高等学校教学用書

振动理論引論

上册

C. П. 斯特列可夫著

高等教育出版社

本書系根据苏联技术理論書籍出版社（Государственное издательство технико-теоретической литературы）出版的斯特列可夫（С. П. Стрелков）著“振动理論引論”（Введение В Теорию Колебаний）1951年版譯出，原書經苏联高等教育部审定作为高等学校的教科書。

中譯本分二册出版，本書为上册，內容講解具有一个自由度的系統的振动以及其应用。

本書由何文蛟同志譯出，林金銘同志校訂。

振动理論引論

上册

С. П. 斯特列可夫著

何文蛟譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇号

（北京市書刊出版業營業許可証出字第〇五四号）

京华印書局印刷　　新华書店总經售

統一書号 13010·247　開本 850×1168 1/32　印張 7 5/16　字數 166,000

一九五六年十二月北京第一版

一九五六年十二月北京第一次印刷

印數 0001—10,000　定價（8）元 0.85

序

决定本書內容的主要材料，是作者于1944—1949年間在荣膺列宁勳章、以M. B. 罗蒙諾索夫命名的国立莫斯科大学物理系任教时，講授振动理論一般課程的講义。

这課程是研究振动理論專門部分的一个引論，它的目的，不仅要使学生从技术与物理中的最常見实例来認識振动过程的基本規律，并且要使学生学会最簡單的振动系統的理論研究和計算的初步方法。

物理系振动教研室二十年来教授振动理論課程所积累的科学傳統，在一定程度上，决定了本書的材料的取舍和基本原理問題的敘述方式。

第一次关于振动理論的課程，是Л. И. 曼杰尔席塔姆院士在莫斯科大学講授的。

在修改本課程时，我采納了我們教研室的同志們的，特別是К. Ф. 杰阿多尔奇克教授的一些建議，并接受了В. В. 米古林教授在讀完本書原稿后，所提出的一些批評。在准备原稿时，承Г. А. 本得里可夫和Н. К. 米赫也夫給我很多的帮助。

謹趁此机会，对他們表示我深切的謝意。

——作　者——

目　录

下 册 目 录

第二編 具多个自由度的綫性系統中的振动

第二編　具多个自由度的綫性系統中的振动

第一章　具兩个自由度的系統中的振动

§ 53. 关于确定自由度数的概述

在确定振动系統自由度数的时候，应該注意一些附帶的条件。这些条件，我們在 § 1 中分析具一个自由度的系統时，便早已提到过。就具一个自由度的振动系統的普通例子(在彈簧上的質量)而言，假如注意到質量在鉛直平面中的擺式振动时，便可以把它当作是具兩个自由度的系統(圖159)；其次，假如質量还会在与前一鉛直平面垂直的另一鉛直平面中振动，那末，悬在彈簧上質量的振动，便可以当作是具有三个自由度的振动；再，假如給出这样的起始条件：彈簧的各个小环都产生振动，例如具有如圖 160 所示的那种形式，那末，这种在彈簧上質量的振动便应該当作是具有無穷个自由度数系統中的振动。

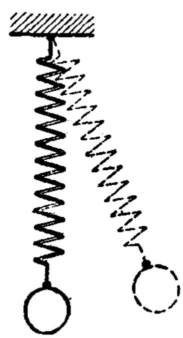
圖 159.

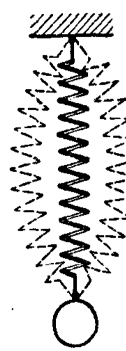
圖 160.

前面曾經指出过，为了分析在彈簧上質量的振动，必須以一定的方式給出起始条件。將質量沿鉛直方向拉开，并沿这一方向給質量以冲击时，那末，这时質量所作的振动，可以当作是具一个自由度系統中的振动。

假如質量的起始位移和速度，是在同一鉛直平面內，那末，振

动便类似于具兩个自由度系統中的振动，余类推。

然而，这样的說法并不总是正确的。例如，假如当彈簧上的質量作摆式振动的頻率，接近于同一質量作鉛直振动的固有頻率时，或者当鉛直振动的頻率比摆式振动的頻率大一倍时，在激發鉛直振动时，会产生摆式振动，在激發摆式振动时，也会产生鉛直振动。在这里会發生复杂的运动，然而关于这种复杂振动的基本情况是可以想像的。將質量沿鉛直的方向向下拉，然后放开，我們便激發起摆的鉛直振动，但这时由于我們所給的冲击，或者由于其他偶然的冲击，会产生不大的摆式振动。在这种狀态下的系統，將大致接近于具有交变長度的摆。摆的長度以这样的頻率变化，以致可能产生参数共振。于是，摆式振动开始增長起来，当然，这种增長是靠减小鉛直振动的能量而得来的。因此，假如摆式振动的固有頻率不接近于鉛直振动的固有頻率（或者不接近于鉛直振动的固有頻率的一半），在一定的起始条件下，可以把悬在彈簧上質量的振动看作是具有一个自由度的运动。在这种情况下，質量的运动和鉛直运动很相近，“不明显的”摆式振动不会使系統的运动發生原則性的变化。

在这一編里，我們將闡明，一个系統有多少个自由度，它便有多少个固有頻率。因此，一般仅仅在这种情况下，卽当某些自由度所关联的頻率，和系統在一定的起始条件下作振动的頻率相差很大时，才能忽略这些自由度。例如，假如有一个如圖160所示形狀的摆，其彈簧的振动頻率，比彈簧上質量的鉛直振动的頻率高得多，那末，由于某种偶然的冲击，虽然也产生頻率十分高的彈簧的側振动，但当有由鉛直的起始冲击所引起的鉛直振动时，側振动很不易察覺。因而我們可以把这彈簧看作是“沒有惯性的”，并且不去留意彈簧在鉛直振动时各小环所發生的微小顫动。这样一来，一个复杂系統中的振动，是否可以近似地当作比較簡單系統中的振

动，那就要看与所忽略坐标相关联的频率的相对大小如何来决定。

§54. 具兩个自由度的系統的例子

1）双物理摆(圖 161)。物体 A 可以繞水平軸 O 作小振动，物体 B 也可以繞軸 O' 作小振动，軸 O' 与軸 O 平行，幷牢固地与物体 A 結合着。

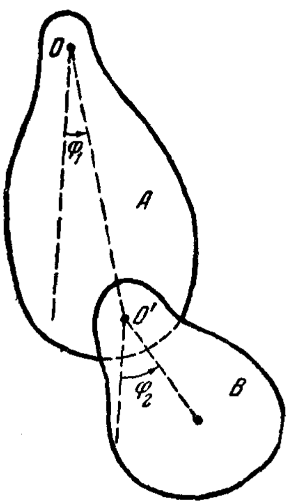

圖 161.

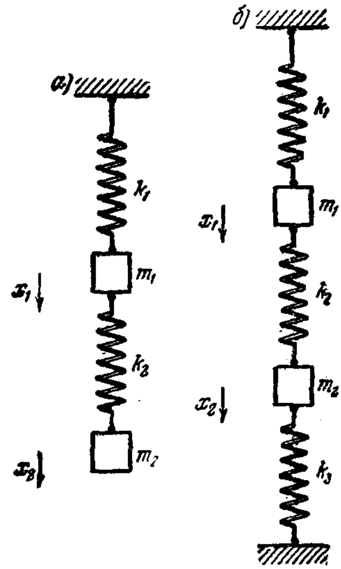

圖 162.

假如軸 O 与軸 O' 間的距离，由軸到这些物体質心的距离，以及这些物体对平行于旋轉軸的某一軸的轉动慣量为已知时，那末，关于振动方面的問題，便可以作出解答。

2）兩个悬在彈簧上的質量(圖 162)。这里所指的是 m_1 和 m_2 兩个質量的鉛直振动。圖 162, б 所示的例子，在原理上与圖 162, a 沒有什么区别。

3）悬在兩个彈簧上的梁的振动(圖 163)。在这种情形下，問題是关于梁在鉛直平面中所作的小振动，这梁是悬在具有剛度系数 k_1 和 k_2 的兩个彈簧上，假如已知梁的質心的位置，已知梁的質

量的大小以及对于水平軸的轉动慣量，那末，关于振动方面的問題，便可以得出解答。

4）由兩个耦合的电迴路所組成的系統中的振动。

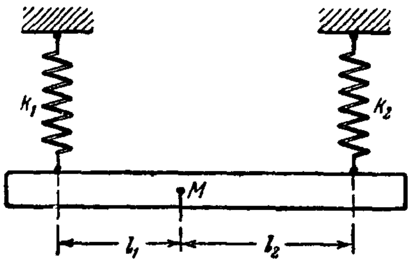

圖 163.

圖 164, a, $б$, $в$, $г$, $д$ 是这种系統的一些例子。兩个迴路間的电振动的耦合，可以用很多不同的方法来实現。例如，圖164, a 表出了电感耦合，圖 164, $б$ 表出了电容耦合，圖 164, $в$ 表出了混合耦合，圖 164, $г$ 表出的也是电容耦合，但这一系統与圖 164, $б$ 所示的系統是有区别的。圖 164, $д$ 表出了电流耦合的例子，这一耦合是用在公共电路中的欧姆律电阻 r 来实現的。

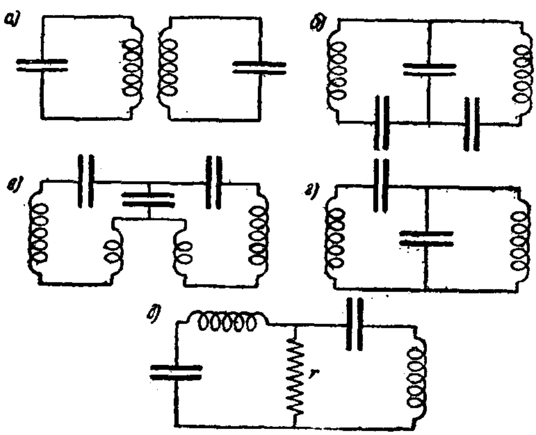

圖 164.

§ 55. 部分系統与全系統

由前一节所講的例子中可以看出，一个复杂的系統，可以当作是由兩个各具一个自由度的系統互相耦合所組成，在这里“耦合”兩字的意义是：系統甲中的振动会影响另一个系統乙中的振动，反过来，乙中的振动也会影响甲中的振动。

要分析复杂系統中的物理現象，必須把各个系統中的振动特

性弄清楚，組成复杂的全系統的各个系統称为部分系統。首先要知道：复杂系統是由哪些部分系統，哪些具一个自由度的系統所組成的；耦合，亦卽部分系統的振动之間的相互作用，是怎样实現的，部分系統的特性和它們之間的耦合又是怎样决定着全系統中的过程。所有这些，对于要弄清兩个系統間相互作用的情况，都是必需的。現在来闡明，兩个迴路間的相互作用由什么来决定，它依存于什么，以及在实际中，什么时候可以把它忽略，从而可以把每个部分系統中的振动当作是独立的振动。通常这样回答这些問題：当耦合小时，那末便可以把每个系統当作是單独的系統。一般說来，这是正确的。但与什么相比，耦合应該显得小呢？怎样的耦合才算足够大呢？以及当耦合是怎样的値时，就必須分析在复杂系統中的振动呢？——要解答所有这些問題，只有在这种基础上，卽分析了复杂全系統的各个部分系統，并弄清了各部分系統之間的互相作用的規律以后，才有可能。

一个全系統是由哪些个别系統或者部分系統所組成，在一般情况下，并不总是能够唯一地确定的。例如在圖 164, *a* 所示的系統的情形中，全系統由哪些迴路組成看得很清楚，而在圖 164, *г* 以及其他各圖的情形中，却不很明显。其实，圖 165, *a* 所示的系統，可以当作是由圖 165, *б* 所示的迴路所組成。也可以当作如圖165, *в* 所示的迴路所組成。

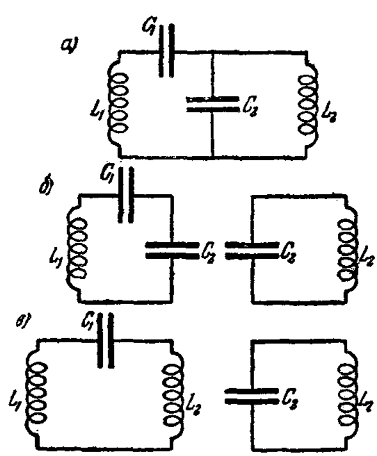

圖 165.

今后將按照下列准則，將独立坐标跟部分系統联系起来：与某个坐标相对应的部分系統就是这样一种系統，卽除該坐标外，令全

系統中所有其余的坐标恒等于零，这时由全系統得到的部分系統，便是与該坐标对应的部分系統，因为今后总是將每个在平衡位置的坐标选擇为零，那末，坐标恒等于零無异于"刚性的固定"，無异于沒有沿該坐标运动的可能性。例如，圖 166 所示的系統，有兩个坐标 x_1 和 x_2，这兩个坐标对应于彈簧由平衡位置的形变，因此，它包含兩个部分系統：1）对应于梁在鉛直平面內圍繞着彈簧 x_2 的支点的旋轉，部分振动在具有坐标 x_1 的彈簧上进行（圖 166, a），2）对应于梁圍繞着彈簧 x_1 的支点的旋轉（圖 166, $б$）。

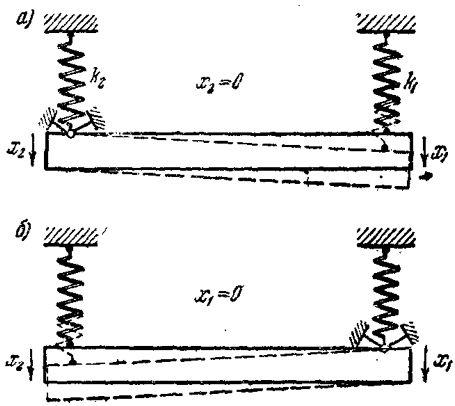

圖 166.

和具一个自由度的系統一样，每个部分系統有一定的固有頻率，我們以后用 n_1 和 n_2 来代表部分頻率。

在电路中，如果我們把某个元件中的电流取作独立坐标，令該坐标恒等于零，这相当于在电路中把这个元件"断开"。例如在圖167 所示的系統中，取电流 I_1 和 I_2 当作独立坐标，那末，全系統便是由兩个部分系統（圖 168, a 和 168, $б$）組成的。

由这些例子可以看出，随着独立坐标选擇得不同，可以用不同的方法將全系統分解为一些部分系統。例如，对于在彈簧上梁的振动（圖 163 和圖 166）而言，我們就可以选擇另外的坐标，即設 ξ 是梁的質心在鉛直方向的歧离，又設 ψ 是梁圍繞通过質心的水平軸旋轉的角度。于是，和圖 166 所示的部分系統比起来，这种部分系統將完全是另一种情況，一个部分系統对应于梁在鉛直平面內平移，另一个部分系統对应于梁圍繞通过質心的軸轉动。就电路

而言，也正是一样，例如在圖 167 所示的迴路中，可以把流过綫圈的电流取作坐标，这时，部分系統將又是一样。在圖 169 上表出了与这种部分系統相对应的迴路。

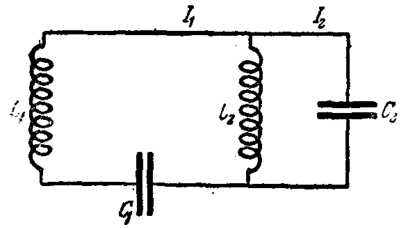

圖 167.

一般說来，在一个全系統中，可以用各种不同的方法选擇独立坐标，因此，要將全系統分解为部分系統，也就有各式各样的方法。在一定的起始条件下，基本系統中的运动总是相同的。但是，当坐标取得不同时，运动的形式却又是一样。

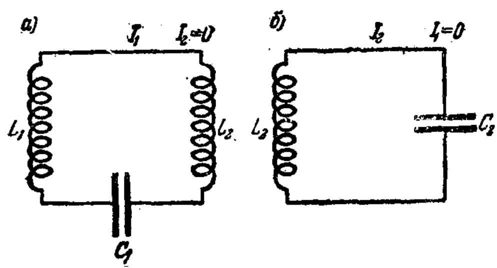

圖 168.

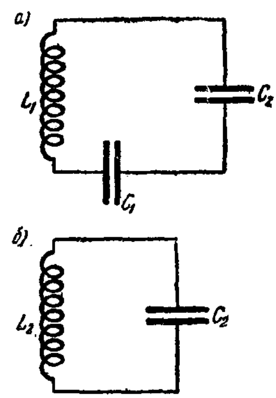

圖 169.

§ 56. 在無阻尼的兩个电感耦合迴路的系統中的固有振动

現在来研究在兩个电感耦合的迴路中的电振动，这迴路的参数如圖 170 所示。如果把迴路中的电流 I_1 和 I_2 选作独立坐标，那末，每个迴路的电压的方程式可以写作：

$$
\begin{aligned}
L_1\dot{I}_1+\frac{1}{C_1}\int I_1dt+M\dot{I}_2&=0,\\
L_2\dot{I}_2+\frac{1}{C_2}\int I_2dt+M\dot{I}_1&=0.
\end{aligned}
\tag{56.1}
$$

迴路的部分頻率为:

$$n_1^2=\frac{1}{L_1C_1},\quad n_2^2=\frac{1}{L_2C_2}. \tag{56.2}$$

对(56.1)进行微分,并將(56.2)代入,我們便得到确定电流的下列微分方程組:

$$\begin{aligned}&\ddot{I}_1+n_1^2I_1+\frac{M}{L_1}\ddot{I}_2=0,\\&\ddot{I}_2+n_2^2I_2+\frac{M}{L_2}\ddot{I}_1=0.\end{aligned} \tag{56.3}$$

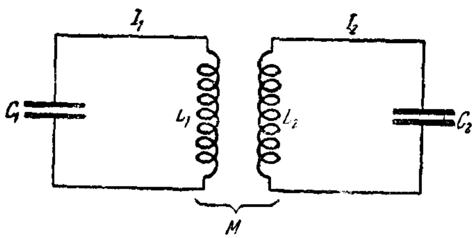

圖 170.

假設方程組(56.3)組有下列的特解:

$$\begin{aligned}I_1&=A\cos(\omega t+\varphi),\\I_2&=B\cos(\omega t+\varphi),\end{aligned} \tag{56.4}$$

其中 A, B, φ 和 ω 都是常量。將(56.4)代入(56.3)中,便得到确定未知量的两个普通方程式:

$$\begin{aligned}&(n_1^2-\omega^2)A-\frac{M}{L_1}\omega^2B=0,\\&-\frac{M}{L_2}\omega^2A+(n_2^2-\omega^2)B=0.\end{aligned} \tag{56.5}$$

在方程式(56.5)中,只包含着 A, B, 和 ω 三个量。因此,在(56.4)中的相位 φ 暂时可以是任意的。方程式(56.5)是关于振幅 A 和 B 的两个齐次方程式的組。因此,由(56.5)只能求出两个振幅間的比值。仅仅在方程組(56.5)的行列式等于零的条件下,即下式成立时,

$$\begin{vmatrix}n_1^2-\omega^2 & -\frac{M}{L_1}\omega^2\\ -\frac{M}{L_2}\omega^2 & n_2^2-\omega^2\end{vmatrix}=(n_1^2-\omega^2)(n_2^2-\omega^2)-\frac{M^2}{L_1L_2}\omega^4=0.$$