  |
| 第二章 极限与连续 .....      | ( 34 )  |
| §2.1 函数的极限 .....     | ( 34 )  |
| §2.2 无穷小量与无穷大量 ..... | ( 45 )  |
| §2.3 极限运算法则 .....    | ( 51 )  |
| §2.4 两个重要的极限 .....   | ( 56 )  |
| §2.5 函数的连续性 .....    | ( 63 )  |
| 习 题 1—2 .....        | ( 73 )  |
| 第三章 导数与微分 .....      | ( 78 )  |
| §3.1 导数的概念 .....     | ( 78 )  |
| §3.2 求导法则与公式 .....   | ( 88 )  |
| §3.3 高阶导数 .....      | ( 106 ) |
| §3.4 微分及应用 .....     | ( 108 ) |
| 习 题 1—3 .....        | ( 118 ) |

|                          |       |
|--------------------------|-------|
| 第四章 导数的应用 .....          | (123) |
| §4.1 微分中值定理 .....        | (123) |
| §4.2 罗必达法则 .....         | (131) |
| §4.3 函数的单调性和极值 .....     | (137) |
| §4.4 函数的作图 .....         | (153) |
| §4.5 导数在经营管理中的应用 .....   | (166) |
| 习 题 1—4 .....            | (178) |
| 第五章 不定积分 .....           | (184) |
| §5.1 不定积分的概念 .....       | (184) |
| §5.2 不定积分的运算性质与公式表 ..... | (188) |
| §5.3 换元积分法与分部积分法 .....   | (194) |
| 习 题 1—5 .....            | (211) |
| 第六章 定积分 .....            | (215) |
| §6.1 定积分概念 .....         | (215) |
| §6.2 定积分的性质 .....        | (226) |
| §6.3 定积分与不定积分的关系 .....   | (229) |
| §6.4 定积分的计算 .....        | (235) |
| §6.5 无穷区间上的广义积分 .....    | (243) |
| §6.6 定积分的应用 .....        | (251) |
| 习 题 1—6 .....            | (271) |
| 第七章 多元函数微积分简介 .....      | (276) |
| §7.1 二元函数的基本概念 .....     | (276) |
| §7.2 二元函数的极限与连续 .....    | (284) |
| §7.3 偏导数和全微分 .....       | (286) |
| §7.4 二元函数的极值 .....       | (296) |

|                    |       |
|--------------------|-------|
| §7.5 二重积分          | (303) |
| 习 题 1—7            | (317) |
| 第八章 微分方程           | (324) |
| §8.1 微分方程的一般概念     | (324) |
| §8.2 一阶微分方程        | (326) |
| §8.3 几种特殊类型的二阶微分方程 | (336) |
| 习 题 1—8            | (340) |

## 第二篇 线 性 代 数

|                 |       |
|-----------------|-------|
| 第一章 行列式         | (347) |
| §1.1 行列式的定义     | (347) |
| §1.2 行列式的性质     | (360) |
| §1.3 按行(列)展开行列式 | (366) |
| §1.4 克莱姆法则      | (372) |
| 习 题 2—1         | (379) |
| 第二章 矩阵          | (384) |
| §2.1 矩阵的概念      | (384) |
| §2.2 矩阵的运算      | (389) |
| §2.3 分块矩阵       | (398) |
| §2.4 逆矩阵        | (404) |
| §2.5 矩阵的秩       | (412) |
| 习 题 2—2         | (418) |
| 第三章 $n$ 维向量     | (423) |
| §3.1 消元法        | (423) |
| §3.2 $n$ 维向量空间  | (435) |

|                          |       |
|--------------------------|-------|
| §3.3 向量的线性关系.....        | (438) |
| §3.4 向量组的秩.....          | (443) |
| 习 题 2—3.....             | (452) |
| 第四章 线性方程组 .....          | (456) |
| §4.1 线性方程组有解的判定定理.....   | (456) |
| §4.2 线性方程组解的结构.....      | (464) |
| §4.3 线性方程组的数值解法.....     | (474) |
| 习 题 2—4.....             | (486) |
| 第五章 投入产出数学模型 .....       | (490) |
| §5.1 价值型投入产出模型.....      | (491) |
| §5.2 消耗系数.....           | (498) |
| §5.3 平衡方程组的解.....        | (506) |
| §5.4 投入产出法在经济管理中的应用..... | (511) |
| 习 题 2—5.....             | (522) |

# 目 录

## 第三篇 线性规划

|                           |         |
|---------------------------|---------|
| 第一章 线性规划问题的数学模型 .....     | ( 527 ) |
| §1.1 什么是线性规划问题 .....      | ( 528 ) |
| §1.2 线性规划问题产生的背景 .....    | ( 531 ) |
| §1.3 经济问题中线性规划模型介绍 .....  | ( 532 ) |
| 习 题 3—1 .....             | ( 540 ) |
| 第二章 线性规划问题解的性质 .....      | ( 546 ) |
| §2.1 两个变量线性规划问题的图解法 ..... | ( 546 ) |
| §2.2 标准型及解的性质 .....       | ( 551 ) |
| 习 题 3—2 .....             | ( 558 ) |
| 第三章 单纯形方法 .....           | ( 560 ) |
| §3.1 单纯形方法 .....          | ( 560 ) |
| §3.2 单纯形表分析 .....         | ( 591 ) |
| 习 题 3—3 .....             | ( 605 ) |
| 第四章 对偶线性规划问题介绍 .....      | ( 609 ) |
| §4.1 对偶线性规划模型 .....       | ( 609 ) |
| §4.2 对偶问题的基本性质 .....      | ( 611 ) |
| §4.3 由对偶问题理解影子价格 .....    | ( 613 ) |
| 习 题 3—4 .....             | ( 615 ) |
| 第五章 灵敏度分析与参数线性规划问题 .....  | ( 617 ) |

|                    |         |
|--------------------|---------|
| §5.1 灵敏度分析.....    | ( 617 ) |
| §5.2 参数线性规划问题..... | ( 622 ) |
| 习 题 3—5.....       | ( 637 ) |
| 附 录 整数规划简介.....    | ( 638 ) |

#### 第四篇 概率论与数理统计

|                         |         |
|-------------------------|---------|
| 第一章 随机事件及其概率 .....      | ( 650 ) |
| §1.1 随机事件.....          | ( 650 ) |
| §1.2 概率.....            | ( 656 ) |
| §1.3 概率的加法定理.....       | ( 660 ) |
| §1.4 条件概率与乘法定理.....     | ( 662 ) |
| §1.5 全概公式和贝叶斯公式.....    | ( 665 ) |
| §1.6 事件的独立性与贝努里概型.....  | ( 669 ) |
| 习 题 4—1.....            | ( 673 ) |
| 第二章 随机变量及其分布 .....      | ( 677 ) |
| §2.1 随机变量的概念.....       | ( 677 ) |
| §2.2 离散型随机变量及其概率分布..... | ( 679 ) |
| §2.3 连续型随机变量及其分布密度..... | ( 688 ) |
| §2.4 二元随机变量及其分布.....    | ( 699 ) |
| §2.5 随机变量函数的分布.....     | ( 707 ) |
| 习 题 4—2.....            | ( 710 ) |
| 第三章 随机变量的数学特征 .....     | ( 715 ) |
| §3.1 数学期望.....          | ( 715 ) |
| §3.2 方差、协方差.....        | ( 724 ) |
| 习 题 4—3.....            | ( 733 ) |

|                                |         |
|--------------------------------|---------|
| 第四章 大数定律与中心极限定理 .....          | ( 736 ) |
| §4.1 大数定律 .....                | ( 736 ) |
| §4.2 中心极限定理 .....              | ( 740 ) |
| 第五章 马尔可夫链 .....                | ( 742 ) |
| §5.1 随机过程的概念 .....             | ( 742 ) |
| §5.2 马尔可夫链 .....               | ( 743 ) |
| 习 题 4—4 .....                  | ( 756 ) |
| 第六章 数理统计的基本概念 .....            | ( 758 ) |
| §6.1 总体和样本 .....               | ( 758 ) |
| §6.2 样本分布及其分布函数 .....          | ( 763 ) |
| §6.3 几种常用统计量的分布 .....          | ( 770 ) |
| 习 题 4—5 .....                  | ( 780 ) |
| 第七章 参数估计 .....                 | ( 782 ) |
| §7.1 数学期望与方差的点估计 .....         | ( 782 ) |
| §7.2 数学期望的区间估计 .....           | ( 793 ) |
| 习 题 4—6 .....                  | ( 797 ) |
| 第八章 假设检验 .....                 | ( 800 ) |
| §8.1 假设检验的概念 .....             | ( 800 ) |
| §8.2 $u$ 检验和 $t$ 检验 .....      | ( 803 ) |
| §8.3 $F$ 检验和 $\chi^2$ 检验 ..... | ( 812 ) |
| 习 题 4—7 .....                  | ( 816 ) |
| 第九章 方差分析 .....                 | ( 818 ) |
| §9.1 单因素方差分析 .....             | ( 818 ) |
| §9.2 双因素方差分析 .....             | ( 826 ) |
| 习 题 4—8 .....                  | ( 842 ) |

|                        |         |
|------------------------|---------|
| 第十章 回归分析 .....         | ( 844 ) |
| §10.1 一元线性回归分析 .....   | ( 845 ) |
| §10.2 多元线性回归 .....     | ( 855 ) |
| §10.3 可线性化的回归 .....    | ( 862 ) |
| 习 题 4—9 .....          | ( 869 ) |
| 附录 一 常用的初等数学基本公式 ..... | ( 880 ) |
| 二 基本积分表 .....          | ( 887 ) |
| 三 基本用表 .....           | ( 906 ) |

# 第一章 线性规划问题的数学模型

在工农业生产、交通运输和财贸工作等各项经济活动中，提高经济效益是现代管理的根本任务之一。任何一个部门都希望为社会创造出更多的经济价值，为国家积累更多的资金。为了达到这一目的，除了通过外延方面增加投资、改进技术和工艺等手段外，更重要的是在内涵方面挖掘现有设备、劳动力、原材料和资金等方面的潜力，在现有的经济基础的条件下，进行妥善的科学管理。

每一个部门在生产、经营和进行管理中会经常遇到如下两类问题：一类是当人力、物力一定时，希望获得尽可能多的产值、产量或利润；另一类是当一项任务确定后，希望用尽可能少的原料、人力、设备去完成它。而每一类问题的解决，又总会受到一定的客观条件限制。从企业内部来看，任何一项生产都会受到工艺、设备、原料和质量等因素的限制；从企业外部来看，又会受到市场、协作、国家法令政策等因素的制约。因此，在客观条件的种种限制之下，如何制定一个好的计划或者规划出一个好的方案，使得高利润或者低成本的愿望得以实现，是我们在实践中经常会遇到的一个重要课题。解决这一课题的有利工具之一就是我们将要系统学习的《线性规划》。

## §1.1 什么是线性规划问题

我们通过两个例子来说明什么是线性规划问题。

**例1** 要作种植安排。根据经验可以种小麦、玉米、大豆这三种作物。现有资源：土地 12 亩，劳力 48 小时，资金 360 元。各种作物占用资源和净收入情况如表 1 所示。

表 1

| 作物 (1亩) | 劳力 (小时) | 资金 (元) | 净收入 (元) |
|---------|---------|--------|---------|
| 小 麦     | 6       | 36     | 50      |
| 玉 米     | 6       | 24     | 40      |
| 大 豆     | 2       | 18     | 30      |

考虑的问题是：在现有资源情况下，这三种作物各种多少，使净收入最大。

用数学语言可以将上述问题概括为：

设小麦、玉米、大豆的种植面积分别为  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$

求变量  $x_1$ 、 $x_2$ 、 $x_3$  的值，使其满足

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 12 & \text{(种植面积不超过 12 亩)} \\ 6x_1 + 6x_2 + 2x_3 \leq 48 & \text{(用劳力不超过 48 小时)} \\ 36x_1 + 24x_2 + 18x_3 \leq 360 & \text{(用资金不超过 360 元)} \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases} \quad (I)$$

且使净收入

$$S = 50x_1 + 40x_2 + 30x_3 \text{ 的值最大} \quad (I')$$

**例2** 某养鸡场有一万只鸡，用动物饲料和谷物饲料混

合喂养。每天每只鸡平均吃混合饲料一斤，其中动物饲料占的比例不得少于  $1/5$ 。动物饲料每斤 0.1 元，谷物饲料每斤 0.08 元，饲料公司每周只保证供应谷物饲料 5 万斤。问：饲料应怎样混合，才使成本最低。

可以设一万只鸡一周吃动物饲料  $x_1$  (斤)，谷物饲料  $x_2$  (斤)。

求  $x_1$ 、 $x_2$  的值，使其满足

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 70000 & (\text{总量为 } 70000 \text{ 斤}) \\ x_1 \geq 14000 & (\text{动物饲料不得少于 } 1/5) \\ x_2 \leq 50000 & (\text{谷物饲料供应上限}) \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad (\text{I})$$

且使得成本

$$S = 0.1x_1 + 0.08x_2 \text{ 的值最小} \quad (\text{II})$$

以上两个实际问题中的数量制约关系都抽象为数学表达式。我们称相应的数学表达式为实际问题的数学模型。这里 (I) 式称为约束条件，(II) 式称为目标函数。

分析这两个实际问题的数学模型有共同的特点，即都是解决统筹安排最佳方案的问题。它们的约束条件都是决策变量的线性不等式或线性方程。目标函数是决策变量的线性（即一次）函数。故这类问题称为线性规划问题。

线性规划问题数学模型的一般形式为：

求一组变量  $x_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) 的值，使其满足

$$\text{约束条件} \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1 (\text{或} \geq b_1, \text{或} = b_1) \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq b_2 (\text{或} \geq b_2, \text{或} = b_2) \\ \dots\dots\dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n \leq b_m (\text{或} \geq b_m, \text{或} = b_m) \\ x_j \geq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n) \end{cases}$$

且使目标函数

$$S = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \text{ 的值最大 (或最小)}$$

线性规划模型也常用和号记作:

$$s.t. \begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \leq b_i (\text{或} \geq b_i, \text{或} = b_i) (i=1, 2, \dots, m) \\ x_j \geq 0 \quad (j=1, 2, \dots, n) \end{cases}$$

$$\max(\min) S = \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

s.t. 为英文约束的缩写, max 与 min 分别为最大与最小的缩写.

关于  $x_j \geq 0$  的约束条件, 例题中是出于实际需要. 而在一般形式中提出, 已经是线性规划问题必须具备的一个条件了. 若实际问题中  $x_j$  可正可负, 可以设

$$x_j = x'_j - x''_j \quad (x'_j \geq 0, x''_j \geq 0)$$

将此式代入模型中, 就满足了线性规划模型对变量非负的要求.

**例3** 设问题为求  $x_1, x_2$  的值, 使其满足

$$\text{约束条件} \begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1 - 2x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0 \end{cases}$$

且使目标函数

$S=2x_1+3x_2$  的值最小

解 变化变量  $x_2$ , 使满足线性规划要求, 设  $x_2=x'_1-x''_1$  ( $x'_1 \geq 0, x''_1 \geq 0$ )

原模型变为

$$s.t. \begin{cases} 2x_1 + x'_1 - x''_1 \geq 4 \\ x_1 - 2x'_1 + 2x''_1 \leq 6 \\ x_1 \geq 0, x'_1 \geq 0, x''_1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\min S=2x_1+3x'_1-3x''_1$$

对所求的一组变量  $x_j$  ( $j=1, 2, \dots, n$ ) 的值, 给出下面定义:

定义1.1 满足约束条件的一组变量的值,  $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)^T$ , 称为线性规划问题的可行解。

定义1.2 可行解中使目标函数值最优 (最大或最小), 称为线性规划问题的最优解。

解线性规划问题的实质, 是找最优解。

## §1.2 线性规划问题产生的背景

在经济领域中应用初等数学方法进行计算有着悠久的历史, 随着现代化生产规模的加大, 各个部门之间的联系越来越密切和复杂. 在生产的组织与计划、交通运输、财贸等方面都要求有新的数学方法来为它们服务. 运筹学就是伴随着这种需要而发展的. 它的主要内容是研究生产中如何安排人力物力资源, 合理组织生产过程, 在条件不变的情况下, 统筹安排, 使总的经济效益最好. 运筹学主要包括规划论、排

队论、决策论、库存论、对策论和模型论等。

线性规划是运筹学中规划论的一个重要分支。早在本世纪三十年代末，康托洛维奇和希奇柯克等在生产组织和运输问题等方面，就开始研究应用线性规划这一数学方法。在四十年代末丹捷格提出了求解一般线性规划问题的方法——单纯形法之后，线性规划在理论上趋于成熟。特别是随着电子计算机的不断发展，计算能力大大提高，给这一数学方法在经济活动中的广泛应用提供了可能性，其发展速度是很快的。即使是在我国很快就将普及的微型计算机，解几十个变量和约束的问题已经很方便。由于大量的实际问题都可以用线性关系来表达，或者近似地表达。也由于尽管线性规划属静态规划，但通过对有关参数的分析，仍然可以使我們得到动态信息。线性规划已成为现代管理科学的重要基础和手段之一。特别是在农业产业结构的规划中，我国几乎建立的都是线性规划模型。

### § 1.3 经济问题中的线性规划模型介绍

除了前面例 1、例 2 介绍的作物布局、配方等问题外，常见的还有：

#### 1 生产计划问题

例 4 某工厂在计划期内要安排生产 I、II 两种产品，这些产品分别需要在 A、B、C、D 四种不同的设备上加工。按工艺规定，产品 I 和 II 在各设备上所需要的加工台时数如表 2 所示。已知各设备在计划期内的有效台时数分别是 12、