

JIYU ZUIPINZHIFA HE
YICHUANSUANFA DE
SHUIWEN DIZHI CANSHU FANYAN YANJIU

基于最频值法 和遗传算法的 水文地质参数反演研究

刘天霸 姚磊华 石建省 著



中国地质大学出版社
ZHONGGUO DIZHI DAXUE CHUBANSHE

基于最频值法和遗传算法的 水文地质参数反演研究

JIYU ZUIPINZHIFA HE YICHUANSUANFA DE
SHUIWEN DIZHI CANSHU FANYAN YANJIU

刘天霸 姚磊华 石建省 著



中国地质大学出版社
ZHONGGUO DIZHI DAXUE CHUBANSHE

图书在版编目(CIP)数据

基于最频值法和遗传算法的水文地质参数反演研究/刘天霸,姚磊华,石建省著. —武汉:中国地质大学出版社,2014.12

ISBN 978-7-5625-3581-2

I. ①基…

II. ①刘…②姚…③石…

III. ①水文地质参数—反演算法—研究

IV. ①P641

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2014)第 276907 号

基于最频值法和遗传算法的 水文地质参数反演研究

刘天霸 姚磊华 石建省 著

责任编辑:舒立霞

责任校对:周 旭

出版发行:中国地质大学出版社(武汉市洪山区鲁磨路 388 号)

邮政编码:430074

电 话:(027)67883511

传 真:67883580

E-mail: cbb@cug.edu.cn

经 销:全国新华书店

<http://www.cugp.cug.edu.cn>

开本:787mm×960mm 1/16

字数:167 千字

印张:8.5

版次:2014 年 12 月第 1 版

印次:2014 年 12 月第 1 次印刷

印刷:武汉三新大洋数字出版技术有限公司

印数:1—500 册

ISBN 978-7-5625-3581-2

定价:36.00 元

如有印装质量问题请与印刷厂联系调换

前 言

水文地质参数反演研究是地下水数值模拟领域的一个难点和热点。由于反演问题本身的复杂性,解反演问题的理论和方法总的来说还处于探索前进阶段,与正演问题相比,反演问题的研究成果还未达到完全实用的程度。

本书在回顾前人关于水文地质参数反演研究的基础上,分析了反演研究中常用目标函数的类型及其适用条件,总结了求解反演问题的各种计算方法的优缺点,探讨了当前反演研究中存在的问题,主要表现为:对数据分布类型认识上存在误区以及基于最小二乘算法的 L_2 范数型目标函数鲁棒性较低。随后,本书将基于信息损失最小化理论的最频值算法(MFV)引入到地下水科学研究领域。首先,将其与 Jacob 公式耦合得到新的直线图解法,并用于一组抽水试验结果的分析中,通过比较新的直线图解法和传统直线图解法的求解结果,证明最频值法对异常值不敏感,比最小二乘算法稳健性更强,更适于受多种不易观测或未知的干扰因素影响下的水文地质研究工作中。其次,在对遗传算法(GA)优点分析的基础上,又将基于最频值算法的 P_K 范数与遗传算法耦合用于水文地质参数反演研究中,并在 MATLAB 中对该算法进行了实现,通过对一个算例的研究表明, MFV+GA 算法的鲁棒性较高,在多数情况下, MFV+GA 算法的计算结果更值得信赖。最后,以呼和浩特市平原地区潜水含水层为研究对象,应用 MFV+GA 算法反演目标含水层的水文地质参数。反演分为两种方案,第一种方案是拟合 32 口无明显异常值的观测孔的水位,第二方案是拟合 34 口含有异常值的观测孔的水位,研究结果表明,两种情况下, MFV+GA 算法都能较好地识别出 14 组含水层参数,拟合数据中的异常值对 MFV+GA 算法反演结果影响不大,两种方案下识别出的对应参数值多数仅相差 5%左右,最大也不过相差 18%左右。作为对比,第一种方案下 LSM+GA 算法反演出的参数精度要比 MFV+GA 的反演结果差,第二种方案下 LSM+GA 在最大进化代数内远不能收敛,无法得到最优参数值,正态分布检验表明,32 口观测孔的水位数据并不服从正态分布,这说明数据的分布类型和异常值对 LSM+GA 算法影响很大。

总之, MFV+GA 算法稳健性更好、效率更高、适用范围更广,在实际水文地质工作中值得推广应用。

作 者
2014 年 6 月

目 录

第一章 绪 论	(1)
第一节 研究背景	(1)
一、水文地质参数反演研究尚未完善	(1)
二、水资源面临的形势	(2)
第二节 研究目的与意义	(4)
第三节 研究内容及技术路线	(5)
一、研究内容	(5)
二、技术路线	(6)
第二章 水文地质参数反演研究现状	(7)
第一节 反演研究中的目标函数	(7)
第二节 反演问题求解方法的研究现状	(8)
一、基于解析法的参数反演方法	(9)
二、基于数值法的参数反演方法	(12)
第三节 反演软件研究现状	(19)
第四节 当前反演研究中存在的问题	(20)
一、数据分布类型的认识误区	(20)
二、目标函数数学形式的讨论	(27)
三、反演软件算法落后	(30)
第五节 本章小结	(30)
第三章 基于最频值法(MFV)和遗传算法(GA)的反演求参方法	(31)
第一节 最频值算法(MFV)及其优点	(31)
一、最频值算法(MFV)简介	(31)
二、最频值算法(MFV)与最小二乘算法(LSM)的异同点	(33)
第二节 遗传算法(GA)简介	(45)
一、遗传算法的发展过程和基本原理	(46)
二、遗传算法的基本步骤	(48)
三、遗传算法的特点	(50)

第三节 MFV 与 GA 联合求参研究	(52)
一、MFV 与 P_2 范数	(52)
二、MFV+GA 反演求参程序设计与实现	(52)
三、算例研究	(62)
第四节 本章小结	(66)
第四章 应用 MFV+GA 算法反演呼和浩特市水文地质参数	(67)
第一节 研究区概况	(67)
一、研究区自然地理及社会经济概况	(67)
二、研究区地质及构造概况	(71)
三、研究区水文地质概况	(75)
第二节 地下水系统模型	(82)
一、地下水系统概念模型	(82)
二、地下水系统数值模拟模型	(83)
第三节 基于 MFV+GA 的求参结果	(88)
一、GA 算法参数设定	(88)
二、参数反演结果	(89)
第四节 与 LSM+GA 算法求参结果的对比	(98)
一、拟合数据中无异常值时的参数结果对比	(98)
二、拟合水位有异常值时求参结果对比	(102)
第五节 对 MFV+GA 算法的评价	(104)
一、拟合水位数据的分布类型	(104)
二、对 MFV+GA 算法的评价	(106)
第六节 本章小结	(106)
第五章 结论及展望	(107)
第一节 主要结论	(107)
第二节 本书的创新性	(108)
第三节 研究的局限性及后续研究展望	(109)
主要参考文献	(110)
附 录	(116)
F1 求解 M 、 ϵ 和 MATLAB 程序	(116)
F2 基于 MFV 算法的直线图解程序	(118)
F3 MFV+GA 算法反演求参主程序(适用于二维流)	(119)

第一章 绪 论

第一节 研究背景

一、水文地质参数反演研究尚未完善

20 世纪 60 年代以来,随着计算机技术的迅速发展,数值方法作为一种求解近似解的方法被广泛用于地下水水位预报和资源评价中。今天,地下水数值模拟技术已经成为当代水文地质学研究应用的最重要手段之一,在地下水资源管理、海(咸)水入侵、含水层修复等与地下水有关的问题中,无不需数值模拟技术作为支撑。

对一实际地下水系统构建其数值模型,需解决两个问题——正演问题(预测)和反演问题(校正)。前者是通过求解合适的控制方程来预测地下水系统的未知状态,而后者则是通过对系统状态观测值的配准来确定该系统中未知的物理参数及系统的其他条件(Sun, 1994)(有时还将后者称为参数识别、逆问题或反问题)。我们只有先解决反演问题求得模型结构和模型参数的合适解,然后才能解决正演问题从而获得所需的预测结果。可以毫不夸张地说,如果不解决水文地质参数反演问题,正演问题就会变成空中楼阁,再好的预测方法也解决不了实际水量计算问题和污染预测问题[事实上,单从计算时间上来说,目前求解一个具体水量问题花在参数反演上的时间大约是花在预测上的时间的 10 倍或更多。即便如此,计算出的参数也不一定符合实际情况,预测的水量就更谈不上准确了(李竞生等, 2003)]。这也就是说,对数值模拟而言,反演和正演具有同等重要性,不能有所偏颇,只有经过识别、检验,证明是符合实际的模型才能说所研究地质体或实际水流系统的数学模型已经建立,才能根据需要通过解正演问题来进行预报(水位、污染物浓度、温度等)、计算流量等,并在此基础上评价地下水资源、寻找最佳开发利用方案,或预测矿坑涌水量、研究疏干方案,或预测污染物的迁移、制定防治方案等

(薛禹群等,2007)。因此,进行参数反演是数值模拟必须进行的一个步骤(Poeter et al,1997)。

20 世纪 70 年代以来,由于有限差分法、有限元法、有限体积法、边界元法、有限分析法及无限元法等数值方法的介入,极大地促进了地下水动力学发展,解决了以往用解析法很难处理的不规则边界、非均质和各向异性等问题,提高了解正演问题的能力,在一定程度上来说,解正演问题的方法已经比较成熟了。与之相比,反演问题,虽然国内外很多学者在这方面进行了研究探讨,取得了很多进展,也有不少成功的算例,但由于反演问题本身的复杂性,解反演问题的理论和方法总的来说尚处于探索前进阶段,其理论和方法尚未达到完全实用的程度(李竞生等,2003;薛禹群,2007)。

因此,笔者认为,对反演问题进行深入的理论研究,考察各种因素对参数反演的影响,建立一套与用解析法或数值法求解地下水正演问题相配套的水文地质参数反演方法,这是一个非常有价值的研究课题。

二、水资源面临的形势

水是人类生存的生命线,是重要的自然资源和战略储备资源,它与一个国家和地区的经济持续发展和社会稳定息息相关。早在 1972 年,联合国召开的人类环境会议就向全世界发出警告:“水不久将成为一项严重的社会危机,石油危机之后的下一个危机便是水。”总部设在美国首都华盛顿的“世界资源研究所”也发出了同样的警告:“地球上可供生活、农业和工业之用的水资源正在走向极限。”1998 年联合国发出警告,“在未来的 5 年,全球约有 30 亿人口面临严重缺水的局面”“水危机将成为继石油危机之后又一个严重的全球危机”(施德鸿,1998)。

中国水资源严重短缺,人均淡水资源仅为世界人均量的 $1/4$,居世界第 109 位,已被列入全世界人均水资源 13 个贫水国家之一。此外,水资源分布也不均,大量淡水资源集中在南方,北方淡水资源只有南方淡水资源 $1/4$ 。据统计,全国 600 多个城市中有一半以上城市不同程度缺水,沿海城市也不例外,甚至更为严重。目前,我国城市供水以地表水或地下水为主,或者两种水源混合使用,有些城市因地下水过度开采,造成地下水位下降,有的城市形成了几百平方千米的大漏斗,使海水倒灌数十千米。由于工业废水的肆意排放,导致 80% 以上的地表水、地下水被污染。

地下水作为我国城市生活和工农业用水的重要供水水源,对我国国民经济建设与人民生活水平的提高起着重要的作用。据统计,全国有 310 个城市以开采利用地下水作为供水水源,约占全国城市供水的 71%。其中有 54 个城市以地下水

为主要供水水源,北方城市就占 46 个,约占 70%;南方 8 个城市以地下水作为主要供水水源,占 20%左右。以呼和浩特市为例,呼和浩特市处于北方半干旱、干旱地区,大气降水量为 335.2~534.6mm/a,水资源补给有限,是水资源严重匮乏地区,目前,呼和浩特市供水水源主要为地下水和过境黄河水,据《内蒙古自治区水资源及其开发利用情况调查评价成果》,呼和浩特市当地水资源总量为 11.88 亿 m^3 ,黄河水利委员会分配给呼和浩特市的黄河初始水权为 5.1 亿 m^3 ,由此,呼和浩特市的水资源可利用总量为 14.2 亿 m^3 ,人均水资源占有量仅 537.8 m^3 ,相当于全国人均水平的 1/5,世界平均水平的 1/20,远低于国际公认的人均 1 000 m^3 的标准,是全国严重缺水城市之一。近年来黄河水量逐年减少,含沙量加大,污染严重,且取水量必须按照黄河水利委员会计划分配水量取水;地下水处于常年超采的状态,并且已经形成大面积区域性降落漏斗,不能再扩大开采;加之用水的浪费与工农业污染,可供使用的淡水资源极其有限,日益减少。然而从用水的需求上看,随着城市经济建设步伐的加快,需水量会不断增加,水资源供需矛盾日益突出,缺水已经成为制约呼和浩特市经济发展的瓶颈。

近几年,中国连续多年旱情严重。仍以呼和浩特市为例,2005 年以来,呼和浩特市境内连续干旱少雨,地表水资源趋近干涸,地下水资源量下降,尤其是呼和浩特市清水河县缺水更为严重。据气象部门统计,2009 年 5—7 月,清水河县累积降雨 117.4mm,较历年同期 186.0mm 减少 68.6mm,较丰年 217.2mm 减少 99.8mm;5—7 月份县境内仅有 3 次有效降雨,入夏以来,全县降雨量罕见偏少,为有气象记录以来最低值,所遭受干旱为 50 年所不遇。据初步测算,全县 97 万亩(1 亩 = 666.6 平方米)坡梁旱地中,有 90 万亩农作物因干旱成灾,有 80 万亩农作物因干旱绝收,预计造成直接经济损失 3.5 亿元;全县 48 万头(只)牲畜中,有 30 万头(只)牲畜缺干饲草 5 000 万斤(一斤 = 0.5 千克)、缺饲料 1 000 万斤,折价 2 300 万元;全县 103 个行政村、780 个自然村中,有 87 个行政村、460 个自然村、4.2 万人、30 万头(只)牲畜饮水严重困难。因此,在极端气候条件下,对水资源的合理利用提出了新的要求,尤其是怎样利用地下水的调蓄功能来缓解缺水问题成为迫在眉睫的研究课题。

总之,缺水已成为影响我国粮食安全、经济发展、社会安定和生态环境改善的首要制约因素,成为妨碍统筹城乡、区域、经济社会发展,人与自然和谐发展,社会经济可持续发展的主要桎梏。为解决这些问题就需要科学合理地开发、利用和管理地下水,前提之一就是要明确含水层的水文地质参数,而目前最好的方法就是通过反演计算得出这些参数值。

第二节 研究目的与意义

由以上简要分析可以看出,参数反演是地下水数值模拟中的重要内容,不仅对于判定所选数学模型的正确性——即所选数学模型是否能较真实地刻画所研究的地下水系统的水文地质条件和地下水运动的基本特征有着重要指导意义,而且参数反演结果直接影响到正演模型预测结果有无意义——如果反演所得的参数值不能客观地反映真实含水层的水文地质参数,即便在模型检验阶段用它所求得计算值与观测值吻合很好,但用这些参数来预测地下水系统未来的响应时,其结果仍不能令人信服。因此,本书欲通过分析各种参数反演方法的优缺点,寻找一种较好的参数反演方法,来为正演计算有效、顺利地实施提供更好的服务。

呼和浩特市是内蒙古自治区的首府,是自治区政治、经济和文化中心。尽管呼和浩特市从2007年开始将黄河蒲滩拐水源地纳入城市供水管网供水,以缓解将地下水作为城市饮用水唯一供水水源的紧张局面,但长期以来,由于地下水资源严重超采,造成地下水降落漏斗不断扩大,水质也受到了不同程度的污染;随着国民经济的快速发展,城市人口急剧增加,进一步加大了对水资源的需求;同时,城区面积不断扩大,向着地下水主要补给区发展,城市化进程使得地下水有效补给区域减小,从而减少了地下水可开采资源量;并且,近些年呼和浩特市境内旱情频发,极端气候问题对当地水资源的合理利用提出了新的要求。为了保障首府城市经济建设与和谐发展,需要对呼和浩特市水资源进行合理配置。因此,为呼和浩特市地下水资源保护及安全用水提供准确可靠的水文地质参数是本研究的另一个目的。

本研究具有如下意义。

(1) 学术意义:本研究系统回顾了各种反演求参方法,并对各方法的优缺点进行了总结,在此基础上系统地建立了一种新的反演求参方法,这对处于探索阶段的参数反演问题来说,具有一定的学术意义。

(2) 实用意义:呼和浩特市是内蒙古自治区的首府,是自治区政治、经济和文化中心,随着经济的快速发展,对水资源的需求越来越大,加上各种供水安全事件的威胁,对该地区的地下水资源开发利用提出了新的要求。本研究为该地区合理规划使用地下水资源、实现地下水资源可持续利用及保障地区经济健康发展都提供了重要的帮助。

第三节 研究内容及技术路线

一、研究内容

本书的主要研究内容包括以下几方面。

(1) 对水文地质参数反演研究进行文献回顾,包括参数反演的理论研究及反演软件的研究情况,同时探讨当前参数反演中存在的问题。

(2) 通过对比最频值法(MFV)与其他算法的理论不同,阐明 MFV 算法在地下水问题应用中的优越性,在此基础上将 MFV 和一种全局最优算法(GA)结合来为地下水建模和水文地质问题提供更精确可靠的参数估计。

(3) 对提出的 MFV+GA 算法进行验证,包括对计算结果的分析、与最小二乘算法+全局优化算法计算结果的对比等。

(4) 对 MFV+GA 算法进行评价,从实现的难易程度、计算效率、计算精度等几方面展开。

(5) 分析总结并对未来的研究进行展望。

基于此,本书的架构如下。

第一章:绪论。主要介绍了本书的选题依据、研究背景以及研究目的和意义。

第二章:水文地质参数反演研究现状。在总结地下水参数反演研究的基础上,分析反演研究中用到的目标函数类型及其特点、各种求解反演问题的计算方法的适用性,以及当前反演软件的现状,在此基础上,分析当前反演研究中存在的问题。

第三章:基于最频值法(MFV)和遗传算法(GA)的反演求参方法。首先,简要介绍最频值算法的基本概念及基本理论,阐明它与最小二乘算法的异同点及其优越性;其次,简要介绍遗传算法的基本理论及其特点;最后,详细论述最频值算法与遗传算法耦合实现反演求参的过程,并用一个算例证明算法的可行性。

第四章:应用 MFV+GA 算法反演呼和浩特市水文地质参数。首先,建立研究区的地下水数值模型;其次,在此基础上利用 MFV+GA 算法反演求解研究区的水文地质参数并对求解结果进行验证,同时,与常用的最小二乘+全局优化反演算法的计算结果进行对比;最后,综合分析对比结果后,对 MFV+GA 算法进行评价。

第五章:结论及展望。对全书进行总结,得出本书的主要结论和创新点,阐明

该方法的局限性,指明后续研究的方向。

二、技术路线

本研究将遵循以下技术路线进行。

(1) 文献资料 and 数据的收集、处理、分析,包括各种反演技术的实际案例、取得的成果、存在的问题;研究区相关资料的收集、分析及预处理;MATLAB、Excel、txt 等文件的数据格式分析。

(2) 建立研究区地下水流数值模型。在研究区数据资料分析、处理的基础上,建立研究区的水文地质概念模型,在此基础上,编写研究区的地下水有限元模拟程序 BFEM。

(3) 编写最频值法和 GA 反演求参程序。在 MATLAB 中,分别编写基于最频值法的目标函数程序,以及标准遗传算法程序。

(4) 在分析正反演程序的基础上,建立基于 MFV+GA 算法耦合反演水文地质参数方法的框架。

(5) 随后将本方法应用于研究区进行实际案例研究,据此对理论研究成果进行检验并加以修改、补充。

具体研究流程如图 1-1 所示。

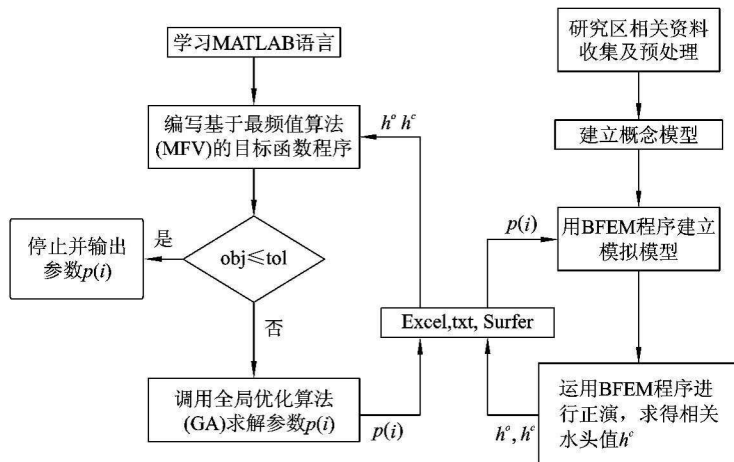


图 1-1 技术路线流程图

第二章 水文地质参数反演研究现状

在某种意义上,可以将反演问题分解为:定义目标函数、寻找求解目标函数的算法及建立拟合标准三部分。目标函数主要用来判断模型对真实系统的刻画情况,具体说就是评判模拟值与观测值的匹配程度;求解目标函数的算法比较多,有黄金分割法、最速下降法、高斯-牛顿法、单纯形法、线性规划法等传统优化算法,以及模拟退火算法(Simulated Annealing, SA)、遗传算法(Genetic Algorithm, GA)、蚁群算法(Ant Colony Optimization, ACO)、神经网络算法(Artificial Neural Networks, ANN)、禁忌搜索算法(Tabu Search, TS)、粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO)等现代优化算法。相对而言,拟合标准人为因素较大,因研究目的不同标准可能不同,这部分不作为本研究的探讨内容。

第一节 反演研究中的目标函数

定义目标函数的根本目的就是为了对反演结果的可靠性进行评价,它是建立在一系列准则及折中原则的基础上,是反演理论的一个不可分割的内容,在反演研究中有特别重要的意义。没有给出解的评价的反演理论是不完全的,且它不同于一般正演问题的误差分析,而是在反演理论中提取真实解信息的重要工具(石琳珂等,2000)。

当前反演研究中,目标函数多是基于最小二乘准则的 L_2 范数型目标函数,其数学形式为:

$$\text{obj}(f)_{L_2} = \|\Delta h\|_2 = \left\{ \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n [h_j^o(t_i) - h_j^c(t_i)]^2 \right\}^{1/2} \quad (2-1)$$

式中: $h_j^o(t_i)$ ——第 t_i 时刻的第 j 个观测值(如水头、浓度等);

$h_j^c(t_i)$ ——与 $h_j^o(t_i)$ 相对的计算值或模拟值;

n, m ——观测时刻和观测点的总数;

Δh ——观测值与计算值之差。

当观测数据的误差服从正态分布时,根据统计学的观点,此时采用 L_2 范数型

目标函数是最合理的。

也有基于最小绝对值准则的 L_1 范数型目标函数：

$$\text{obj}(f)_{L_1} = \|\Delta h\|_1 = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n |h_j^o(t_i) - h_j^c(t_i)| \quad (2-2)$$

当观测数据的误差是随机变量且服从指数分布,采用 L_1 范数型目标函数才是符合统计规律的。与 L_2 范数型目标函数相比, L_1 范数型目标函数对异常值不敏感,或者说它更稳健(Aster et al,1994)。

还有基于极小准则的 L_∞ 范数型目标函数,其数学形式为：

$$\text{obj}(f)_{L_\infty} = \|\Delta h\|_\infty = \max |h_j^o(t_i) - h_j^c(t_i)| \quad (2-3)$$

随着特征向量之间分离的越来越远,当某一维上有比较大的差异时, L_2 范数或 L_1 范数的增长速度要快一些,也就说当数据集中存在误差较大的数据时,目标函数会发生很大变化。相比之下, L_∞ 范数能够对付数据集中包含的极少数方差很大的“坏”数据,突出误差最大项,提供模型参数的最坏估计,得到模型的极端解或者理想解。

通常, L_1 范数型目标函数极少使用,因为对于非线性系统而言,它不如非线性回归方法有效并且不能反映计算值偏大或偏小的总体趋势,此外,它不如 L_2 范数敏感且比 L_2 范数更难应用(Woodbury et al,1987;Xiang et al,1993)。而 L_∞ 范数型目标函数只能反映绝对误差的最大值而不能反映累积误差的大小,同时由于 L_∞ 范数型目标函数只由最大误差控制,故解的不唯一性普遍存在,所以也较少使用。相对而言,由于最小二乘法既能用于线性系统,也能用于非线性系统,且计算相对简便,更加重要的是,“线性”的特点使最小二乘法在误差分析方面较其他方法具有不可替代的优势,同时,在误差服从正态分布的假定下,最小二乘估计有较完善的小样本理论,使基于它的统计推断易于操作且有关的概率计算不难进行。因此,基于最小二乘理论的 L_2 范数型目标函数被广泛接受,各种反演软件,如 UCODE、PEST 等就采用这种目标函数。

第二节 反演问题求解方法的研究现状

处理反演问题时,通常人们更关心的是求解方法。由于实际问题的复杂性,有时尽管做过解的存在性和唯一性的验证工作,但是并不等于就有了求解的方法,而且在实际的应用中,也不要求先解决适定性然后才进行求解计算。许多问题都是通过多次的实践与演变,才能建立起比较完整的理论。所以,反演问题研究中大量的工作是研究求解的方法(石琳珂等,2000)。

在过去的半个多世纪里,有许多学者对水文地质参数反演求解方法进行了研究,如国外的 Neuman(1973)、Jacquard 和 Jain(1965)、Chavent 等(1975)、Yeh 和 Yoon(1981, 1983, 1986)、Cooley (1977, 1979, 1982, 1983)、Kitanidis 等(1985, 1996)、Carrera 和 Neuman(1986, 2005)、Loaicifa 和 Marino(1987)、Woodbury 和 Smith(1987)、Sun(1985, 1994)、Zheng 等(1996)、Xiang 等(1993)、RamaRao 等(1995)、McLaughlin 和 Townley(1989, 1996)、Poeter 和 Hill(1997)、Laase 等(1996)、Yeo 等(1997)、Tsai 等(2002)等人,国内薛禹群(1986)、陈崇希(1999)、魏连伟与邵景力(2003, 2004)、吴吉春、江思珉与朱国荣(2007)、刘猛与束龙仓(2005)、虎维岳(1996)、李竞生与姚磊华(2002)、李守巨(2001, 2005)、刘春平(1994)、张娟娟(2005)、张全兴(2008)、陈喜(1994)、王晓明(1997)等人。

反演求参方法从与它相关联的正演模型的数学基础角度来看,可以分为基于解析法的反演方法和基于数值法的反演方法,下面将详细介绍这两种方法。

一、基于解析法的参数反演方法

解析法基于以泰斯(Thies)公式为代表的地下水动力学解析公式(表 2-1),具体求解时又有配线法、直线图解法、周文德(Ven Te Chow)法及降深比值法等方法。

表 2-1 常见的地下水流数学模型及解析表达式(Robert Willis et al,1987)

序号	数学模型	解析解	备注
1	$\frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t}$ $h(r, 0) = h_0$ $\lim_{r \rightarrow \infty} h = h_0$ $\lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{Q}{2\pi T}$	$h = h_0 - \frac{Q}{4\pi T} \int_u^\infty \frac{e^{-x}}{x} dx$ $u = \frac{r^2 S}{4Tt}$	Theis, 1935
2	$\frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{K_a}{Tm_a} (H_a - h) = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t}$ $h(r, 0) = h_0$ $\lim_{r \rightarrow \infty} h = h_0$ $\lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{Q}{2\pi T}$	$h = h_0 - \frac{Q}{4\pi T} \int_u^\infty \frac{e^{-x}}{x} dx$ $h(x) = -x - \frac{r^2}{4b^2 x}$ $u = \frac{r^2 S}{4Tt}$ $b^2 = \frac{Tm_a}{K_a}$	Hantush and Jacob, 1935。 K_a 为弱透水层渗透系数, m_a 为弱透水层厚度, H_a 为上伏含水层中水头

续表 2-1

序号	数学模型	解析解	备注
3	$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dh}{dr} \right) = 0$ $\lim_{r \rightarrow 0} r \frac{dh}{dr} = \frac{Q}{2\pi T}$ $h = h_e$ $r = r_e$	$h = \frac{Q}{2\pi T} \ln \left(\frac{r}{r_e} \right) + h_e$	Theim, 1906
4	$\frac{\partial h^2}{\partial x^2} = \frac{S_y}{K \bar{h}} \frac{\partial h}{\partial t}$ $h(x, 0) = h_0, x > 0$ $h(0, t) = D, t > 0$	$h = D + (h_0 - D) \operatorname{erf}(\alpha)$ $\alpha = \sqrt{\frac{S_y x^2}{4K \bar{h} t}}$	线性化的 Boussinesq 方程
5	$\frac{\partial h^2}{\partial x^2} = \frac{S_y}{K \bar{h}} \frac{\partial h}{\partial t}$ $h(x, 0) = h_0, 0 \leq x \leq l$ $Q = bt, x = 0, t \geq 0$	$h = h_0 - \frac{2}{3} \left\{ \frac{b S_y}{(K \bar{h})^2} \right\} \left\{ \frac{K \bar{h} t}{S_y} \right\}^{\frac{3}{2}} - \{ 2\alpha^3$ $+ 3\alpha [l - \operatorname{erf}(\alpha)] - 2\alpha^2 + D\pi^{-\frac{1}{2}} e^{-\alpha^2} \}$ $\alpha = \sqrt{\frac{S_y x^2}{4K \bar{h} t}}$	Edlleman, 1947
6	$K \bar{h} \frac{\partial h^2}{\partial x^2} + W(x) = S_y \frac{\partial h}{\partial t}$ $h(x, 0) = h_0(x)$ $h(\pm \infty, l) = h_0$ $W(x) = W, x \leq L$ $W(x) = 0, x > L$	$h = h_0 - \frac{W}{2S} \int_0^t \left[\operatorname{erf} \left(\frac{L-x}{2\alpha \sqrt{t-\tau}} \right) + \right.$ $\left. \operatorname{erf} \left(\frac{L+x}{2\alpha \sqrt{t-\tau}} \right) \right] d\tau$ $\alpha = \sqrt{\frac{S_y x^2}{4K \bar{h} t}}$	Polubarinova et al, 1963
7	$T \left(\frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} +$ $D_i S_y \int_0^t \frac{\partial h}{\partial t} e^{-D_i(t-\tau)} d\tau$ $h(r, 0) = h_0$ $\lim_{r \rightarrow \infty} h(r, t) = h_0$ $\lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{Q}{2\pi T}$	$h = h_0 - \frac{Q}{4\pi T} \int_0^\infty \frac{2}{x} \left[1 - e^{-u_1} \left(\cos hu_2 + \right. \right.$ $\left. \frac{D_i N (1-x^2)t}{2u_2} \sin hu_2 \right) \Big] J_0 \left(\frac{rx}{\eta D_i} \right) dx$ $u_1 = \frac{D_i N (1-x^2)t}{2}$ $u_2 = \frac{D_i t \sqrt{N^2 (1-x^2)^2 - 4N x^2}}{2}$ $\eta = \sqrt{\frac{N-1}{N}} = \sqrt{\frac{S_y}{S+S_y}}$ $D_i = \sqrt{\frac{T}{D_i S_y}}$	Boulton, 1963

续表 2-1

序号	数学模型	解析解	备注
8	$\frac{d}{dx}\left(h \frac{dh}{dx}\right) + l \frac{dh}{dx} + \frac{R}{K} = 0$ $h = h_0, x = 0$ $h \frac{dh}{dx} + lh = \frac{q_0}{K}, x = 0$	$H = -u Q_0 \frac{f(u)}{f(u_0)}, 0 \leq aX \leq Q_0, u < 0$ $H = u Q_0 \frac{f(u)}{f(u_0)}, Q_0 < aX, u \geq 0$ $f(u) = au^2 + u + 1 ^{-0.5} e^{0.5g(u)} g(u)$ $= 2(4a-1)^{-0.5} \arctan\left[\frac{2au+1}{(4a-1)^{0.5}}\right],$ $a > \frac{1}{4}$ $g(u) = (4a-1)^{-0.5}$ $\ln\left[\frac{2au+1-(4a-1)^{0.5}}{2au+1+(4a-1)^{0.5}}\right], a < \frac{1}{4}$ $g(u) = \frac{-2}{2au+1}, a = \frac{1}{4}$ $Q_0 = \frac{q_0}{h_0 Kl}$ $H = \frac{h}{h_0}$ $X = \frac{Lx}{h_0}$ $u_0 = -\frac{1}{Q_0}$	Yates et al, 1985

推导地下水流动公式及溶质运移公式时,需要对研究对象做大量的简化和假设,以常用的泰斯公式为例,需要满足以下假设(张宏仁,1992):

- (1) 含水层中水流服从达西定律。
- (2) 含水层均质、各向同性、等厚,侧向上无限延伸,产状水平。
- (3) 抽水前天然状态下水力梯度为零。
- (4) 含水层的导水系数不随时间变化,并且处处为同样大小。
- (5) 水头下降造成地下水从贮存量中释放是瞬时完成的,贮水系数为常数。
- (6) 完整井定流量抽水,井径无限小。
- (7) 含水层顶底板绝对不透水。

在自然界中很难找到满足以上公式成立理想化的条件,实际的水文地质条