根据浙江省初中毕业生学业考试说明编写

新起点

中考数学

经典压轴题

木 易 主编

巩固考点知识

提升解题能力

压轴题 一题一练

一题多练

宁波出版社
NINGBO PUBLISHING HOUSE

根据浙江省初中毕业生学业考试说明编写

新起点

中考数学

经典压轴题

木易 主编

宁波出版社
NINGBO PUBLISHING HOUSE

图书在版编目(CIP)数据

中考数学经典压轴题 / 木易主编. —宁波：宁波出版社，2016.10

ISBN 978-7-5526-2443-4

Ⅰ. ①中… Ⅱ. ①木… Ⅲ. ①中学数学课—初中—习题集—升学参考资料 Ⅳ. ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 054445 号

中考数学经典压轴题

主　　编	木　易
责任校对	罗敏波　徐　敏
责任编辑	杨青青
出版发行	宁波出版社
地址邮编	宁波市甬江大道 1 号宁波书城 8 号楼 6 楼　315040
网　　址	http://www.nbcbs.com
排　　版	杭州朝曦图文设计有限公司
印　　刷	浙江开源印务有限公司
开　　本	787 毫米×1092 毫米　1/16
印　　张	4.75
字　　数	120 千
版　　次	2016 年 10 月第 1 版
印　　次	2016 年 10 月第 1 次印刷
标准书号	ISBN　978-7-5526-2443-4
定　　价	16.80 元

目　　录

如何解中考数学压轴题 …………………………………………………… 1
中考经典压轴题(一)　阅读理解型问题 ……………………………… 7
中考经典压轴题(二)　操作实践型问题 ……………………………… 12
中考经典压轴题(三)　开放探究型问题 ……………………………… 17
中考经典压轴题(四)　方案设计型问题 ……………………………… 22
中考经典压轴题(五)　最值(或定值)问题 …………………………… 27
中考经典压轴题(六)　动态(点动、线动)型问题 ……………………… 32
中考经典压轴题(七)　图形几何变换问题 …………………………… 37
中考经典压轴题(八)　函数图象与特殊三角形结合问题 …………… 42
中考经典压轴题(九)　函数图象与相似三角形结合问题 …………… 47
中考经典压轴题(十)　函数图象与特殊四边形结合问题 …………… 52
中考经典压轴题(十一)　函数图象与圆结合问题 …………………… 57
中考经典压轴题(十二)　选择、填空类压轴题 ………………………… 62

如何解中考数学压轴题

数学中考压轴题是为考查学生综合运用知识的能力而设计的，集中体现知识和方法的综合性．大多以坐标系为桥梁，内容涉及方程、函数和几何图形相关知识，运用数形结合思想，通过建立数与点（即坐标）之间的对应关系，一方面可用代数方法研究几何图形的性质，另一方面又可借助几何图形，直观得到某些代数问题的解答．解中考压轴题的关键是掌握几种常用的数学思想方法．

一是运用函数与方程思想．以直线或抛物线知识为载体，列（解）方程或方程组求其解析式、研究其性质．

二是运用分类讨论思想．对问题的条件或结论的多变性进行讨论和探究．

三是运用转化思想．由已知向未知、由复杂向简单转换．中考压轴题是对学生综合能力的全面考查，所涉及的知识面广，所使用的数学思想方法也较全面．因此，可把压轴题分离为相对独立而又单一的知识或方法去思考和探究．

在解压轴题时，要认真审题、理解题意、探究思路、正确解答．审题要全面审视题目的所有条件和答题要求，在整体上把握试题的特点、结构，以利于解题方法的选择和解题步骤的设计．解压轴题要善于总结题中所隐含的重要数学思想，如转化思想、数形结合思想、分类讨论思想及方程的思想等．充分认识条件和结论之间的关系、图形的几何特征与数、式的数量、结构特征的关系，确定解题的思路和方法．当思维受阻时，要及时调整思路和方法，并重新审视题意，注意挖掘隐蔽的条件和内在联系，既要防止钻牛角尖，又要防止轻易放弃．

中考压轴题是为考查学生综合运用知识的能力而设计的，其特点是知识点多，覆盖面广，条件隐蔽，关系复杂，思路难觅，解法灵活．所以，解数学压轴题，一要树立信心，二要做到：有的放矢目标明，下题联系上题做，潜在条件不能忘，寻找原型定模式，大题小做求转换，数形结合易突破，化动为静多画图，分类讨论要严密，不重不漏找全解，方程函数是工具．

第一招：多猜想——有的放矢目标明

1．如图 1，在平面直角坐标系中，以坐标原点 O 为圆心的⊙O 的半径为 $\sqrt{2}-1$，直线 l：$y=-x-\sqrt{2}$ 与坐标轴分别交于 A，C 两点，点 B 的坐标为 $(4,1)$，⊙B 与 x 轴相切于点 M．

（1）求点 A 的坐标及 $\angle CAO$ 的度数；

（2）⊙B 以每秒 1 个单位长度的速度沿 x 轴负方向平移，同时，直线 l 绕点 A 顺时针匀速旋转．当⊙B 第一次与⊙O 相切时，直线 l 也恰好与⊙B 第一次相切．问：直线 AC 绕点 A 每秒旋转多少度？

（3）如图 2，过 A，O，C 三点作⊙O_1，点 E 为劣弧 AO 上一点，连结 EC，EA，EO，当点

E 在劣弧 AO 上运动时(不与 A,O 两点重合),$\dfrac{EC-EA}{EO}$ 的值是否会发生变化?如果不变,求其值;如果变化,说明理由.

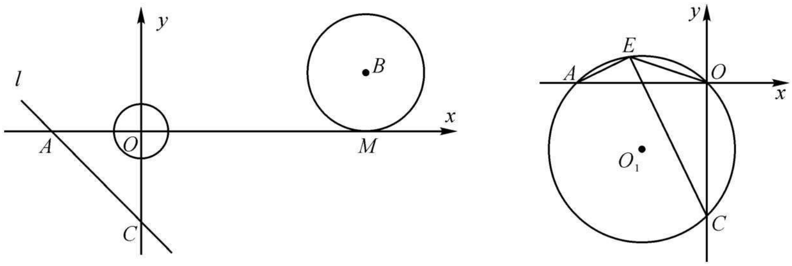


图1　　　　　　　　　　图2

【分析】对于一些压轴题,假如一下子难以找到解题思路,可以大胆猜想,或用特值法(图形变化情况问题考虑特殊图形,几何运动问题考虑运动到特殊位置以及特殊值)得到答案,再由答案去寻根问源,对找到解题思路或解题策略有较大帮助.

对于本题的第(3)小题不易找到解题思路,不妨可以先猜想 $\dfrac{EC-EA}{EO}$ 的值不变,由此可以考虑在 EC 上截取 $CF=EA$,从而把求 $\dfrac{EC-EA}{EO}$ 的值转换为求 $\dfrac{EF}{EO}$ 的值.

第二招:多反思——下题联系上题做

2. 如图 1,⊙O 是△ABC 的外接圆,且 $AB=AC$.

(1)在劣弧 AB 上取一点 D,连结 CD,BD,在 CD 上截取 $CE=BD$. 请证明:△ADB≌△AEC;

(2)当∠$BAC=60°$时,求 $\dfrac{CD-BD}{AD}$ 的值;

(3)如图 2,若点 A、点 D 在 BC 的异侧,当∠$BAC=90°$时,则 CD,BD 与 AD 又有什么关系?

(4)在(3)的条件下,若 $\dfrac{AF}{AB}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,请求出△$ACF$ 与△CDF 的面积之比.

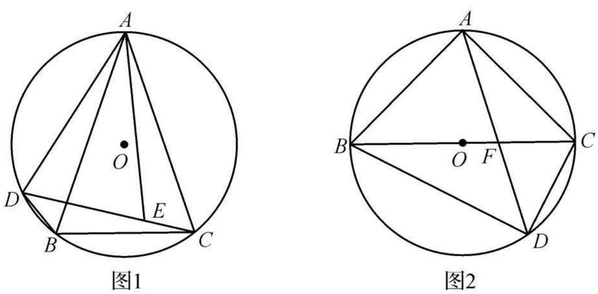


图1　　　　　　　　　　图2

【分析】本题的第(1)、(2)两小题较为简单,第(3)小题可能一下子找不到解题思路,其实可以联系第(1)、(2)两小题,第(2)题在求 $\dfrac{CD-BD}{AD}$ 的值的过程中,有个很重要的点 E,由 $CE=BD$,可以得到△ADB≌△AEC,从而把 $\dfrac{CD-BD}{AD}$ 转化为 $\dfrac{DE}{AD}$,因此可以借鉴第(2)小

题，延长 DC 至点 E，使得 $CE=BD$，也可以构建$\triangle ADB\cong\triangle AEC$，于是$\dfrac{CD+BD}{AD}=\dfrac{DE}{AD}$.

部分压轴题在上一题的基础上，适当地改变了图形的位置或形状，在解下一小题时可以借鉴上一小题的解法和结论.

第三招：多挖掘——潜在条件不能忘

3. 在半径为 4 的圆中，点 C 是以 AB 为直径的半圆中点，$OD\perp AC$，垂足为 D，点 E 是射线 AB 上任意一点，$DF/\!/AB$，DF 与 CE 相交于点 F，设 $EF=x$，$DF=y$.

(1)如图 1，当点 E 在射线 OB 上时，求 y 关于 x 的函数解析式；

(2)如图 2，当点 F 在$\odot O$ 上时，求线段 DF 的长；

(3)如果以点 E 为圆心、EF 为半径的圆与$\odot O$ 相切，求线段 DF 的长.

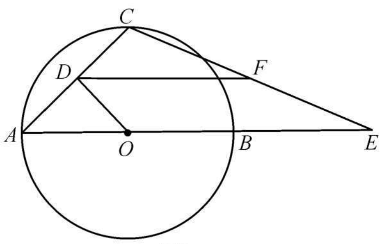


图1

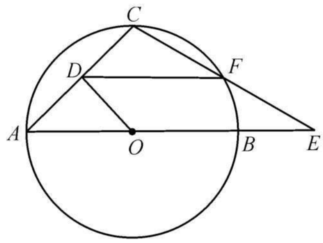


图2

【分析】解题的过程实质上是把条件推向结论的过程，所以题目中的条件挖掘得越透彻，离结论就越近. 比如本题中，C 为半圆的中点，就可以得到 $OC\perp AB$（这就是潜在条件），就可以构建 $\mathrm{Rt}\triangle COE$；再由 $OD\perp AC$ 就可以得到D 为 AC 中点，再由 $DF/\!/AB$ 得到 DF 为中位线，于是就可以把 $\mathrm{Rt}\triangle COE$ 中的三边用 x，y 或常数来表示，从而求 y 关于 x 的函数解析式.

第四招：多联想——寻找原型定模式

4. 设边长为 $2a$ 的正方形的中心 A 在直线 l 上，它的一组对边垂直于直线 l，半径为 r 的$\odot O$ 的圆心 O 在直线 l 上运动，点 A，O 间距离为 d.

(1)如图 1，当 $r<a$ 时，根据 d 与 a，r 之间关系，将$\odot O$ 与正方形的公共点的个数填入下表：

d，a，r 之间关系	公共点的个数
$d>a+r$	
$d=a+r$	
$a-r<d<a+r$	
$d=a-r$	
$d<a-r$	

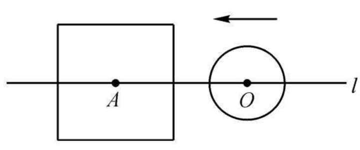


图 1

所以，当 $r<a$ 时，$\odot O$ 与正方形的公共点的个数可能有________个；

(2)如图 2，当 $r=a$ 时，根据 d 与 a，r 之间关系，将$\odot O$ 与正方形的公共点的个数填入下表：

d,a,r 之间关系	公共点的个数
$d>a+r$	
$d=a+r$	
$a\leqslant d<a+r$	
$d<a$	

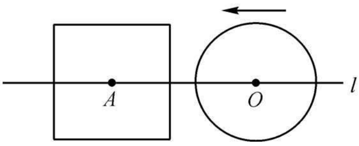


图 2

所以，当 $r=a$ 时，⊙O 与正方形的公共点的个数可能有________个；

(3)如图 3，当⊙O 与正方形有 5 个公共点时，试说明 $r=\frac{5}{4}a$；

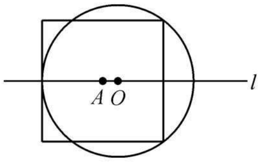


图 3

(4)就 $r>a$ 的情形，请你仿照“当……时，⊙O 与正方形的公共点的个数可能有________个”的形式，至少给出一个关于“⊙O 与正方形的公共点的个数”的正确结论.

【分析】很多题目是由书本例题、作业题等改编过来的，也就是有它的原型的，在解题过程中，要学会寻找题目的原型，并联想原型，从原型中找到解题的策略和思路. 比如本题要解决的是正方形与圆位置关系，我们就可以联想圆与圆的位置关系，借鉴圆与圆的位置关系思考方法，从而来解决本题.

第五招：多转化——大题小做求转换

5. 已知⊙O 过点 $D(4,3)$，点 H 与点 D 关于 y 轴对称，过 H 作⊙O 的切线交 y 轴于点 A(如图 1).

(1)求⊙O 的半径；

(2)求 $\sin\angle HAO$ 的值；

(3)如图 2，设⊙O 与 y 轴正半轴交点为 P，点 E,F 是线段 OP 上的动点(与点 P 不重合)，连结并延长 DE,DF 交⊙O 于点 B,C，直线 BC 交 y 轴于点 G，若△DEF 是以 EF 为底的等腰三角形，试探究 $\sin\angle CGO$ 的大小怎样变化？请说明理由.

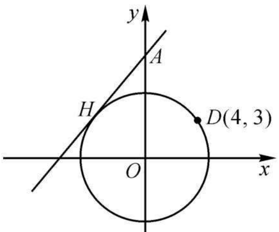


图1

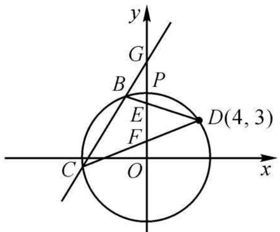


图2

【分析】转化与化归思想是一种把待解或未解决的问题，通过某种转化过程归结到一类已经解决或比较容易解决的问题中去，最终求得问题解答的解题思路. 通常是思考如何把一些较难的、较复杂的、较生疏的问题，转化为较简单的、较容易的、较熟悉的问题.

如本题第(3)小题，直接求 $\sin\angle CGO$ 的值较难，可以考虑把∠CGO 转化为图中与之相等，并较容易求出的角，联想到点 D 的对称点 H，连结 DH,HO，利用 $DF=DE$，就可以把 $\sin\angle CGO$ 转化为 $\sin\angle DHO$.

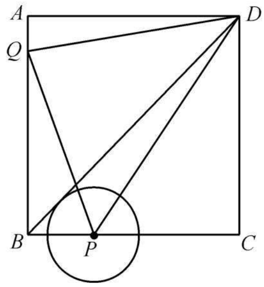
第六招:多画图——数形结合易突破

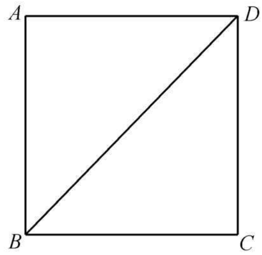
6. 如图,已知正方形 $ABCD$ 的边长为 4cm,动点 P 从点 B 出发,以 2cm/s 的速度沿 $B \to C \to D$ 方向,向点 D 运动;动点 Q 从点 A 出发,以 1cm/s 的速度沿 $A \to B$ 方向,向点 B 运动. 若 P,Q 两点同时出发,运动时间为 t 秒.

(1)连结 PD,PQ,DQ,设 $\triangle PQD$ 的面积为 S,试求 S 与 t 之间的函数关系式;

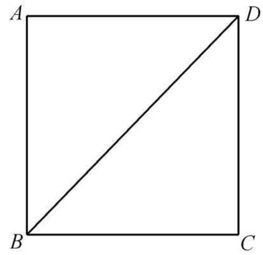
(2)当点 P 在 BC 上运动时,是否存在这样的 t,使得 $\triangle PQD$ 是等腰三角形? 若存在,请求出符合条件的 t 的值;若不存在,请说明理由;

(3)以点 P 为圆心,作 $\odot P$,使得 $\odot P$ 与对角线 BD 相切. 问:当点 P 在 CD 上运动时,是否存在这样的 t,使得 $\odot P$ 恰好经过正方形 $ABCD$ 的某一边的中点? 若存在,请求出符合条件的 t 的值;若不存在,请说明理由.





(备用图)

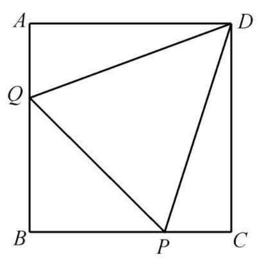


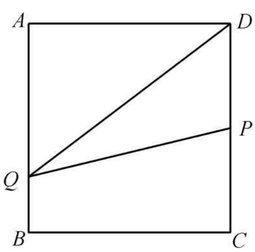
(备用图)

【分析】数形结合思想是数学的重要思想,根据数学问题的条件和结论之间内在联系,既分析其数量关系,又揭示其几何意义,使数量关系和几何图形巧妙结合在一起,并充分利用这种结合,探求解题思路,使得问题得以解决. 应用数形结合思想,不仅直观,又易发现解题途径,而且能避免复杂的计算与推理,大大简化解题过程. 因此解题中画图很重要,画出正确的图形解题就成功了一半;已经有图形的,有时候一下子找不到解题思路时,也可以考虑按题目条件把图形重新画一画,在画图中找到解题的切入点;在原图形比较复杂时,也可以考虑简化图形,使得图形更加清晰,看得更加明白.

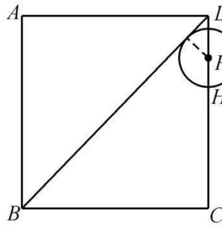
对于动态几何问题,那更要画好图形了,把运动的不同情形画出来,就化动为静了.

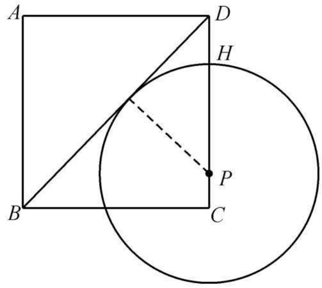
比如第(1)题的两种情形,能把图形画出来,计算问题就解决了.

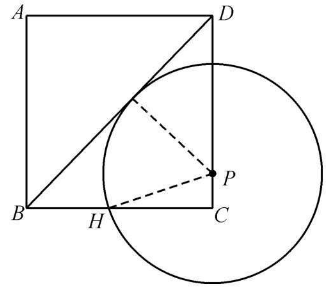




第(3)小题中,画出 $\odot P$ 经过正方形某边中点的三种情况,计算就比较简单了.







第七招:多讨论——不重不漏找全解

7. 如图1,点 P 为$\angle MON$ 的平分线上一点,以 P 为顶点的角的两边分别与射线 OM,ON 交于 A,B 两点,如果$\angle APB$ 绕点 P 旋转时始终满足 $OA \cdot OB = OP^2$,我们就把$\angle APB$ 叫作$\angle MON$ 的智慧角.

(1)如图2,已知$\angle MON = 90^\circ$,点 P 为$\angle MON$ 的平分线上一点,以点 P 为顶点的角的两边分别与射线 OM,ON 交于 A,B 两点,且$\angle APB = 135^\circ$. 求证:$\angle APB$ 是$\angle MON$ 的智慧角;

(2)如图1,已知$\angle MON = \alpha (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$,$OP = 2$,若$\angle APB$ 是$\angle MON$ 的智慧角,连结 AB,用含 α 的式子分别表示$\angle APB$ 的度数和$\triangle AOB$ 的面积;

(3)如图3,C 是函数 $y = \dfrac{3}{x} (x > 0)$ 图象上的一个动点,过点 C 的直线 CD 分别交 x 轴和 y 轴于点 A,B 两点,且满足 $BC = 2CA$,请求出$\angle AOB$ 的智慧角$\angle APB$ 的顶点 P 的坐标.

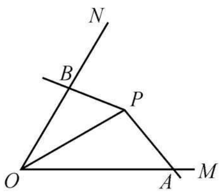


图1

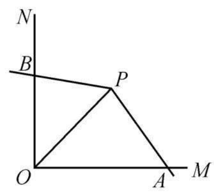


图2

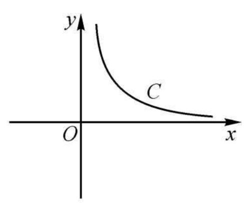


图3

【分析】分类讨论可以检测思维的准确性与严密性,成为中考压轴题的热点,常常通过条件的多变性或结论的不确定性来进行考查. 有些问题,如不注意对各种情况分类讨论,就有可能造成错解或漏解,因此在进行分类讨论的时候一般按照三个步骤进行,首先确定分类讨论的对象;其次针对讨论的对象进行合理的分类;最后对讨论的结果归纳合并,得出综合性结论. 在分类过程中,每次分类都要按照同一标准进行,做到不重不漏,保证分类的科学性与合理性. 通常涉及下列情况时往往用到分类思想:(1)求解时用到要分类的定义,公式,性质,定理;(2)几何图形位置或形状不确定时;(3)问题涉及的参数的取值范围内不能对问题统一研究时.

如本题的第(3)小题,要分点 B 在 y 轴的正半轴,点 B 在 y 轴的负半轴两种情况讨论.

中考经典压轴题(一)　阅读理解型问题

阅读理解型问题是近年中考出现的常见题型.这一类试题特点是:给出一段材料,经过阅读,加以理解,在理解的基础上按照题目的要求作出解答.常见的题型有:(1)考查解题思维过程的阅读理解型问题;(2)查找错误并改正的阅读理解型问题;(3)根据阅读所得的信息及方法来解类似的相关的问题.

例题:(2016 舟山)我们定义:有一组邻角相等的凸四边形叫作“等邻角四边形”.

(1)概念理解:请你根据上述定义举一个等邻角四边形的例子;

(2)问题探究:如图 1,在等邻角四边形 $ABCD$ 中,$\angle DAB=\angle ABC$,AD,BC 的中垂线恰好交于 AB 边上一点 P,连结 AC,BD,试探究 AC 与 BD 的数量关系,并说明理由;

(3)应用拓展:

如图 2,在 $\mathrm{Rt}\triangle ABC$ 与 $\mathrm{Rt}\triangle ABD$ 中,$\angle C=\angle D=90°$,$BC=BD=3$,$AB=5$,将 $\mathrm{Rt}\triangle ABD$ 绕着点 A 顺时针旋转角 α($0°<\angle\alpha<\angle BAC$),得到 $\mathrm{Rt}\triangle AB'D'$(如图 3),当凸四边形 $AD'BC$ 为等邻角四边形时,求出它的面积.

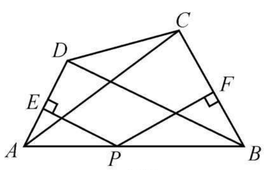


图1

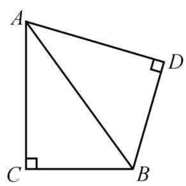


图2

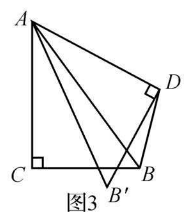


图3

【分析】(1)矩形或正方形邻角相等,满足“等邻角四边形”条件.

(2)$AC=BD$,理由为:连结 PD,PC,如图 1 所示,根据 PE,PF 分别为 AD,BC 的垂直平分线,得到两组边相等,利用等边对等角得到两对角相等,进而确定出 $\angle APC=\angle DPB$,利用 SAS 得到 $\triangle ACP$ 与 $\triangle DBP$ 全等,利用全等三角形对应边相等即可得证.

(3)分两种情况考虑:①当 $\angle AD'B=\angle D'BC$ 时,延长 AD',CB 交于点 E,如图 3①所示,由 $S_{四边形ACBD'}=S_{\triangle ACE}-S_{\triangle BED'}$,求出四边形 $ACBD'$ 的面积;②当 $\angle D'BC=\angle ACB=90°$ 时,过点 D' 作 $D'E\perp AC$ 于点 E,如图 3②所示,由 $S_{四边形ABCD'}=S_{\triangle AED'}+S_{矩形ECBD'}$,求出四边形 $ACBD'$ 的面积即可.

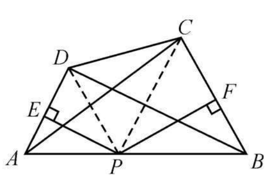


图1

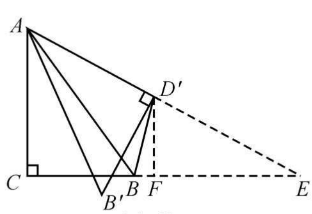


图3①

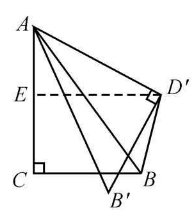


图3②

课堂练习:(2015 年漳州)理解:数学兴趣小组在探究如何求 $\tan15^\circ$ 的值,经过思考、讨论、交流,得到以下思路:

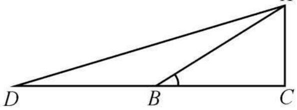


图 1

思路一:如图 1,在 $Rt\triangle ABC$ 中,$\angle C=90^\circ$,$\angle ABC=30^\circ$,延长 CB 至点 D,使 $BD=BA$,连结 AD.

设 $AC=1$,则 $BD=BA=2$,$BC=\sqrt{3}$.

$$\tan D=\tan15^\circ=\frac{1}{2+\sqrt{3}}=\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}=2-\sqrt{3}.$$

思路二:利用教科书上的和(差)角正切公式:$\tan(\alpha\pm\beta)=\dfrac{\tan\alpha\pm\tan\beta}{1\mp\tan\alpha\cdot\tan\beta}$.

假设 $\alpha=60^\circ$,$\beta=45^\circ$,代入差角正切公式:

$$\tan15^\circ=\tan(60^\circ-45^\circ)=\frac{\tan60^\circ-\tan45^\circ}{1+\tan60^\circ\cdot\tan45^\circ}=\frac{\sqrt{3}-1}{1+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}.$$

思路三:在顶角为 30° 的等腰三角形中,作腰上的高也可以……

思路四:……

请解决下列问题(上述思路仅供参考).

(1)类比:求出 $\tan75^\circ$ 的值;

(2)应用:如图 2,某电视塔建在一座小山上,山高 BC 为 30 米,在地平面上有一点 A,测得 A,C 两点间距离为 60 米,从 A 测得电视塔的视角($\angle CAD$)为 45°,求这座电视塔 CD 的高度;

(3)拓展:如图 3,直线 $y=\dfrac{1}{2}x-1$ 与双曲线 $y=\dfrac{4}{x}$ 交于 A,B 两点,与 y 轴交于点 C,将直线 AB 绕点 C 旋转 45° 后,是否仍与双曲线相交?若能,求出交点 P 的坐标;若不能,请说明理由.

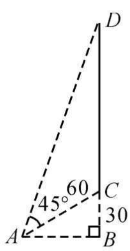


图2

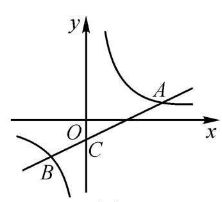


图3

作业:1.(2016 年山西)请阅读下列材料,并完成相应的任务:

阿基米德(Archimedes,公元前 287～公元 212 年,古希腊)是有史以来最伟大的数学家之一.他与牛顿、高斯并称为三大数学王子.

阿拉伯 Al-Biruni(973 年～1050 年)的译文中保存了阿基米德折弦定理的内容,苏联在 1964 年根据 Al-Biruni 译本出版了俄文版《阿基米德全集》,第一题就是阿基米德的折弦定理.

阿基米德折弦定理:如图 1,AB 和 BC 是$\odot O$ 的两条弦(即折线 ABC 是圆的一条折弦),$BC>AB$,M 是$\overset{\frown}{ABC}$的中点,则从 M 向 BC 所作垂线的垂足 D 是折弦 ABC 的中点,即 $CD=AB+BD$.

下面是运用"截长法"证明 $CD=AB+BD$ 的部分证明过程.

证明:如图 2,在 CB 上截取 $CG=AB$,连结 MA,MB,MC 和 MG. $\because M$ 是$\overset{\frown}{ABC}$的中点,$\therefore MA=MC$.

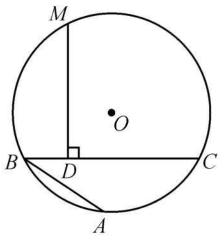


图1

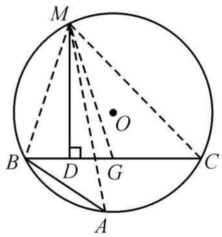


图2

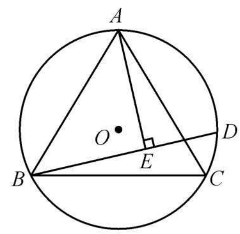


图3

任务:(1)请按照上面的证明思路,写出该证明的剩余部分;

(2)填空:如图 3,已知等边$\triangle ABC$ 内接于$\odot O$,$AB=2$,D 为$\odot O$ 上一点,$\angle ABD=45^\circ$,$AE\perp BD$ 于点 E,则$\triangle BDC$ 的周长是__________.

2.(2014 年抚州)【试题背景】

已知:$l // m // n // k$,平行线 l 与 m,m 与 n,n 与 k 之间的距离分别为 d_1,d_2,d_3,且 $d_1=d_3=1$,$d_2=2$.我们把四个顶点分别在 l,m,n,k 这四条平行线上的四边形称为“格线四边形”.

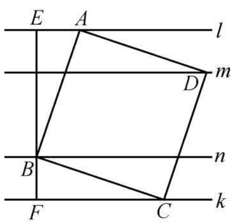


图1

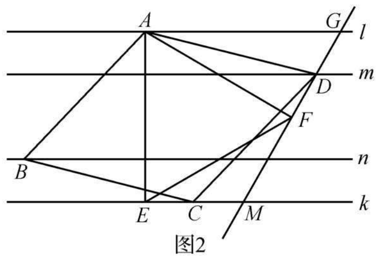


图2

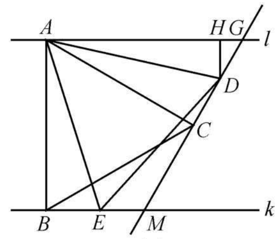


图3

【探究 1】

(1)如图 1,正方形 $ABCD$ 为“格线四边形”,$BE \perp l$ 于点 E,BE 的反向延长线交直线 k 于点 F,求正方形 $ABCD$ 的边长.

【探究 2】

(2)矩形 $ABCD$ 为“格线四边形”,其长∶宽$=2:1$,则矩形 $ABCD$ 的宽为______.(直接写出结果即可)

【探究 3】

(3)如图 2,菱形 $ABCD$ 为“格线四边形”且$\angle ADC=60^\circ$,$\triangle AEF$ 是等边三角形,$AE \perp k$ 于点 E,$\angle AFD=90^\circ$,直线 DF 分别交直线 l,k 于点 G、点 M.求证:$EC=DF$.

【拓展】

(4)如图 3,$l // k$,等边$\triangle ABC$ 的顶点 A,B 分别落在直线 l,k 上,$AB \perp k$ 于点 B,且 $AB=4$,$\angle ACD=90^\circ$,直线 CD 分别交直线 l,k 于点 G、点 M,点 D、点 E 分别是线段 GM,BM 上的动点,且始终保持 $AD=AE$,$DH \perp l$ 于点 H.

猜想:DH 在什么范围内,$BC // DE$?并说明此时 $BC // DE$ 的理由.

3.(2016年宁波)从三角形(不是等腰三角形)一个顶点引出一条射线与对边相交,顶点与交点之间的线段把这个三角形分割成两个小三角形,如果分得的两个小三角形中有一个为等腰三角形,另一个与原三角形相似,我们把这条线段叫作这个三角形的完美分割线.

(1)如图1,在$\triangle ABC$中,CD为角平分线,$\angle A=40^\circ$,$\angle B=60^\circ$,求证:CD为$\triangle ABC$的完美分割线;

(2)在$\triangle ABC$中,$\angle A=48^\circ$,CD是$\triangle ABC$的完美分割线,且$\triangle ACD$为等腰三角形,求$\angle ACB$的度数;

(3)如图2,在$\triangle ABC$中,$AC=2$,$BC=\sqrt{2}$,CD是$\triangle ABC$的完美分割线,且$\triangle ACD$是以CD为底边的等腰三角形,求完美分割线CD的长.

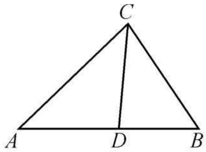


图1

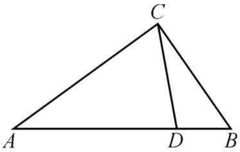


图2

中考经典压轴题(二)　操作实践型问题

近年来中考数学加强了对动手操作能力的考查,这类试题能够有效地考查学生的实践能力、创新意识和思维能力,解决这类问题需要通过观察、操作、比较、猜想、分析、综合、抽象和概括等实践活动和思维过程,灵活运用所学知识和生活经验,探索和发现结论,从而解决问题.

例题:(2014 年宁波)课本的作业题中有这样一道题:把一张顶角为 36°的等腰三角形纸片剪两刀,分成 3 张小纸片,使每张小纸片都是等腰三角形,你能办到吗? 请画示意图说明剪法.

我们有多种剪法,图 1 是其中的一种方法.

定义:如果两条线段将一个三角形分成 3 个等腰三角形,我们把这两条线段叫作这个三角形的三分线.

(1)请你在图 2 中用两种不同的方法画出顶角为 45°的等腰三角形的三分线,并标注每个等腰三角形顶角的度数(若两种方法分得的三角形成 3 对全等三角形,则视为同一种);

(2)$\triangle ABC$ 中,$\angle B=30^\circ$,AD 和 DE 是$\triangle ABC$ 的三分线,点 D 在 BC 边上,点 E 在 AC 边上,且 $AD=BD$,$DE=CE$,设$\angle C=x^\circ$,试画出示意图,并求出 x 所有可能的值;

(3)如图 3,$\triangle ABC$ 中,$AC=2$,$BC=3$,$\angle C=2\angle B$,请画出$\triangle ABC$ 的三分线,并求出三分线的长.

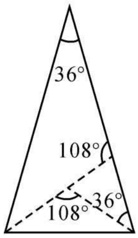


图1

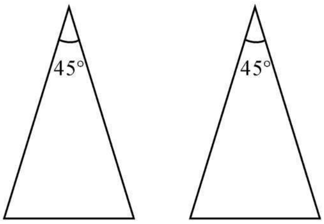


图2

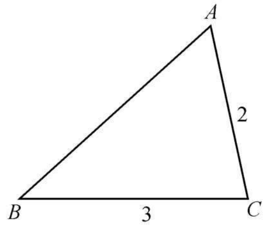


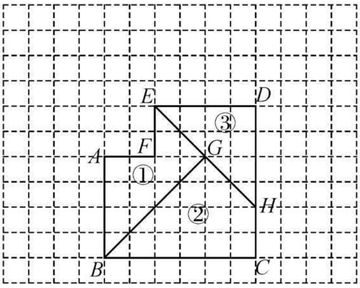
图3

【分析】(1)第一种情形:由 45°自然想到等腰直角三角形,过底角一顶点作对边的高,发现形成一个等腰直角三角形和直角三角形. 直角三角形斜边的中线可形成两个等腰三角形. 第二种情形:可以考虑例题中给出的方法,试着同样以一底角作为新等腰三角形的底角,则另一底角被分为 45°和 22.5°,再以 22.5°分别作为等腰三角形的底角或顶角,易得其中作为底角时所得的 3 个三角形恰都为等腰三角形.

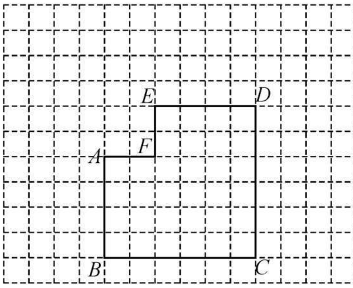
(2)用量角器、直尺作标准的 30°角,而后确定一边为 BA,一边为 BC,根据题意可以先固定 BA 的长,而后可确定 D 点,再作图实验——分别考虑 AD 为等腰三角形的腰或者底边,兼顾 AEC 在同一直线上,易得两种三角形 ABC. 根据图形易得 x 的值.

(3)因为$\angle C=2\angle B$,作$\angle C$ 的角平分线,则可得第一个等腰三角形. 而后借用圆规,以边长为半径画弧,根据交点,寻找是否存在三分线. 画出三分线,则可根据三角形的一个外角等于不相邻的两个内角之和、等角对等边及相似三角形的对应边成比例列出等量关系,求解方程可知各线的长.

课堂练习:(2015 年龙岩)下列网格中的六边形 $ABCDEF$ 是由边长为 6 的正方形左上角剪去边长为 2 的正方形所得,该六边形按一定的方法可剪拼成一个正方形.



图甲



图乙

(1)根据剪拼前后图形的面积关系求出拼成的正方形的边长;

(2)如图甲,把六边形 $ABCDEF$ 沿 EH,BG 剪成①②③三部分,请在图甲中画出将②③与①拼成的正方形,然后标出②③变动后的位置,并指出②③属于旋转、平移和轴对称中的哪一种变换;

(3)在图乙中画出一种与图甲不同位置的两条裁剪线,并在图乙中画出将此六边形剪拼成的正方形.