2011~2015

五年奥数试题透视

本书编写组 编

四年级

上海科技教育出版社

五年奥数试题透视

(2011～2015)

四 年 级

本书编写组　编

上海科技教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

五年奥数试题透视:2011～2015.四年级/《五年奥数试题透视》编写组编.—上海:上海科技教育出版社,2015.8

ISBN 978-7-5428-6301-0

Ⅰ.①五… Ⅱ.①五… Ⅲ.①小学数学课—题解 Ⅳ.①G624.505

中国版本图书馆CIP数据核字(2015)第182217号

责任编辑 冯晨阳 郑丽娟
封面设计 杨 静

五年奥数试题透视(2011～2015)
四年级
本书编写组 编

出版发行 上海世纪出版股份有限公司
上 海 科 技 教 育 出 版 社
(上海市冠生园路393号 邮政编码200235)
网 址 www.sste.com www.ewen.co
经 销 各地新华书店
印 刷 常熟华顺印刷有限公司
开 本 787×1092 1/16
印 张 16.75
版 次 2015年8月第1版
印 次 2015年8月第1次印刷
书 号 ISBN 978-7-5428-6301-0/O·978
定 价 34.00元

目　　录

2015

2015年奥数试题分类精析

一、速算与巧算

题 1

计算：$2468\times629\div(1234\times37)=$________.

（第十三届"希望杯"第 1 试第 1 题）

解题思路

观察发现：2468 与 1234、629 与 37 都是倍数关系，因此本题可根据除法的运算性质先把原式变形为：$2468\times629\div1234\div37$，再运用乘法的交换律进行调整：$2468\div1234\times629\div37$，最后算出结果.

解题过程

原式 $=2468\times629\div1234\div37$

$=2468\div1234\times629\div37$

$=2\times17$

$=34$.

同类汇总

1－1－1　$125\times75\times32=$________.

（第二十六届亚太杯决赛第 1 题）

1－1－2　$5\times13\times31\times73\times137=$________.

（第十三届"走进美妙的数学花园"决赛第 1 题）

1－1－3　$66+12-44=$________.

（第二十六届亚太杯初赛第 1 题）

题 2

计算：$(0.12+0.36+0.5)\times(0.12+0.36)-(0.12+0.36)^2=$________.

（第十五届"中环杯"初赛第 1 题）

解题思路 观察算式，发现有公因式：(0.12＋0.36)，且剩余的 0.12、0.36 可抵消，因此考虑用乘法分配律进行巧算.

解题过程

原式＝(0.12＋0.36)×(0.12＋0.36＋0.5－0.12－0.36)
＝0.48×0.5
＝0.24.

同类汇总

1－2－1　计算：1.2014×0.3993＋0.3993×0.7986＋0.7986×4999＝________.

（第十五届“中环杯”决赛(B)第 1 题）

1－2－2　[(55×45－37×43)－(3×221＋1)]÷22＝________.

（第十三届“希望杯”第 2 试第 1 题）

1－2－3　简算 291＋47×97，正确的计算方法是(　　).

(A) 291＋47×(100－3)　　(B) 47×(97＋3)

(C) 97×(47＋3)　　(D) 87×(47＋3)

（2015 年“数学解题能力展示”复赛第 6 题）

专题回顾 速算与巧算的赛题主要是考查参赛学生熟练应用运算定律、运算性质的能力以及拆数、转化等计算技巧.

解题时一定要先仔细观察题中数据的特点，合理地分组结合、巧妙地拆数. 同时要熟练掌握乘除法运算中的一些等价关系，如 $a\times0.5=a\div2$；$a\times0.25=a\div4$；$a\times5=a\div0.2$；$a\times2=a\div0.5(a\neq0)$ 等，以便灵活地转化.

二、数与算式

题 1　定义 $a\oplus b=a+b+ab$，则(2⊕3)⊕4 的值为________.

（第十三届“希望杯”第 1 试第 3 题）

解题思路与过程

有括号先算括号：(2⊕3)＝2＋3＋2×3＝11，那么

(2⊕3)⊕4＝11⊕4＝11＋4＋11×4＝59.

同类汇总

2－1－1　定义新运算：$A\oplus B=A^2+B^2$，$A\otimes B=A$ 除以 B 的余数，则(2013⊕2014)⊗10＝________.

（第十五届“中环杯”初赛第 2 题）

2-1-2　规定运算“θ”为：$a\theta b=a+2\times b-2$，计算$(8\theta 7)\theta 6=$________.

（第二十六届亚太杯初赛第 2 题）

2-1-3　如果 $a*b=a\times b\div(a+b)$，那么 $6*(6*6)=$________.

（第二十六届亚太杯决赛第 2 题）

2-1-4　一台计算机感染了病毒：在计算机的存储器里，从 2 到 9 的每一个数字都能被 $1+2+\cdots+n$ 这个和代替. 例如：2 被 $1+2$ 的和 3 代替，3 被 $1+2+3$ 的和 6 代替，n 被 $1+2+3+4+\cdots+n$ 的和代替，计算机的其他功能都正常. 如果你计算 $1+3+5$，计算机显示的结果是________.

（第二十六届亚太杯决赛第 19 题）

2-1-5　有一种新的运算符号“$\odot$”，运算方法如下：$2\odot 3=2+3+4$，$3\odot 5=3+4+5+6+7$，$4\odot 5=4+5+6+7+8$，则 $4\odot(2\odot 5)=$________.

（A）360　　（B）270　　（C）210　　（D）140

（2015 年“数学解题能力展示”初赛第 10 题）

2-1-6　有一个数学运算符号※，使下列算式成立：4※8＝16，10※6＝26，5※3＝13，6※10＝22，求 7※4＝________.

（A）14　　（B）16　　（C）18　　（D）20

（2015 年“数学解题能力展示”复赛第 10 题）

题 2　已知在下边的乘法算式中，相同字母代表相同数字，不同字母代表不同数字，那么 $A+B=$________.

$$
\begin{array}{rcccc}
 & B & B & A & A \\
\times & & & B & A \\
\hline
 & A & 9 & 9 & A \\
1 & 1 & A & A & \\
\hline
1 & \square & A & \square & A
\end{array}
$$

（第十五届“中环杯”决赛(B)第 7 题）

解题思路与过程　根据个位数乘法，我们有 $A\times A$ 的个位数还是 A，满足条件的数有 0，1，5，6，显然 $A\neq 0$，接下来讨论一下 $A=1$ 或 5 或 6 时的情况.

（1）如果 $A=1$，则$\overline{BBAA}\times A=\overline{A99A}\rightarrow\overline{BB11}\times 1=1991$，显然不可能；

（2）如果 $A=5$，则$\overline{BBAA}\times A=\overline{A99A}\rightarrow\overline{BB55}\times 5=5995$，由于 $5995\div 5=1199$，显然不可能是$\overline{BB55}$；

（3）如果 $A=6$，则$\overline{BBAA}\times A=\overline{A99A}\rightarrow\overline{BB66}\times 6=6996$，由于 $6996\div 6=1166$，所以 $B=1$，检验一下，满足要求；

综上所述，$A=6$，$B=1$，所以答案为 $A+B=6+1=7$.

同类汇总

2-2-1　在图中的竖式除法中，被除数为？

```
          □□□
    ┌─────────
□□□ │ 2□□□□
      □0□
    ─────────
      □□1□
       □□4
    ─────────
        □□□
        □□□
    ─────────
          0
```

（第十五届“中环杯”初赛第 16 题）

2-2-2　如下图，两个三位数的乘积为五位数，填入适当的数使乘积最大，则当乘积取最大值时所填的两个乘数之和为（　　）.

```
     □□2
   × □0□
  ───────
     1□□
   □5□
  ───────
   □□□□□
```

（A）823　　（B）933　　（C）983　　（D）1063

（2015 年“数学解题能力展示”初赛第 12 题）

题 3

有一个除法算式，被除数和除数的和是 136，商是 7，则除数是______.

（第十三届“希望杯”第 1 试第 2 题）

解题思路与过程

（1）被除数÷除数＝7，因此我们能得到被除数是除数的 7 倍.

（2）如果设除数是 1 份，那么被除数就是 7 份，它们的和是 136. 所以每份量为：136÷8＝17，即除数是 17.

同类汇总

2-3-1　小明在计算时错把加法当做减法来计算，得到的结果是 86，比正确的答案少 186，原来加数中较大的数是________.

（第十三届“小机灵杯”初赛第 7 题）

2-3-2　去掉 20.15 中的小数点，得到的整数比原来的数增加了________倍.

（第十三届“走进美妙的数学花园”初赛第 3 题）

2-3-3　洋洋同学在计算乘法时，把 13 错写成 31，结果得到的乘积是 2015，那么正确的乘积是（　　）.

（A）403　　（B）845　　（C）1225　　（D）4805

（2015 年“数学解题能力展示”初赛第 4 题）

题 4

如果 $10+9+8\times7\div\square+6-5\times4-3\times2=1$，那么$\square=$________.

（第十三届“走进美妙的数学花园”初赛第 1 题）

解题思路与过程　此题宜用解方程的方法求解.

$19+56\div\square+6-20-6=1$

$56\div\square=1+20-19$

$56\div\square=2$

$\square=28$

同类汇总

2-4-1　有两组数,第一组 7 个数的和是 84,第二组的平均数是 21,两组中的所有数的平均数是 18,则第二组有________个数.

（第十三届"走进美妙的数学花园"初赛第 6 题）

2-4-2　五个数中最大的是 59,最小的是 7,其余 3 个是连续的自然数.若这五个数的平均数是 27,则连续的那三个数分别是________,________,________.

（第十三届"希望杯"第 2 试第 2 题）

2-4-3　a、b、c 是三个不同的非零自然数,它们的平均数为 30,其中最大的数比最小的数大 10,那么这三个数中最大的自然数最多是(　　).

(A) 35　　(B) 36　　(C) 37　　(D) 38

（2015 年"数学解题能力展示"复赛第 9 题）

2-4-4　已知 1111155555 是两个连续奇数的乘积,这两个奇数的和是(　　).

(A) 66662　　(B) 66664　　(C) 66666　　(D) 66668

（2015 年"数学解题能力展示"复赛第 13 题）

题 5　a、b、c 都是质数,并且 $a+b=49$,$b+c=60$,则 $c=$________.

（第十三届"走进美妙的数学花园"初赛第 2 题）

解题思路与过程　此题主要考查质数、合数、奇偶数相关的知识点.

a、b、c 都是质数且 $a+b=49$,和为奇数,则这两个数一定是一个奇数+一个偶数,而唯一的偶质数为 2,所以 a、b 中一定有一个数为 2.

若 $b=2$,则 $c=58$,58 为合数,不符合要求.

若 $a=2$,则 $b=47$,$c=13$,符合要求.

同类汇总

2-5-1　一个质数的 2 倍和另一个质数的 5 倍的和是 36,则这两个质数的乘积是________.

（第十三届"希望杯"第 2 试第 8 题）

题 6　整除 2015 的数称为 2015 的因数,1 和 2015 显然整除 2015,称为 2015 的平凡因数,除了平凡因数,2015 还有一些非平凡因数,那么,2015 的所有非平凡因数

之和为________.

（第十三届“走进美妙的数学花园”决赛第 3 题）

解题思路与过程　本题主要考查求约数的和.

方法一：因 $2015=5\times13\times31$，

所以 2015 所有的约数和为$(5^0+5^1)\times(13^0+13^1)\times(31^0+31^1)=6\times14\times32=2688$.

2015 的所有约数非平凡因数之和为 $2688-1-2015=672$.

方法二：由于该数比较小，可以直接写出 2015 的所有约数.

$2015=1\times2015=5\times403=13\times155=31\times65$，

2015 的所有非平凡因数之和为 $5+403+13+155+31+65=672$.

同类汇总

2-6-1　四个互不相同的正整数的乘积是 231，则这四个数的和是________.

（第十三届“小机灵杯”决赛第 1 题）

2-6-2　求在 320 以内同时能被 2，3，5 整除的正整数的个数为________.

（第二十六届亚太杯初赛第 25 题）

2-6-3　在下面的每一个□内填入一个不等于 1 的数字，使得等式成立. 那么，不同的填法有________种.

$$[\square\times(\overline{1\square}+\square)]^2=\overline{9\square\square5}$$

（第十五届“中环杯”初赛第 11 题）

2-6-4　两个正整数的乘积为 100，这两个正整数都不含有数字 0，则这两个正整数之和为________.

（第十五届“中环杯”初赛第 3 题）

题 7　能够被 1 到 11 的所有自然数整除的最小自然数为________.

（第十三届“走进美妙的数学花园”决赛第 13 题）

解题思路与过程　1 到 11 这 11 个数分解质因数后所包含的质数有 2、3、5、7、11，因此这个自然数最少包含 2、3、5、7、11.

$1=1^1$，$2=2^1$，$3=3^1$，$4=2^2$，$5=5^1$，$6=2\times3$，$7=7^1$，$8=2^3$，$9=3^2$，$10=2\times5$，$11=11^1$，所以这个自然数最小为 $2^3\times3^2\times5^1\times7^1\times11^1=27720$.

同类汇总

2-7-1　已知 $x=\underbrace{222\cdots222}_{K个2}$，若 x 是 198 的倍数，那样的话，符合条件的最小的 K 值是________.

（第十三届“小机灵杯”决赛第 8 题）

2-7-2　一个 $n+3$ 位正整数 $144\cdots430$(n 个 4),是 2015 的倍数,正整数 n 最小是________.

（第十三届"走进美妙的数学花园"初赛第 13 题）

2-7-3　有一个正整数 n,它的数码和与 $n+1$ 的数码和都可被 7 整除.请问:满足上述条件最小的 n 值是________.

（第十五届"中环杯"决赛(B)第 9 题）

2-7-4　若 $a=\underbrace{1515\cdots15}_{10个15}\times\underbrace{333\cdots33}_{20个3}$,则整数 a 的所有数位上的数字和等于________.

（第二十六届亚太杯决赛第 18 题）

2-7-5　有四个非零自然数 a、b、c、d,其中 $c=a+b$,$d=b+c$.如果 a 能被 2 整除,b 能被 3 整除,c 能被 5 整除,d 能被 7 整除.那么 d 最小是________.

（第二十六届亚太杯决赛第 16 题）

2-7-6　$\overline{1abc}$是一个四位数,且这个四位数可以被 2,3,5 整除,则$\overline{1abc}$的最小值是________.

（第十三届"希望杯"第 2 试第 11 题）

2-7-7　已知四位数$\overline{2ab4}$是 49 的倍数,则满足条件的$\overline{ab}$的最大值是________.

（第十五届"中环杯"初赛第 14 题）

2-7-8　小雪有 20 张写有数字的卡片,分别是 6 张 1、3 张 2、5 张 3、1 张 5、3 张 7、2 张 9.她用这 20 张卡片组成了 12 个不同的质数,每个质数最多由两张卡片组成.然后,她把这些质数相乘,得到的结果是$\overline{ab207381348cd}$,求$\overline{abcd}$.

（第十五届"中环杯"决赛(B)第 14 题）

2-7-9　已知五位数$\overline{2014\square}$能被 9 整除,那么方框中应填入数字________.

（第二十六届亚太杯初赛第 5 题）

2-7-10　有一个自然数用 7 除余 3,用 9 除余 4,请按照从小到大的顺序,将满足条件的前两个自然数写在这里________.

（第十三届"走进美妙的数学花园"决赛第 11 题）

2-7-11　$86\times87\times88\times89\times90\times91\times92\div7$ 的余数是________.

（第十三届"小机灵杯"决赛第 2 题）

2-7-12　$\underbrace{2\times2\times\cdots\times2}_{20个2}-1$ 的结果的个位数为________.

（第十五届"中环杯"初赛第 6 题）

题 8　任意一个一位奇数与任意一个一位偶数相乘,不同的乘积有________个.

（第十三届"希望杯"第 1 试第 11 题）

解题思路与过程

(1) 一位数奇数有:1、3、5、7、9;一位数偶数有 0、2、4、6、8.

(2) 0 和任意数相乘得数相同,因此 0 与奇数相乘的不同乘积有:1 个;

2、4、6、8 与奇数相乘得到的乘积有:20 个.

方法一:计算找相同乘积.

通过计算可知:重复了 2 个:$2\times3=6\times1$;$2\times9=6\times3$.

因此不同的乘积有:19 个.

方法二:通过因数分析找相同乘积.

(i) 8 里面有 3 个 2 相乘,而 2、4、6 均没有 3 个 2,奇数里没有 2,故 8 和任意奇数相乘的结果不会和其他偶数与奇数相乘的结果相同.

(ii) 4 里面有 2 个 2,而 2、6、8 均不是有 2 个 2,奇数里没有 2,故 4 和任意奇数相乘的结果不会和其他偶数与奇数相乘的结果相同.

(iii) 2 和 6 里面都有 1 个 2 因数,因此可能会出现相同的乘积;

6 里面还有 3 这个因数,因此要想相同,2 乘的另一个奇数一定是 3 的倍数,因此可以很快检验出 $2\times3=6\times1$;$2\times9=6\times3$ 这两个乘积结果重复了.

因此不同的乘积有:$20+1-2=19$(个).

同类汇总

2-8-1　若$\overline{abc}+\overline{cba}=1069$,则这样的$\overline{abc}$有________个.

(第十三届“希望杯”第 1 试第 18 题)

2-8-2　n 是一个不大于 100 且不小于 10 的正整数,且 n 是其各位数字和的倍数,这样的 n 有________个.

(第十三届“小机灵杯”初赛第 19 题)

2-8-3　桌子上有 0～9 这 10 张数字卡片,甲、乙、丙三人每人各取了其中的三张,并将自己拿到的三张数字卡片组成的所有不同的三位数求和,结果甲、乙、丙的答案分别是 1554、1688、4662,剩下的那张数字卡片是________.(注:6 或 9 不可倒过来看成 9 或 6.)

(第十三届“小机灵杯”初赛第 17 题)

题 9

如图 2015-1,自然数按规律排列:与 2015 相邻的四个数(上、下、左、右)之和是________.

		1		
	2	3	4	
5	6	7	8	9
…	…	…	…	…

图 2015-1

(第二十六届亚太杯决赛第 24 题)

解题思路与过程

第 1 行 1 个数,最后一个是 $1=1^2$,

第 2 行 3 个数,最后一个是 $4=2^2$,

……

第 n 行 $2n-1$ 个数,最后一个是 n^2,

仔细观察数据的排列规律,可知:第 n 行的每个数(除两端外)都比其上一行相邻的数多 $2(n-1)$个,比其下一行相邻的数少 $2n$ 个,两者之和是该数的两倍加上 2.

又，每个不在两端的数的左右相邻的数之和是该数的两倍.

那么，2015 相邻的四个数(上、下、左、右)之和是：2015×4+2=8062.

同类汇总

2-9-1 在一张足够长的纸条上从左向右依次写上 1，2，…，999 这 999 个自然数，然后从左到右每隔三位点一个逗号：123，456，789，101，112，…，第 20 个逗号前的那个数码是________.

(第二十六届亚太杯决赛第 6 题)

2-9-2 在一块黑板上将 123456789 重复书写 50 次得到 450 位数 123456789123456789……先删去这个数中从左至右数所有位于奇数位上的数字，再删去所得的数中从左至右数所有位于奇数位上的数字，…，依此类推. 那么，最后剩下的是(　　).

(A) 5　　(B) 2　　(C) 4　　(D) 8

(2015 年"数学解题能力展示"复赛第 4 题)

2-9-3 $1951^{1952}-1949^{1951}$ 的差的末两位是________.

(第十三届"小机灵杯"初赛第 11 题)

题 10

请将十进制数 120 转化成二进制：________.

(第二十六届亚太杯初赛第 14 题)

解题思路与过程

根据十进制转化成二进制，除以 2 倒取余数法，得

$$(120)_{10}=(1111000)_2.$$

同类汇总

2-10-1 将六进制中的数 2015 改写成十进制是________.

(第二十六届亚太杯决赛第 11 题)

2-10-2 35 与一个两位数相乘末位是 0，与这个两位数相加有且只有一次进位，像这样的两位数一共有(　　)个.

(A) 20　　(B) 18　　(C) 19　　(D) 21

(2015 年"数学解题能力展示"复赛第 3 题)

2-10-3 将 6 个灯泡排成一行，用○和●表示灯亮和灯不亮. 如图 2015-2 是一行灯的五种情况，分别表示五个数字：1、2、3、4、5. 那么○○○●○○表示的数是________.

●●●●●○ 1

●●●●○● 2

●●●●○○ 3

●●●○●● 4

●●●○●○ 5

图 2015-2

(第十三届"小机灵杯"决赛第 11 题)

专题回顾 在解答本节中的竞赛题时,可采用假设法、试算法、排除法进行推理,并且善于寻找突破口.例如,由“两个自然数的和与差的积是23”可推知这两个数的和是23,差是1.还要能记忆一些特殊数的计算结果.例如 $37\times3=111$,$37\times6=222$,$37\times9=333$,….

另外,要注意两点:

1. 每一个汉字(或字母)代表一个数字,不同的汉字(或字母)代表不同的数字.因此,可以通过试算来确定每一个汉字(或字母)代表0~9这十个数字中的哪一个数字.

2. 要认真审题,搞清每一个条件的含义,根据条件进行推理.还要弄清问题是求和(或差)的最小值还是最大值;是求一个数还是求这个数的各个数位上的数之和.

三、等差数列

题1 有一个等差数列3,9,15,21,…,那么,567是它的第________项.

(第二十六届亚太杯初赛第10题)

解题思路与过程 根据等差数列公式可知项数=(末项-首项)÷公差+1,即 $(567-3)\div6=94+1=95$(项).

同类汇总

3-1-1 按照下面的方式计算出结果:

$1+5,2+7,3+9,2+11,1+13,2+15,3+17,2+19,1+21,\cdots$,

那么计算结果是1777的应该是第( )个算式.

(A) 800 (B) 810 (C) 900 (D) 886

(2015年“数学解题能力展示”复赛第5题)

3-1-2 一张长纸条依次写着1,2,3,…,n.将长纸条切成五段,每段中包含着一些连续的自然数(原先一个数中的数字不会被切在不同段中).我们算了一下这五段的平均数,为1234、345、128、19和9.5(这五个数的顺序是打乱的).那么 $n=$________.

(第十五届“中环杯”初赛第15题)

3-1-3 有以下两个数串:①1,3,5,7,…,2013,2015,2017;②1,4,7,10,…,2011,2014,2017.同时出现在这两个数串中的数共有________个.

(第十三届“小机灵杯”决赛第6题)

题2 一个自然数能够表示成5个连续的自然数之和,也可以表示成7个连

续的自然数之和，那么，将符合以上条件的自然数从小到大排列，前 3 个数分别为________.

（第十三届"走进美妙的数学花园"决赛第 4 题）

解题思路与过程 本题考查的是等差数列中的中项定理.

中项定理：对于任何一个项数为奇数的等差数列，中间一项的值等于所有项的平均数，也等于首项与末项和的一半；或者换句话说，各项和等于中间项乘以项数.

由中项定理可知，

能同时表示成 5 个连续自然数的和，该数能被 5 整除，

能同时表示成 7 个连续自然数的和，该数能被 7 整除，

所以所求数为 $5\times7=35$ 的公倍数.

从小到大排列，前 3 个数分别为 35、70、105.

同类汇总

3－2－1 如图 2015-3，梯形的上底、高、下底依次构成一个等差数列，其中高是 12. 那么梯形的面积是________.

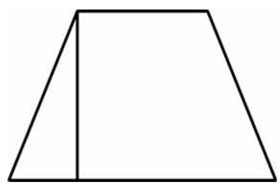

图 2015-3

（第十三届"走进美妙的数学花园"初赛第 4 题）

题 3 如图 2015-4，用小正方形摆成下列图形，按摆放规律，第 25 个图形需要小正方形________个.

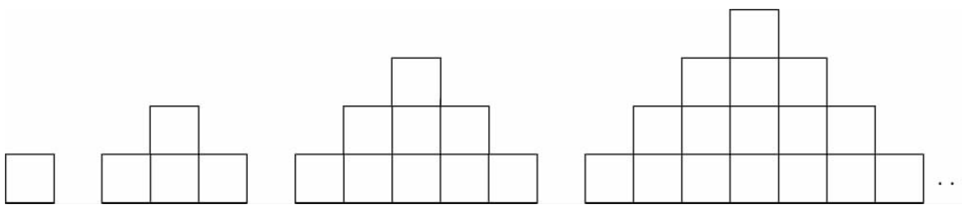

图 2015-4

（第十三届"希望杯"第 1 试第 17 题）

解题思路与过程 通过观察可知第 25 个图形的小正方形总数为：$1+3+5+7+\cdots+47+(25\times2-1)$，通过等差数列计算方法，计算该等差数列得：$(1+49)\times25\div2=625$(个).

因此第 25 个图形需要 625 个小正方形.

同类汇总

3－3－1 一个物体从高空落下，已知第一秒下落距离是 5 米，以后每秒落下的距离都比前一秒多 10 米，10 秒末物体落地. 则物体最初距离地面的高度为________米.

（第十五届"中环杯"初赛第 7 题）

3－3－2 小恩在沙滩上用小石子排列出一些有趣的图形，如图 2015-5 所示，前四个图形所

用的小石子数分别是1、5、12、22,按此规律继续下去,请问:排列第十个图形需要________颗小石子.

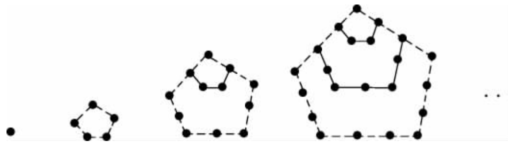

图 2015-5

(第十五届"中环杯"决赛(B)第8题)

题4 毕达哥拉斯学派认为数是万物的本源,他们把1,3,6,10,…,这样的数叫作三角数.那么把三角数从小到大排列,前100个三角数的总和是________.

(第十三届"小机灵杯"决赛第14题)

解题思路与过程 第 n 个三角数是 $1+2+\cdots+n=(1+n)\times n\div 2$;所以前100个三角数的总和是

$$(1+1)\times 1\div 2+(1+2)\times 2\div 2+\cdots+(1+100)\times 100\div 2$$
$$=(1\times 2+2\times 3+\cdots+100\times 101)\div 2$$
$$=[(1\times 2\times 3-0\times 1\times 2)\div 3+(2\times 3\times 4-1\times 2\times 3)\div 3+\cdots+(100\times 101\times 102-99\times 100\times 101)\div 3]\div 2$$
$$=(100\times 101\times 102-0\times 1\times 2)\div 3\div 2$$
$$=100\times 101\times(102\div 3\div 2)=100\times 101\times 17$$
$$=171700.$$

同类汇总

3-4-1 观察数组(1,2,3),(3,4,5),(5,6,7),(7,8,9),…,的规律,第20组中三个数的和是________.

(第二十六届亚太杯初赛第11题)

专题回顾 在小学数学竞赛题中,经常出现等差数列求和、求末项的问题,因此要搞清首项、末项、公差分别是几,有多少项,并熟练掌握几个重要的计算方法:

(1) 项数=(末项-首项)÷公差+1;

(2) 末项=首项+公差×(项数-1);

(3) 和=(首项+末项)×项数÷2.

在本专题中,要善于把实际问题转化成等差数列求和、求末项的问题,然后运用等差数列的知识进行解答.要注意有些数列并不是等差数列,但它是有规律可循的,我们也要善于找出其中的规律,根据它的规律解答问题.

四、数 阵 图

题 1 将自然数 1 到 16 排成 4×4 的方阵，每行每列以及对角线上数的和相等，这样的方阵称为 4 阶幻方，下面的幻方是在印度神庙中发现的（如图 2015-6），请将其补充完整：

（第十三届“走进美妙的数学花园”决赛第 15 题）

	12	1	
2	13		
16			

图 2015-6

x	12	1	A
2	13		
16			
B			

图 2015-7

解题思路与过程 先求幻和：$(1+2+3+\cdots+16)\div 4=34$.

如图 2015-7，设左上角空格的数字为 x，则 $A=34-1-12-x=21-x$，$B=34-2-16-x=16-x$，$A=21-x\leqslant 15$，所以 $x\geqslant 6$.

满足条件的 x 的取值为 6，7，10，11（如图 2015-8、2015-9、2015-10、2015-11）.

6	12	1	15
2	13		
16			
10			

图 2015-8

7	12	1	14
2	13		
16			
9			

图 2015-9

10	12	1	11
2	13		
16			
6			

图 2015-10

11	12	1	10
2	13		
16			
5			

图 2015-11

之后再分析第二列：第二列剩下的两个空的和为 $34-12-13=9$，

$9=1+8=2+7=3+6=4+5$，由已知得，只有 4、5 和 3、6 两种情况.

填完第二列之后再填第二行，第二行的两个空的和为 $34-2-13=19$，

$19=16+3=15+4=14+5=13+6=12+7=11+8=10+9$.

如图 2015-12、2015-13、2015-14 所示（后填的每组数对里的数字可以交换位置）.

6	12	1	15
2	13	11	8
16	4		
10	5		

图 2015-12

10	12	1	11
2	13	无	无
16	4		
6	5		

图 2015-13

11	12	1	10
2	13	15	4
16	3		
5	6		

图 2015-14

再往下填发现无解；

此时还有左上角是 7 的这种情况.