

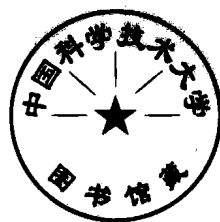
高等学校教学用书



振动理论引论

上册

C. II. 斯特列可夫著



高等教育出版社

本書系根据苏联技术理論書籍出版社 (Государственное издательство технико-теоретической литературы) 出版的斯特列可夫 (С. И. Стрелков) 著 “振動理論引論” (Введение в Теорию Колебаний) 1951 年版譯出, 原書經苏联高等教育部审定作为高等学校的教科書。

中譯本分二冊出版, 本書为上冊, 內容講解具有一个自由度的系統的振動以及其应用。

本書由何文蛟同志譯出, 林金銘同志校訂。

振 動 理 論 引 論

上 冊

С. И. 斯特列可夫著

何文蛟譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠七〇號

(北京市書刊出版業營業登記證出字第〇五四號)

京華印書局印刷 新華書店總經售

統一書號 13010·237 開本 850×1168 1/32 印張 7 2/10 字數 166,000

一九五六年十二月北京第一版

一九五六年十二月北京第一次印刷

印數 0001—10,000 定價 (5) 0.85

序

決定本書內容的主要材料，是作者于 1944—1949 年間在榮膺列寧勳章、以 M. B. 羅蒙諾索夫命名的國立莫斯科大学物理系任教時，講授振動理論一般課程的講義。

這課程是研究振動理論專門部分的一個引論，它的目的，不僅要使學生從技術與物理中的最常見實例來認識振動過程的基本規律，並且要使學生學會最簡單的振動系統的理論研究和計算的初步方法。

物理系振動教研室二十年來教授振動理論課程所積累的科学傳統，在一定程度上，決定了本書的材料取舍和基本原理問題的敘述方式。

第一次關於振動理論的課程，是 И. И. 曼傑爾席塔姆院士在莫斯科大学講授的。

在修改本課程時，我採納了我們教研室的同志們的，特別是 К. Ф. 杰阿多爾奇克教授的一些建議，並接受了 B. B. 米古林教授在讀完本書原稿後，所提出的一些批評。在準備原稿時，承 Г. А. 本得里可夫和 И. К. 米赫也夫給我很多的幫助。

謹趁此機會，對他們表示我深切的謝意。

——作者——

目 录

序

緒論	1
----------	---

第一編 具一个自由度的系統中的振动

第一章 具一个自由度的綫性系統中的固有振动	9
-----------------------------	---

§ 1. 系統的自由度数目的定义	9
§ 2. 具一个自由度的守恒系統中的固有振动	11
§ 3. 諧振动与能量振动的基木要点	17
§ 4. 具一个自由度的非守恒系統中的固有振动	20
§ 5. 用“相平面”研究具一个自由度的系統中的振动过程	26
§ 6. 具“負”阻尼的系統中的固有振动	35

第二章 非綫性守恒系統中的固有振动	43
-------------------------	----

§ 7. 非綫性守恒系統的振动	43
§ 8. 物理摆的振动	47
§ 9. 振动周期的确定	48

第三章 在綫性系統中的受迫振动(在外力作用下的振动)	52
----------------------------------	----

§ 10. 前言	52
§ 11. 諧(正弦)力对沒有摩擦的綫性系統的作用	54
§ 12. 共振現象	57
§ 13. 共振时的振动形式	60
§ 14. 在正弦力作用下具有阻尼的系統中的受迫振动(复数振幅以及复数参数方法)	61
§ 15. 共振規律的分析	70
1. 电流(或速度)的振幅	71
2. 位移的振幅(或在电容器上电荷的振幅)	75
3. 加速度的振幅(或在电感量上的电压的振幅)	78
4. 受迫振动的相位	80
§ 16. 在系統参数变动的情况下共振曲綫的特性	81
§ 17. 某些特殊的共振情形(“电流”共振与“电压”共振)	86
§ 18. 任何形式的外力对綫性振动系統的作用	92

§ 19. 隔振设备的理論基础(抑振).....	96
第四章 记录仪器的理論綱要	100
§ 20. 关于记录仪器的基本知識	100
§ 21. 准靜态仪器	101
§ 22. 共振仪器	111
§ 23. 按照地震仪原理工作的仪器	111
§ 24. 冲击仪器	114
第五章 共振理論在無綫电技术中的一些应用	118
§ 25. 选择性	118
§ 26. 無畸变性	121
§ 27. 正弦脉冲的接收	125
§ 28. 調頻	130
§ 29. 关于“頻譜分解”的評論	133
第六章 具非綫性元件的最簡單系統中的受迫振动	134
§ 30. “非綫性”彈簧的振动	134
§ 31. “非綫性导体”和交流电的整流	135
§ 32. 具有 RC-滤波器的二極管整流器的計算.....	139
§ 33. 陰極伏特表	141
§ 34. 檢波	142
§ 35. 实际的檢波綫路	146
§ 36. 外差法	150
§ 37. 超外差	152
第七章 参数振动	154
§ 38. 秋千的摆动	154
§ 39. 参数振动的簡要計算	156
§ 40. 参数共振的区域	159
§ 41. 对簡要計算的評論	160
§ 42. 参数振动数学理論中的一些知識	161
§ 43. 参数共振区域的确定	163
§ 44. 参数振动的例子	168
第八章 自动振动	170
§ 45. 关于自动振动的一般知識	170
§ 46. 电磁振荡器	171
§ 47. 振荡器非綫性方程式的解和分析	176
1. 交变振幅方法	176
2. 曼杰尔席塔姆-巴巴列克斯方法.....	180

3. 安德罗諾夫方法(小参数方法)	184
4. 周期性解的稳定性	189
5. 杰阿多尔奇克的能量方法	193
§ 48. 特性曲线的工作点的选择对振荡器中自动振荡的影响	194
§ 49. 无线电技术中的振荡器状态的分析(“准线性方法”)	202
§ 50. 振荡器的功率	208
§ 51. 振荡器的线路	211
§ 52. 间歇自动振荡	212

下 册 目 录

第二編 具多个自由度的綫性系統中的振动

第一章 具两个自由度的系統中的振动223

- § 53. 关于确定自由度数的概述223
- § 54. 具两个自由度的系統的例子225
- § 55. 部分系統与全系統226
- § 56. 在無阻尼的兩個电感耦合迴路的系統中的固有振动229
- § 57. 系統的固有頻率与迴路間失諧 (比值 $\frac{n_2}{n_1}$) 的依存关系234
- § 58. 在具两个自由度的無摩擦系統中(一般情形)的固有振动的理論236
- § 59. 彈性耦合摆的固有振动241
- § 60. 正則坐标243
- § 61. 固有頻率是最小值247
- § 62. 兩個系統的耦合与耦合度(兩個系統的相互作用)249
- § 63. 在大耦合度情况下的振动251
- § 64. 具两个自由度的系統在有摩擦时的固有振动255
- § 65. 具小阻尼的电感耦合迴路中的固有振动259
- § 66. 諸外力对具两个自由度的無阻尼的系統的作用261
- § 67. 具两个自由度的系統当有阻尼时的受迫振动267
- § 68. 系統的复数参数273
- § 69. 关于系統的共振頻率的概述275
- § 70. 超外差中的中頻濾波器的計算278

第二章 具多个自由度的綫性系統中的振动281

- § 71. 具多个自由度的綫性振动系統的一般性質281
- § 72. 無摩擦力的系統中的固有振动284
- § 73. 附有三个小珠的弦的固有振动289
- § 74. 正則坐标293
- § 75. 正則坐标的正交性294
- § 76. 固有振动的能量和正則振动的能量297
- § 77. 正則坐标标尺的变化299
- § 78. 附有小珠的弦的正則坐标301
- § 79. 系統的固有頻率相等的情形303

§ 80.	一个或是几个固有频率等于零	304
§ 81.	具多个自由度的系统在有阻尼的情况下的振动	306
§ 82.	在无阻尼系统中的受迫振动	308
§ 83.	具多个自由度的系统在有摩擦情况下的受迫振动	313
§ 84.	同样环节(元件)的“鏈”	316
§ 85.	均匀元件的鏈中的固有振动	318
§ 86.	均匀元件的鏈(濾波器)中的受迫振动	325
第三章	具分布参数的振动系統	335
§ 87.	具分布参数的均匀系統	335
§ 88.	无阻尼的均匀分布系統的固有振动	341
§ 89.	在非齐次边界条件下的固有振动的例子	350
§ 90.	固有振动波形的正交性	351
§ 91.	具阻尼系統的固有振动	353
§ 92.	具分布常数的均匀系統中的受迫振动	355
参考文献		362

第二編 具多个自由度的 綫性系統中的振动

第一章 具兩個自由度的系統中的振动

§ 53. 关于确定自由度数的概述

在确定振动系統自由度数的时候,應該注意一些附帶的条件。这些条件,我們在 § 1 中分析具一个自由度的系統时,便早已提到过。就具一个自由度的振动系統的普通例子(在彈簧上的質量)而言,假如注意到質量在鉛直平面中的摆式振动时,便可以把它当作是具兩個自由度的系統(圖159);

其次,假如質量还会在与前一鉛直平面垂直的另一鉛直平面中振动,那末,悬在彈簧上質量的振动,便可以当作是具有三个自由度的振动;再,假如給出这样的起始条件:彈簧的各个小环都产生振动,例如具有如圖 160 所示的那种形式,那末,这种在彈簧上質量的振动便應該当作是具有無穷个自由度数系統中的振动。

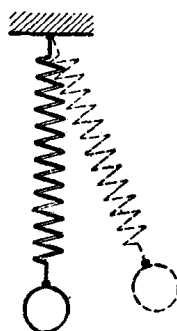


圖 159.

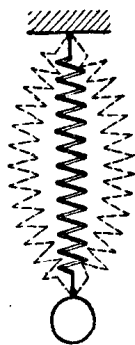


圖 160.

前面曾經指出过,为了分析在彈簧上質量的振动,必須以一定的方式給出起始条件。將質量沿鉛直方向拉开,并沿这一方向給質量以冲击时,那末,这时質量所作的振动,可以当作是具一个自由度系統中的振动。

假如質量的起始位移和速度,是在同一鉛直平面內,那末,振

动便类似于具有两个自由度系统中的振动，余类推。

然而，这样的说法并不总是正确的。例如，假如当弹簧上的质量作摆式振动的频率，接近于同一质量作铅直振动的固有频率时，或者当铅直振动的频率比摆式振动的频率大一倍时，在激发铅直振动时，会产生摆式振动，在激发摆式振动时，也会产生铅直振动。在这里会发生复杂的运动，然而关于这种复杂振动的基本情况是可以想像的。将质量沿铅直的方向向下拉，然后放开，我们便激发起摆的铅直振动，但这时由于我们所给的冲击，或者由于其他偶然的冲击，会产生不大的摆式振动。在这种状态下的系统，将大致接近于具有变长度的摆。摆的长度以这样的频率变化，以致可能产生参数共振。于是，摆式振动开始增长起来，当然，这种增长是靠减小铅直振动的能量而得来的。因此，假如摆式振动的固有频率不接近于铅直振动的固有频率（或者不接近于铅直振动的固有频率的一半），在一定的起始条件下，可以把悬在弹簧上质量的振动看作是具有一个自由度的运动。在这种情况下，质量的运动和铅直运动很相近，“不明显的”摆式振动不会使系统的运动发生原则性的变化。

在这一编里，我们将阐明，一个系统有多少个自由度，它便有多少个固有频率。因此，一般仅仅在这种情况下，即当某些自由度所关联的频率，和系统在一定的起始条件下作振动的频率相差很大时，才能忽略这些自由度。例如，假如有一个如图 160 所示形状的摆，其弹簧的振动频率，比弹簧上质量的铅直振动的频率高得多，那末，由于某种偶然的冲击，虽然也产生频率十分高的弹簧的侧振动，但当有由铅直的起始冲击所引起的铅直振动时，侧振动很不易察觉。因而我们可以把这弹簧看作是“没有惯性的”，并且不去留意弹簧在铅直振动时各小环所发生的微小颤动。这样一来，一个复杂系统中的振动，是否可以近似地当作比较简单系统中的振

動,那就要看與所忽略坐標相關聯的頻率的相對大小如何來決定。

§ 54. 具兩個自由度的系統的例子

1) 雙物理擺(圖 161)。物體 A 可以繞水平軸 O 作小振動,物體 B 也可以繞軸 O' 作小振動,軸 O' 與軸 O 平行,並牢固地與物體 A 結合着。

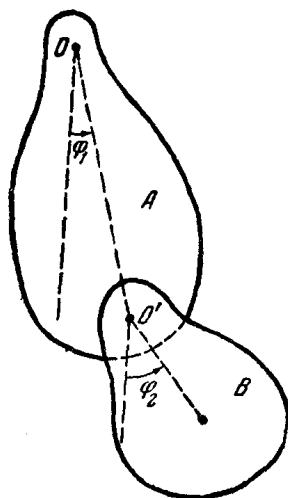


圖 161.

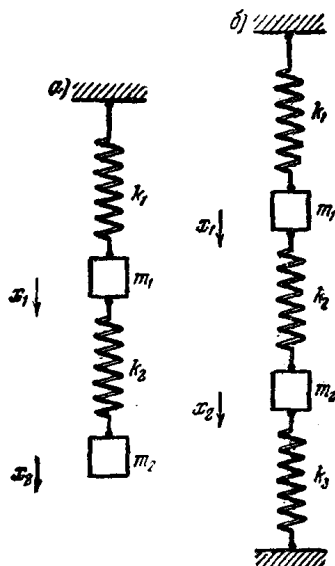


圖 162.

假如軸 O 與軸 O' 間的距离,由軸到這些物體質心的距离,以及這些物體對平行於旋轉軸的某一軸的轉動慣量為已知時,那末,關於振動方面的問題,便可以作出解答。

2) 兩個懸在彈簧上的質量(圖 162)。這裡所指的是 m_1 和 m_2 兩個質量的鉛直振動。圖 162, b 所示的例子,在原理上與圖 162, a 沒有什麼區別。

3) 懸在兩個彈簧上的梁的振動(圖 163)。在這種情形下,問題是關於梁在鉛直平面中所作的小振動,這梁是懸在具有剛度系數 k_1 和 k_2 的兩個彈簧上,假如已知梁的質心的位置,已知梁的質

量的大小以及对于水平軸的轉动慣量，那末，关于振动方面的問題，便可以得出解答。

4) 由两个耦合的电迴路所組成的系統中的振动。

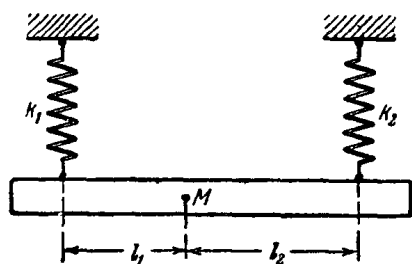


圖 163.

圖 164, a, b, c, z, d 是这种系統的一些例子。两个迴路間的电振动的耦合，可以用很多不同的方法来实现。例如，圖 164, a 表出了电感耦合，圖 164, b 表出了电容耦合，圖 164, c 表出了混合耦合，圖

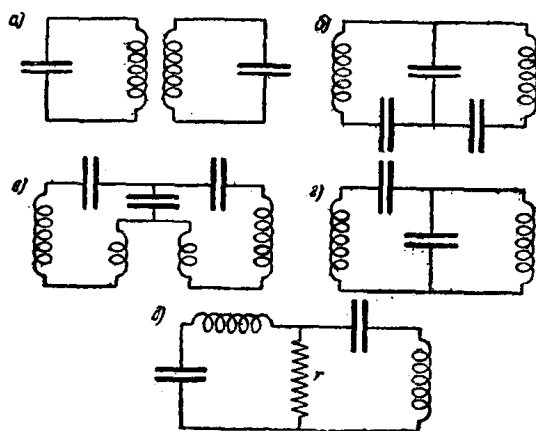


圖 164.

164, z 表出的也是电容耦合，但这一系統与圖 164, b 所示的系統是有区别的。圖 164, d 表出了电流耦合的例子，这一耦合是用在公共电路中的欧姆律电阻 r 来实现的。

§ 55. 部分系統与全系統

由前一节所講的例子中可以看出，一个复杂的系統，可以当作是由两个各具一个自由度的系統互相耦合所組成，在这里“耦合”兩字的意义是：系統甲中的振动会影响另一个系統乙中的振动，反过来，乙中的振动也会影响甲中的振动。

要分析复杂系統中的物理現象，必須把各个系統中的振动特

性弄清楚，組成複雜的全系統的各個系統稱為部分系統。首先要知道：複雜系統是由哪些部分系統，哪些具一個自由度的系統所組成的；耦合，亦即部分系統的振動之間的相互作用，是怎樣實現的，部分系統的特性和它們之間的耦合又是怎樣決定着全系統中的過程。所有這些，對於要弄清兩個系統間相互作用的情況，都是必需的。現在來闡明，兩個迴路間的相互作用由什麼來決定，它依存於什麼，以及在实际中，什麼時候可以把它忽略，從而可以把每個部分系統中的振動當作是獨立的振動。通常這樣回答這些問題：當耦合小時，那末便可以把每個系統當作是單獨的系統。一般說來，這是正確的。但與什麼相比，耦合應該顯得小呢？怎樣的耦合才算足夠大呢？以及當耦合是怎樣的值時，就必須分析在複雜系統中的振動呢？——要解答所有這些問題，只有在这种基礎上，即分析了複雜全系統的各個部分系統，並弄清了各部分系統之間的相互作用的規律以後，才有可能。

一個全系統是由哪些個別系統或者部分系統所組成，在一般情況下，並不總是能夠唯一地確定的。例如在圖 164, *a* 所示的系統的情形中，全系統由哪些迴路組成看得很清楚，而在圖 164, *b* 以及其他各圖的情形中，却不很明顯。其實，圖

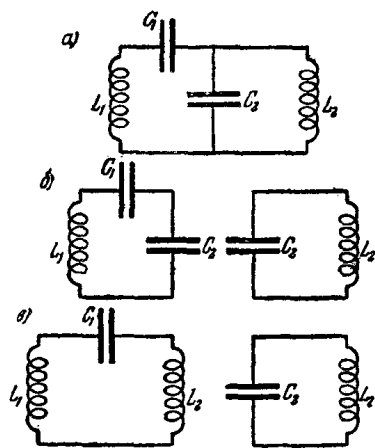


圖 165.

165, *a* 所示的系統，可以當作是由圖 165, *b* 所示的迴路所組成。也可以當作如圖 165, *v* 所示的迴路所組成。

今後將按照下列准則，將獨立坐標跟部分系統聯繫起來：與某個坐標相對應的部分系統就是這樣一種系統，即除該坐標外，令全

系統中所有其余的坐标恒等于零,这时由全系統得到的部分系統,便是与該坐标对应的部分系統,因为今后总是將每个在平衡位置的坐标选择为零,那末,坐标恒等于零無异于“剛性的固定”,無异于沒有沿該坐标运动的可能性。例如,圖 166 所示的系統,有两个坐标 x_1 和 x_2 , 这两个坐标对应于彈簧由平衡位置的形变,因此,它包含两个部分系統: 1) 对应于梁在鉛直平面內圍繞着彈簧 x_2 的支点的旋轉,部分振动在具有坐标 x_1 的彈簧上进行 (圖 166, a), 2) 对应于梁圍繞着彈簧 x_1 的支点的旋轉 (圖 166, b)。

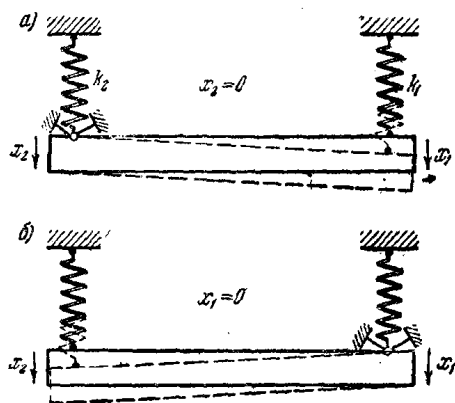


圖 166.

和具一个自由度的系統一样, 每个部分系統有一定的固有頻率, 我們以后用 n_1 和 n_2 来代表部分頻率。

在电路中, 如果我們把某个元件中的电流取作独立坐标, 令該坐标恒等于零, 这相当于在电路中把这个元件“断开”。例如

在圖 167 所示的系統中, 取电流 I_1 和 I_2 当作独立坐标, 那末, 全系統便是由两个部分系統 (圖 168, a 和 168, b) 組成的。

由这些例子可以看出, 随着独立坐标选择得不同, 可以用不同的方法將全系統分解为一些部分系統。例如, 对于在彈簧上梁的振动 (圖 163 和圖 166) 而言, 我們就可以选择另外的坐标, 即設 ξ 是梁的質心在鉛直方向的歧离, 又設 ψ 是梁圍繞通过質心的水平軸旋轉的角度。于是, 和圖 166 所示的部分系統比起来, 这种部分系統將完全是另一种情况, 一个部分系統对应于梁在鉛直平面內平移, 另一个部分系統对应于梁圍繞通过質心的軸轉动。就电路

而言,也正是一样,例如在圖 167 所示的迴路中,可以把流过綫圈的电流取作坐标,这时,部分系統將又是一样。在圖 169 上表出了与这种部分系統相对应的迴路。

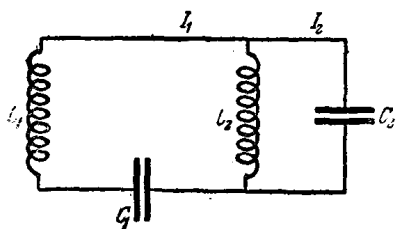


圖 167.

一般說来,在一个全系統中,可以用各种不同的方法选择独立坐标,因此,要將全系統分解为部分系統,也就有各式各样的方法。在一定的起始条件下,基本系統中的运动总是相同的。但是,当坐标取得不同时,运动的形式却又是一样。

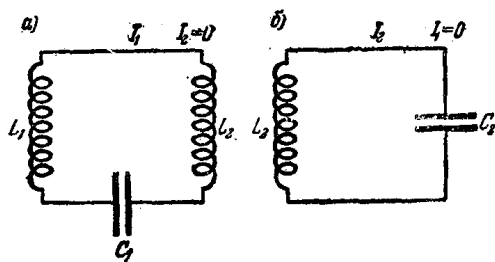


圖 168.

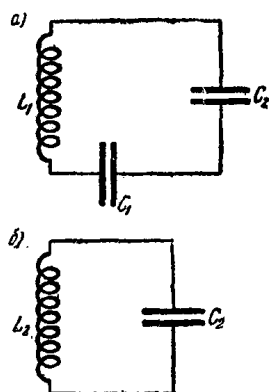


圖 169.

§ 56. 在無阻尼的兩個电感耦合迴路的系統中的固有振动

现在来研究在两个电感耦合的迴路中的电振动,这迴路的参数如圖 170 所示。如果把迴路中的电流 I_1 和 I_2 选作独立坐标,那末,每个迴路的电压的方程式可以写作:

$$\begin{aligned} L_1 \dot{I}_1 + \frac{1}{C_1} \int I_1 dt + M \dot{I}_2 &= 0, \\ L_2 \dot{I}_2 + \frac{1}{C_2} \int I_2 dt + M \dot{I}_1 &= 0. \end{aligned} \quad (56.1)$$

迴路的部分频率为:

$$n_1^2 = \frac{1}{L_1 C_1}, \quad n_2^2 = \frac{1}{L_2 C_2}. \quad (56.2)$$

对(56.1)进行微分,并將(56.2)代入,我們便得到确定电流的下列微分方程組:

$$\begin{aligned} \ddot{I}_1 + n_1^2 I_1 + \frac{M}{L_1} \ddot{I}_2 &= 0, \\ \ddot{I}_2 + n_2^2 I_2 + \frac{M}{L_2} \ddot{I}_1 &= 0. \end{aligned} \quad (56.3)$$

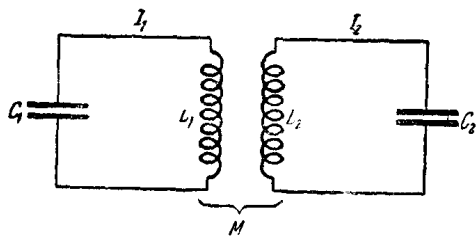


圖 170.

假設方程組(56.3)組有下列的特解:

$$\begin{aligned} I_1 &= A \cos(\omega t + \varphi), \\ I_2 &= B \cos(\omega t + \varphi), \end{aligned} \quad (56.4)$$

其中 A, B, φ 和 ω 都是常量。將(56.4)代入(56.3)

中,便得到确定未知量的两个普通方程式:

$$\begin{aligned} (n_1^2 - \omega^2)A - \frac{M}{L_1} \omega^2 B &= 0, \\ -\frac{M}{L_2} \omega^2 A + (n_2^2 - \omega^2)B &= 0. \end{aligned} \quad (56.5)$$

在方程式(56.5)中,只包含着 A, B 和 ω 三个量。因此,在(56.4)中的相位 φ 暂时可以是任意的。方程式(56.5)是关于振幅 A 和 B 的两个齐次方程式的組。因此,由(56.5)只能求出两个振幅間的比值。仅仅在方程組(56.5)的行列式等于零的条件下,即下式成立时,

$$\begin{vmatrix} n_1^2 - \omega^2 & -\frac{M}{L_1} \omega^2 \\ -\frac{M}{L_2} \omega^2 & n_2^2 - \omega^2 \end{vmatrix} = (n_1^2 - \omega^2)(n_2^2 - \omega^2) - \frac{M^2}{L_1 L_2} \omega^4 = 0.$$