经典数学综合教材

H·B格里菲思　P·U希尔顿　著
陈应枢　陈信传　译

A Comprehensive Textbook of CLASSICAL MATHEMATICS
A Contemporary Interpretation

贵州人民出版社

A Comprehensive Textbook of
CLASSICAL MATHEMATICS
A Contemporary Interpretation

经典数学综合教材

（上 册）

H.B. 格里菲思
P. J. 希 尔 顿 著

陈 应 枢
陈 信 传 译

贵 州 人 民 出 版 社

A Comprehensive Textbook of

CLASSICAL MATHEMATICS

A Contemporary Interpretation

经典数学综合教材

（下册）

H.B. 格里菲思
P.J. 希尔顿 著

陈应枢
陈信传 译

贵州人民出版社

经典数学综合教材

英H·B·格里菲思　美P·J·希尔顿　著
陈应枢　陈信传　译

贵 州 人 民 出 版 社
（贵阳市延安中路5号）
贵州工学院印刷厂印刷　贵州省新华书店发行
787×1092毫米　16开本　34 印张　796千字
印数：1——2800册
书号：7115·947　定价（上、下册）：6.95元

译 者 序

随着时代的飞速进步和数学科学的发展，中学数学教材的内容在不断地发展变化着．近二十年来，世界各国都围绕着中学数学课程现代化问题进行了积极的探索，不同观点的论争十分激烈．由于受到多种因素的制约，各国的发展情况很不一样；但是有一点可以肯定，就是在相当长的时期内，中学教材是不可能把经典数学的主要内容排斥在外的．随着微型计算机的普及，中学课程里可能要增添这方面的新内容，但是中学数学教材仍然要以经典数学的材料为主体．问题在于用什么样的观点来选择经典数学的内容和以什么方式来编排这些材料．

H.B. Griffiths 和 P. J. Hilton 合著的《经典数学综合教材》，用近代数学的观点统一处理与中学教材有关的经典数学内容，在内容编排上注意到教学法的需要，采用“螺旋接近”的方式——让同一课题在不同的阶段多次出现，并逐步提高到用近代数学观点来认识它和处理它．本书于七十年代初出

第一版，78年又由 Springer Verlag 公司再版，行销欧美两大洲，是一部有代表性的有影响的著作．近年来我国高师院校中学数学教育研究生多以本书为专业基础课的主要参考书，部分高师院校在数学系高年级学生中开设了以本书为主要内容的选修课．我们认为广大中学教师为了提高教育质量，培养符合四化建设要求的人材，也需要用近代观点来处理中学数学内容，因此本书对他们来讲也是很有参考价值的．

为促进中学数学教育研究工作，贵州师大科研科和数学系领导大力支持我们译出了这本书．油印稿曾在《全国高师院校中学数学教育研究协作组》八三年安顺年会上进行交流，这项工作受到同行们的热情鼓励．在贵州人民出版社的大力支持下，译稿经过修改校订，现在正式出版了，限于译者的水平，不妥之处在所难免，恳请读者批评指正．

全书共三十九章，序言、简介、第一章至第二十二章由陈应枢翻译，第二十三章至三十九章由陈信传翻译．本书的翻译工作得到赵咸云先生、何尊贤先生和周慧娟先生的鼓励和支持．赵先生曾以八十岁之高龄，不辞辛劳，亲自校阅了本书一至五章全部译稿和第十八章的部分译稿，直到病重住院期间还在关心着还项工作．在本书出版之际不能不引起我们对赵先生的深切怀念．何先生在整个翻译过程中从指导思想到技术细节都给以了热心的指导，周先生于百忙中校阅了部分译稿．在此谨向他们表示衷心的感谢．

译者　1986年 6 月于贵州师大

目　录

序　言……………………………………………………(1)
简　介……………………………………………………(3)
阅读指导…………………………………………………(11)
凡　例……………………………………………………(11)

第一部分　数学语言……………………………………(1)

第一章　描述性集合论…………………………………(3)
1．1　集合的概念………………………………………(3)
1．2　包　含……………………………………………(4)
1．3　维恩图……………………………………………(5)
1．4　相等………………………………………………(5)
1．5　幂集………………………………………………(6)
1．6　并与交……………………………………………(7)
1．7　补集………………………………………………(10)
1．8　量词………………………………………………(12)

第二章　函数：描述性理论……………………………(15)
2．1　函数的概念………………………………………(15)
2．2　函数的相等………………………………………(16)
2．3　象…………………………………………………(17)
2．4　单射、满射和等价………………………………(17)
2．5　例题………………………………………………(18)
2．6　符号和语言的泛用………………………………(20)
2．7　函数的复合………………………………………(22)
2．8　单射、满射和等价的复合………………………(23)
2．9　反演定理…………………………………………(23)
2.10　等价集……………………………………………(26)
2.11　计数………………………………………………(26)

第三章　笛卡儿积………………………………………(30)
3．1　序对和乘积………………………………………(30)
3．2　代数性质…………………………………………(31)
3．3　函数的图象………………………………………(33)
3．4　再论函数的概念…………………………………(33)

目　　录

3．5　再论序对……………………………………(35)
3．6　乘法系统……………………………………(36)
第四章　关系………………………………………(39)
4．1　什么是关系…………………………………(39)
4．2　RST条件……………………………………(40)
4．3　线状图………………………………………(40)
4．4　序关系………………………………………(41)
4．5　等价关系……………………………………(43)
4．6　划分…………………………………………(46)
4．7　商映射………………………………………(46)
第五章　数学归纳法………………………………(49)
5．1　物理的和数学的归纳法……………………(49)
5．2　一个坏习惯…………………………………(50)
5．3　归纳定义法…………………………………(51)
第二部分　集合论续……………………………(57)
第六章　函数的集合………………………………(59)
6．1　集合 B^A ………………………………………(59)
6．2　B^A 的映射……………………………………(60)
6．3　当#B＝2 的情形……………………………(63)
6．4　乱排、排列和集I（A，B）………………(64)
6．5　组合…………………………………………(67)
6．6　集S（A，B）………………………………(68)
第七章　计数和超限算术…………………………(71)
7．1　计数…………………………………………(71)
7．2　超限算术……………………………………(73)
7．3　超限算术里的序关系………………………(75)
7．4　选择公理……………………………………(77)
第八章　集合代数和命题演算……………………(83)
8．1　集合代数……………………………………(83)
8．2　B—代数……………………………………(87)
8．3　命题演算……………………………………(90)

目　录

8. 4　发展为更一般的公式……………………(92)
8. 5　蕴涵和演绎法……………………………(94)
第三部分　算　术……………………………(98)
第九章　交换环和域……………………………(99)
9. 1　作为代数系统的整数集……………………(99)
9. 2　环…………………………………………(100)
9. 3　推论………………………………………(101)
9. 4　子环………………………………………(102)
9. 5　交换群……………………………………(103)
9. 6　域…………………………………………(105)
第十章　模m的算术……………………………(110)
10.1　剩余类和环Z_m……………………………(110)
10.2　Z_m的理论……………………………………(112)
10.3　欧拉函数……………………………………(114)
10.4　同余式的解…………………………………(115)
第十一章　具有整范数的环……………………(118)
11.1　整范数………………………………………(118)
11.2　例题…………………………………………(119)
11.3　欧几里得整环内的因子分解………………(121)
11.4　理想…………………………………………(122)
11.5　HCF…………………………………………(124)
11.6　欧几里得演段………………………………(126)
11.7　LCM…………………………………………(128)
第十二章　分解质因数…………………………(130)
12.1　质数…………………………………………(130)
12.2　不可约和质数………………………………(131)
12.3　质因数分解的存在和唯一性………………(132)
12.4　在Z[x]内分解因式…………………………(134)
第十三章　HCF理论的应用……………………(137)
13.1　部分分式……………………………………(137)
13.2　连分式………………………………………(140)

目　　录

第四部分　R^3 中的几何 ……………………(143)

第十四章　R^3 的向量几何……………………(145)

14.1　向量空间 R^3 ……………………(145)
14.2　线性相关；基……………………(148)
14.3　直线的方程……………………(149)
14.4　长度……………………(150)
14.5　球……………………(151)
14.6　射影……………………(151)
14.7　向量……………………(152)
14.8　数量积……………………(154)
14.9　平面……………………(155)
14.10　向量积……………………(158)
14.11　体积……………………(160)

第十五章　线性代数和 R^3 内的测度……………………(162)

15.1　矩阵和行列式……………………(162)
15.2　三个线性方程……………………(165)
15.3　线性变换……………………(168)
附录：长度和面积……………………(175)
15.4　路径……………………(176)
15.5　可求长性……………………(177)
15.6　约当弧和约当曲线……………………(180)
15.7　面积……………………(181)
15.8　多边形……………………(182)
15.9　α 的性质……………………(183)
15.10　曲线边界……………………(185)
15.11　格……………………(187)
15.12　$\mathscr{A}_A$ 与 $\mathscr{A}$ 相关……………………(188)

第十六章　几何的逻辑……………………(191)

16.1　希腊的哲学及其它……………………(191)
16.2　希尔伯特……………………(192)
16.3　教学法……………………(193)

目　录

16.4　R^3的一个代数模型 ……………………（193）
16.5　性能指标……………………………………（197）
16.6　证明的方案…………………………………（198）
16.7　证明…………………………………………（199）
16.8　平行与垂直…………………………………（201）
第十七章　射影几何………………………………（204）
17.1　广告…………………………………………（204）
17.2　透视…………………………………………（204）
17.3　平面射影几何………………………………（205）
17.4　对偶性………………………………………（206）
17.5　$\mathscr{P}$（R）几何 ……………………………（208）
17.6　与R^2的关系………………………………（211）
17.7　圆锥曲线……………………………………（211）
17.8　RP^2的模型 ………………………………（214）
17.9　将$\mathscr{P}$（R）嵌入$\mathscr{P}$(C)……………………（216）
17.10　在R^3内的射影……………………………（218）
17.11　不变量，爱尔朗根纲领……………………（220）
第五部分　代　数………………………………（224）
第十八章　群………………………………………（226）
18.1　群的概念……………………………………（226）
18.2　群的定义……………………………………（227）
18.3　指数；子群…………………………………（230）
18.4　群的生成元…………………………………（231）
18.5　子群…………………………………………（234）
18.6　群的同态……………………………………（235）
18.7　同构…………………………………………（237）
18.8　核与象………………………………………（239）
18.9　子群、商空间和商群………………………（240）
18.10　环…………………………………………（243）
第十九章　向量空间和线性方程……………………（244）
19.1　原始定义……………………………………（244）
19.2　基……………………………………………（246）

目　　录

19.3　子空间……………………………………(248)

19.4　同态：矩阵………………………………(249)

19.5　线性变换的秩……………………………(253)

19.6　线性方程…………………………………(254)

第二十章　内积空间和对偶性……………………(258)

20.1　数量积；距离……………………………(258)

20.2　V内的几何………………………………(260)

20.3　正交性……………………………………(262)

20.4　对偶性……………………………………(263)

20.5　正交变换…………………………………(266)

第二十一章　不等式和布尔代数…………………(267)

21.1　不等式……………………………………(267)

21.2　某些应用…………………………………(269)

21.3　戴德金的有理数的完备性………………(272)

21.4　布尔代数…………………………………(274)

21.5　将一布尔代数排序………………………(276)

21.6　同态………………………………………(278)

第二十二章　n次多项式和n次方程……………(280)

22.1　多项式的形式……………………………(280)

22.2　代换………………………………………(282)

22.3　余式定理…………………………………(283)

22.4　多项式函数………………………………(285)

22.5　实和复的多项式…………………………(286)

22.6　求导………………………………………(287)

22.7　多项式方程的解…………………………(289)

22.8　应用到有限域……………………………(291)

第六部分　数系与拓扑……………………………(293)

第二十三章　有理数………………………………(295)

23.1　皮亚诺公理………………………………(295)

23.2　系统Z……………………………………(297)

23.3　系统Q……………………………………(300)

目　录

第二十四章　实数与复数……(303)
24.1　Q的不完备性……(303)
24.2　序列……(306)
24.3　R的结构……(309)
24.4　R的序关系……(311)
24.5　十进小数……(312)
24.6　R的完备性……(315)
24.7　复数……(317)
24.8　C的完备性……(319)
24.9　四元数与超复数……(320)
第二十五章　R^n的拓扑……(323)
25.1　引言……(323)
25.2　爱尔朗根纲领中的拓扑学……(323)
25.3　同胚……(324)
25.4　笛卡尔积……(329)
25.5　度量空间……(329)
25.6　闭集与开集……(332)
25.7　维数……(337)
25.8　紧空间……(339)
25.9　商空间……(340)
25.10　单连通空间；同伦……(345)
25.11　代数方法……(348)
25.12　流形……(351)
25.13　应用与进一步展望……(357)
25.14　参考书介绍……(357)
第七部分　微积分……(358)
第二十六章　R^1上代数……(360)
26.1　区间……(360)
26.2　代数运算……(360)
26.3　多项式……(362)
26.4　倒数……(363)

26.5　序关系……………………………………(363)
第二十七章　极限过程……………………………(365)
27.1　极限……………………………………(365)
27.2　极限的代数……………………………(367)
27.3　无限极限………………………………(369)
27.4　序列……………………………………(371)
第二十八章　连续函数……………………………(372)
28.1　代数$\mathscr{C}$（Ⅰ）……………………………(372)
28.2　复合……………………………………(373)
28.3　不等式保存原理………………………(374)
28.4　最大与最小……………………………(375)
28.5　两个较深刻的定理……………………(375)
28.6　指数律…………………………………(377)
第二十九章　可微函数……………………………(379)
29.1　微商……………………………………(379)
29.2　导数……………………………………(380)
29.3　代数$\mathscr{D}$（Ⅰ）……………………………(380)
29.4　复合……………………………………(382)
29.5　微分 d_cf ……………………………………(383)
29.6　高阶导数………………………………(385)
29.7　洛尔条件………………………………(387)
29.8　例题（三角函数）……………………(389)
29.9　反函数…………………………………(392)
第三十章　积分……………………………………(396)
30.1　问题……………………………………(396)
30.2　积分法则………………………………(398)
30.3　换元积分法……………………………(402)
30.4　积分的收敛性…………………………(404)
第七部分（续）　微积分的补充课题…………………(406)
第三十一章　对数函数与指数函数………………(407)
31.1　对数函数………………………………(407)

目　录

31.2　函数exp……………………………………(410)
31.3　指数律……………………………………(411)
第三十二章　微分方程……………………………(414)
32.1　线性一阶方程……………………………(414)
32.2　二阶方程…………………………………(415)
第三十三章　复变函数……………………………(419)
33.1　微分法……………………………………(419)
33.2　函数Cis…………………………………(419)
33.3　e^z的代数…………………………………(421)
第三十四章　逼近与迭代…………………………(425)
34.1　泰勒展开式………………………………(425)
34.2　极大与极小………………………………(428)
34.3　牛顿逼近法………………………………(429)
34.4　近似积分法………………………………(430)
34.5　级数………………………………………(433)
34.6　进一步展望………………………………(436)
第三十五章　多元函数……………………………(437)
35.1　问题………………………………………(437)
35.2　连续性……………………………………(438)
35.3　微分………………………………………(439)
35.4　小误差公式………………………………(442)
35.5　可微性和导数……………………………(442)
第三十六章　向量值函数…………………………(444)
36.1　可微性……………………………………(444)
36.2　复合………………………………………(447)
36.3　坐标系……………………………………(448)
36.4　微分的链法则……………………………(449)
36.5　主要公式摘要……………………………(452)
第三十七章　C^r—函数……………………………(454)
37.1　问题………………………………………(454)
37.2　泰勒展开式………………………………(454)

37.3　临界点……………………………………（455）
37.4　隐函数……………………………………（456）
37.5　说明………………………………………（459）
第八部分　基　础………………………………（462）
第三十八章　范畴与函子…………………………（463）
38.1　范畴………………………………………（463）
38.2　初始对象、最终对象、零对象…………（466）
38.3　函子………………………………………（467）
38.4　范畴论中的标准概念……………………（473）
第三十九章　数理逻辑……………………………（481）
39.1　公理………………………………………（481）
39.2　集…………………………………………（483）
39.3　相容性……………………………………（485）
39.4　形式系统…………………………………（488）
39.5　‘证明对策’的例题……………………（490）
39.6　哥德尔定理………………………………（492）
39.7　哥德尔的证明……………………………（494）
39.8　选择公理与连续统假设…………………（497）
参考文献……………………………………………（498）
专用符号索引………………………………………（505）

第一部分　数学語言

现代数学是用一种逐渐发展的语言来表达的，学生必须学习这种语言. 在表述那些从前是含混的或不存在的细微概念时这种语言是必要的. 请注意，数学在没有人们的参与之前它是不存在的；教师要想给学生讲清某个难点，或者是为了研究数学家们相互的争论，以确定某个新结果是否得到了严格无误的证明，这都需要一种恰当的语言. 现代语言控制着诸如集合、函数和关系等基础概念，并刻划着含有这些实体的一些结构及其相互联系. 我们关心的是使读者能流利地运用这种语言的形式，并想表明简短(甚至有点隐晦)的方式是怎样被引进来以取代那种冗长的迂腐的形式的. 在解决数学上的困难时，我们往往必须学会应用学究式的严格方式，那通俗的东西则可能是含混不清的，并可能导致错误.

有时基础的实体用语言描述了，而好奇心促使我们寻求有关这些实体的本质问题，并去掌握它们. 初学者倾向于只注意掌握数学的操作. 其实，简洁地陈述问题（和刻划某些实体）这一语言学的任务恰好是数学中很要紧的一部分. 安排这项工作有个惯例；先是定义，接着是定理常常因其体裁还标上诸如“命题”、“引理”、“推论”(等字眼)以及它们的证明. 定义就是用以前已经规定过的术语精确地描述一个新的实体. 这样就可以确切地知道我们是在谈论什么. 定理是叙述从这些实体中提出的问题的一个回答——当然，常常不是全面的回答；而定理的证明则记载了一些必要的操作以使我们信服定理是正确的.

在一本讲解式的教科书中，就像我们这一本，关于定义的理由，定理的重要性或证明的结构等都有太量的说明. 尽管我们企图将这类说明区分出来，读者还是必须留心数学和说明之间的区别：通过实践他是会得到提高的.

才提到的进行解说的手法将坚持贯通全书. 然而，第一部分的主题是限定在所谓的集合论初步，它用数学中其它更熟悉的部分的实例来加以说明. 这样，在第一章介绍