

《宁夏回族自治区教育厅中小学教辅材料评议推荐目录》

推荐教辅图书

经人民教育出版社授权

配人教版®

主  
编◎李朝东



本册主编：王培福

第二次修订

# 精讲精练

君子曰：学不可以已。青，取之于蓝而青于蓝；冰，水为之而寒于水。木直中绳，揉以为轮，其曲中规；虽有槁暴，不复挺者，揉使之然也。故木受绳则直，金就砺则利，君子博学而日参省乎己，则知明而行无过矣。

吾尝终日而思矣，不如须臾之所学也；吾尝跂而望矣，不如登高之博见也。登高而招，臂非加长也，而见者远；顺风而呼，声非加疾也，而闻者彰。假舆马者，非利足也，而致千里；假舟楫者，非能水也，而绝江河。君子生非异也，善假于物也。

积土成山，风雨兴焉；  
小流，无以成江海。

牙之利，筋骨之强，  
利天下之勇士，  
以天下之未遇刑自也。

RJ

学生用书

选修2-1

# 高中数学



宁夏出版传媒集团  
宁夏人民出版社

图书在版编目(CIP)数据

精讲精练:人教A版.高中数学.2-1:选修 / 李朝东主编.  
-- 银川:宁夏人民教育出版社,2009.8(2013.3再版)  
ISBN 978-7-80764-174-2

I. ①精… II. ①李… III. ①数学课—高中—教学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2009)第153893号

精讲精练——数学 选修2-1(人教A版)

李朝东 主编

责任编辑 王娟

封面设计 杭永鸿

责任印制 殷戈



黄河出版传媒集团  
宁夏人民教育出版社 出版发行

地址 银川市北京东路139号出版大厦(750001)

网址 www.yrpubm.com

网上书店 www.hh-book.com

电子信箱 jiaoyushe@yrpubm.com

邮购电话 0951-5014284

经销 全国新华书店

印刷装订 宁夏锦绣彩印包装有限公司银川分公司

开本 880mm×1230mm 1/16 印张 11.5 字数 170千

印刷委托书号 (宁)0011315 印数 6325册

版次 2009年8月第1版 2013年3月第2版

印次 2013年8月第2次印刷

书号 ISBN 978-7-80764-174-2/G·1112

定价 13.59元

版权所有 翻印必究<sup>31</sup>

# 目 录

## CONTENTS

### 第一章 常用逻辑用语

1.1 命题及其关系	001
1.1.1 命题	001
1.1.2 四种命题	005
1.1.3 四种命题间的相互关系	005
1.2 充分条件与必要条件	008
1.2.1 充分条件与必要条件	008
1.2.2 充要条件	008
1.3 简单的逻辑联结词	012
1.3.1 且 (and)	012
1.3.2 或 (or)	012
1.3.3 非 (not)	012
1.4 全称量词与存在量词	015
1.4.1 全称量词	015
1.4.2 存在量词	015
1.4.3 含有一个量词的命题的否定	015
单元知识整合	019

### 第二章 圆锥曲线与方程

2.1 曲线与方程	023
2.1.1 曲线与方程	023
2.1.2 求曲线的方程	025
2.2 椭圆	029
2.2.1 椭圆及其标准方程	029
2.2.2 椭圆的简单几何性质	032
第1课时 椭圆的简单几何性质	032
第2课时 椭圆标准方程及性质的应用	036

# 目 录

## CONTENTS

2.3 双曲线	040
2.3.1 双曲线及其标准方程	040
2.3.2 双曲线的简单几何性质	043
第1课时 双曲线的简单几何性质	043
第2课时 双曲线标准方程及性质的应用	046
2.4 抛物线	050
2.4.1 抛物线及其标准方程	050
2.4.2 抛物线的简单几何性质	053
单元知识整合	058
<b>第三章 空间向量与立体几何</b>	
3.1 空间向量及其运算	064
3.1.1 空间向量及其加减运算	064
3.1.2 空间向量的数乘运算	068
3.1.3 空间向量的数量积运算	071
3.1.4 空间向量的正交分解及其坐标表示	075
3.1.5 空间向量运算的坐标表示	078
3.2 立体几何中的向量方法	082
第1课时 空间向量与平行关系	082
第2课时 空间向量与垂直关系	085
第3课时 空间向量与空间角、空间距离	088
单元知识整合	093

《巩固训练》《单元测试卷》《答案解析》单独成册

# 第一章

# 常用逻辑用语

## 1.1 命题及其关系

### 1.1.1 命题

#### 课标导学

##### 课标要求

1. 了解命题的概念.
2. 会判断命题的真假,能够把命题化为“若  $p$ , 则  $q$ ”的形式.

##### 重难点提示

1. 重点: 命题的概念及结构.
2. 难点: 命题真假的判断.

#### 基础梳理

##### 1. 命题的定义

用语言、符号或式子表达的,可以\_\_\_\_\_的陈述句叫做命题.

命题  $\begin{cases} \text{真命题: 判断句为_____的语句.} \\ \text{假命题: 判断句为_____的语句.} \end{cases}$

##### 2. 命题的构成

在本章中,我们只讨论“若  $p$ , 则  $q$ ”形式的命题,这种形式的命题中的  $p$  叫做命题的\_\_\_\_\_,  $q$  叫做命题的\_\_\_\_\_.

### 典型例题

#### 题型一 命题的判断

**方法规律** 判断一个语句是不是命题,就是要看它是否符合“是陈述句”和“可以判断真假”这两个条件,一般来说,疑问句、祈使句、感叹句都不是命题,科学猜想也是命题,因为随着科学技术的发展与时间的推移,总能判断它的真假.

**例题1** 下列语句是命题的有\_\_\_\_\_.(写出序号)

- ①等边三角形难道不是等腰三角形吗?
- ②垂直于同一条直线的两条直线必平行吗?
- ③大角所对的边大于小角所对的边;
- ④作  $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ ;
- ⑤北京城建设得真漂亮啊!

## 听课记录

**总结** 判断一个语句是否是命题的步骤:

第一步: 语句格式是否为陈述句, 只有陈述句才有可能为命题, 而疑问句、祈使句、感叹句等一般都不是命题; 第二步: 该语句能否判断真假.

**变式训练 1** 判断下列语句是否为命题:

- (1) 求证 $\sqrt{3}$ 是无理数;
- (2) 若 $xy$ 是有理数, 则 $x, y$ 是有理数;
- (3) 二次函数的图象太美了!
- (4)  $x^2 - 2x - 3 < 12$ ;
- (5) 他是你班的学生吗?
- (6)  $x \in \mathbf{N}^*$ .

## ▶ 题型二 命题真假的判断

**方法规律** 命题真假的判断, 关键在于对相关知识的理解与掌握. 对于立体几何的相关命题的判断, 最好画出简图, 帮助判断.

**例题 2** (浙江) 下列命题中错误的是 ( )

- A. 如果平面 $\alpha \perp$ 平面 $\beta$ , 那么平面 $\alpha$ 内一定存在直线平行于平面 $\beta$
- B. 如果平面 $\alpha$ 不垂直于平面 $\beta$ , 那么平面 $\alpha$ 内一定不存在直线垂直于平面 $\beta$
- C. 如果平面 $\alpha \perp$ 平面 $\gamma$ , 平面 $\beta \perp$ 平面 $\gamma$ ,  $\alpha \cap \beta = l$ , 那么 $l \perp$ 平面 $\gamma$
- D. 如果平面 $\alpha \perp$ 平面 $\beta$ , 那么平面 $\alpha$ 内所有直线都垂直于平面 $\beta$

## 听课记录

**总结** 一般地, 要判断一个命题是真命题, 需要经过严格的推理论证, 在判断时, 要有推理依据, 有时应综合各种情况作出正确的判断, 而判断一个命题是假命题, 常常举出一个反例即可.

**变式训练 2** 判断下列命题的真假.

- (1) 如果学好了数学,那么就会使用电脑;
- (2) 正项等差数列的公差大于零;
- (3) 正方形既是矩形又是菱形;
- (4) 若  $a, b$  都是奇数,则  $ab$  必是奇数.

### ► 题型三 命题的结构

**方法规律** (1) 对于条件和结论不明显的命题,应分析出条件和结论,再改写为“若  $p$ ,则  $q$ ”的形式.

(2) 将命题改写成“若  $p$ ,则  $q$ ”的形式的关键是分清命题的条件和结论,有时也写成“只要  $p$ ,就有  $q$ ;如果  $p$ ,那么  $q$ ”等形式,但要注意语言描述的流畅性.

**例题 3** 把下列命题改写成“若  $p$ ,则  $q$ ”的形式,并判断命题的真假.

- (1) 当  $ac > bc$  时,  $a > b$ ;
- (2) 已知  $x, y$  为正整数,当  $y = x + 1$  时,  $y = 3, x = 2$ ;
- (3) 当  $m > \frac{1}{4}$  时,  $mx^2 - x + 1 = 0$  无实根;
- (4) 末位数字是 0 的整数能被 5 整除;
- (5) 奇函数的图象关于原点对称.

### 听课记录

**总结** 解决此类题目,首先要分清命题的条件和结论,尤其注意(2)中大前提不能作为条件来处理.

**变式训练 3** 指出下列命题中的条件  $p$  和结论  $q$ ,并判断各命题的真假.

- (1) 若四边形是平行四边形,则它的对角线互相平分;
- (2) 若  $a > 0, b > 0$ ,则  $a + b > 0$ ;
- (3) 面积相等的三角形是全等三角形.

## 随堂演练

- 1 下列语句: ①平行四边形不是梯形; ② $\sqrt{3}$ 是无理数; ③作直线  $AB$ ; ④今天会下雪吗? ⑤这是一棵大树; ⑥2014 年青奥会在南京举行. 其中命题的个数是 ( )
- A. 2                                      B. 3  
C. 4                                      D. 5
- 2 下列命题中, 是真命题的是 ( )
- A.  $\{x \in \mathbf{R} \mid x^2+4=0\}$  不是空集  
B.  $\{x \in \mathbf{N} \mid |x-2| < 3\}$  是无限集  
C. 空集是任何集合的真子集  
D. 方程  $x^2-6x=0$  的根是自然数
- 3 命题“互为反函数的图象关于直线  $y=x$  对称”的条件  $p$  是 \_\_\_\_\_, 结论  $q$  是 \_\_\_\_\_.
- 4 把下列命题改写成“若  $p$ , 则  $q$ ”的形式, 并判断命题的真假.
- (1) 当  $m < \frac{1}{4}$  时, 方程  $mx^2-x+1=0$  有实根;  
(2) 实数的平方是非负实数;  
(3) 互相垂直的两直线斜率乘积等于-1;  
(4) 末位数是 0 或 5 的整数, 能被 5 整除.
- 5 指出下列命题的条件  $p$  和结论  $q$ , 并判断命题的真假.
- (1) 若整数  $a$  不能被 2 整除, 则  $a$  是奇数;  
(2) 菱形的对角线相等且互相平分;  
(3) 相等的两个角是对顶角.

## 1.1.2 四种命题

## 1.1.3 四种命题间的相互关系

### 课标导学

#### 课标要求

1. 了解四种命题的概念.
2. 认识四种命题的结构,会写命题的逆命题、否命题和逆否命题.
3. 认识四种命题之间的关系以及真假性之间的关系.
4. 会利用命题的等价性解决问题.

#### 重难点提示

1. 重点: 结合命题的真假判定,考查四种命题的结构以及理解四种命题的关系.
2. 难点: 等价命题的应用.

### 基础梳理

#### 1. 四种命题

名称	定义	表示形式
互逆命题	对于两个命题,如果一个命题的条件和结论分别是另一个命题的_____和_____,那么这样的两个命题叫做_____,其中一个命题叫做原命题,另一个叫做原命题的_____.	原命题为“若 $p$ ,则 $q$ ”,逆命题为“_____”.
互否命题	对于两个命题,其中一个命题的条件和结论恰好是另一个命题的_____和_____,这样的两个命题叫做互否命题.如果把其中的一个命题叫做原命题,那么另一个叫做原命题的_____.	原命题为“若 $p$ ,则 $q$ ”,否命题为“_____”.
互为逆否命题	对于两个命题,其中一个命题的条件和结论恰好是另一个命题的_____和_____,这样的两个命题叫做互为逆否命题.如果把其中的一个命题叫做原命题,那么另一个叫做原命题的_____.	原命题为“若 $p$ ,则 $q$ ”,逆否命题为“_____”.

#### 2. 四种命题的真假性

(1) 四种命题的真假性,有且仅有下面四种情况.

原命题	逆命题	否命题	逆否命题
真	真	真	真
真	假	假	真
假	真	真	假
假	假	假	假

(2) 四种命题的真假性之间的关系

① 两个命题互为逆否命题,它们有\_\_\_\_\_的真假性.

② 两个命题为互逆命题或互否命题,它们的真假性\_\_\_\_\_.

## 典型例题

## ► 题型一 写已知命题的逆命题、否命题与逆否命题

**方法规律** (1) 写命题的四种形式时,首先要找出命题的条件和结论,然后写出命题的条件的否定和结论的否定,再根据四种命题的结构写出所求命题.

(2) 交换原命题的条件和结论,得到逆命题;同时否定原命题的条件和结论,得到否命题;交换原命题的条件和结论,并且同时否定,得到逆否命题.

**例题 1** 分别写出下列命题的逆命题、否命题和逆否命题.

(1) 若实数  $a, b, c$  成等比数列,则  $b^2 = ac$ ;

(2) 函数  $y = \log_a x$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 在  $(0, +\infty)$  上是减函数时,  $\log_a 2 < 0$ .

**听课记录**

**总结** (1) 若命题是“若  $p$ , 则  $q$ ”的形式,可以直接写出其逆命题、否命题和逆否命题.

(2) 当一个命题不是“若  $p$ , 则  $q$ ”的形式时,要先将命题改写成“若  $p$ , 则  $q$ ”的形式,明确条件是什么,结论是什么,然后结合四种命题的关系写出该命题的逆命题、否命题和逆否命题.

**变式训练 1** 写出以下命题的逆命题、否命题和逆否命题:

(1) 如果直线垂直于平面内的两条相交直线,那么这条直线垂直于平面;

(2) 如果  $x > 10$ , 那么  $x > 0$ .

## ► 题型二 四种命题的真假判断

**方法规律** (1) 判断四种命题的真假与前面的命题真假判断一样,可以通过逻辑证明或举反例进行判断.

(2) 判断四种命题的真假可以利用真假性关系:原命题与逆否命题等价,逆命题和否命题等价,它们同真同假,在只要求判断真假的题目中,可以不一一写出逐个判断,利用等价性判断更为方便简捷.

**例题 2** 写出下列命题的逆命题、否命题和逆否命题,并判断命题的真假.

(1) 若方程  $x^2 + 2x + a = 0$  有实根,则  $a < 1$ ;

(2) 若  $ab = 0$ , 则  $a = 0$  或  $b = 0$ ;

(3) 若  $x^2 + y^2 = 0$ , 则  $x, y$  全为零.

## 听课记录

**总结** 直接判断命题真假有难度时,可以利用原命题与逆否命题、逆命题与否命题的等价性,先判断等价命题的真假,由等价命题的真假确定原命题的真假.

**变式训练2** 判断下列命题的真假,并写出它们的逆命题、否命题、逆否命题,同时判断这些命题的真假.

(1) 若  $a > b$ , 则  $ac^2 > bc^2$ ;

(2) 若四边形的对角互补,则该四边形是圆的内接四边形;

(3) 若在二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  中,  $b^2 - 4ac < 0$ , 则该二次函数图象与  $x$  轴有公共点.

## ▶ 题型三 逆否命题的应用

**方法规律** (1) 由于原命题与其逆否命题是等价的,因此当证明原命题感到困难或对原命题不易判断真假时,可考虑证明或判断它的逆否命题是否成立.

(2) 利用逆否命题与原命题等价,可以省去否定条件和结论时的过程,简化问题的求解.

**例题3** 证明: 已知函数  $f(x)$  是  $\mathbf{R}$  上的增函数,  $a, b \in \mathbf{R}$ , 若  $f(a) + f(b) \geq f(-a) + f(-b)$ , 则  $a + b \geq 0$ .

## 听课记录

**总结** 解答本题的过程中很容易把逆否证法和反证法混淆,导致这种错误的原因是忽视了这两种证法的本质区别.

**变式训练3** 判断命题“若  $m > 0$ , 则  $x^2 + x - m = 0$  有实根”的逆否命题的真假.

## 随堂演练

1 当命题“若  $p$ , 则  $q$ ”为真时, 下列命题中一定正确的是

( )

- A. 若  $q$ , 则  $p$                       B. 若  $\neg p$ , 则  $\neg q$   
C. 若  $\neg q$ , 则  $\neg p$                   D. 若  $p$ , 则  $\neg q$

2 命题“若  $A \cup B = A$ , 则  $A \cap B = B$ ”的否命题是

( )

- A. 若  $A \cup B \neq A$ , 则  $A \cap B \neq B$   
B. 若  $A \cap B = B$ , 则  $A \cup B = A$   
C. 若  $A \cap B \neq B$ , 则  $A \cup B \neq A$   
D. 若  $A \cup B \neq A$ , 则  $A \cap B = B$

3 命题“偶函数的图象关于  $y$  轴对称”的逆否命题是\_\_\_\_\_.

4 下列命题:

- ①若  $xy=1$ , 则  $x, y$  互为倒数;  
②二次函数的图象与  $x$  轴有公共点;  
③平行四边形是梯形;  
④若  $a+c > b+c$ , 则  $a > b$ .

其中真命题是\_\_\_\_\_ (写出所有真命题的编号).

5 把下列命题写成“若  $p$ , 则  $q$ ”的形式, 并写出它们的逆命题、否命题与逆否命题.

- (1) 当  $x=2$  时,  $x^2-3x+2=0$ ;  
(2) 对顶角相等;  
(3) 末位数字是 4 的整数, 可以被 2 整除.

## 1.2 充分条件与必要条件

## 1.2.1 充分条件与必要条件

## 1.2.2 充要条件

## 课标导学

## 课标要求

- 理解充分条件、必要条件、充要条件的概念.
- 掌握充分条件、必要条件、充要条件的判断方法.
- 会求解或证明一些简单命题的充要条件.

## 重难点提示

- 重点: 充分条件、必要条件、充要条件的概念.
- 难点: 必要条件概念的理解.

基础梳理

▶ 1. 充分条件与必要条件

命题真假	“若 $p$ , 则 $q$ ”是真命题	“若 $p$ , 则 $q$ ”是假命题
推出关系	$p \Rightarrow q$	$p \not\Rightarrow q$
条件关系	$p$ 是 $q$ 的 _____ 条件 $q$ 是 $p$ 的 _____ 条件	$p$ 不是 $q$ 的 _____ 条件 $q$ 不是 $p$ 的 _____ 条件

▶ 2. 充要条件

(1) 如果既有 \_\_\_\_\_, 又有 \_\_\_\_\_, 就记作  $p \Leftrightarrow q$ ,  $p$  是  $q$  的充分必要条件, 简称 \_\_\_\_\_ 条件.

(2) 概括地说: 如果 \_\_\_\_\_, 那么  $p$  与  $q$  互为充要条件.

典型例题

▶ 题型一 充分条件、必要条件、充要条件的判断

**方法规律** 判断充分条件、必要条件、充要条件问题时常用以下方法:

(1) 定义法: 直接判断  $p \Rightarrow q$  和  $q \Rightarrow p$  是否成立, 然后得出结论.

(2) 等价法: 利用命题的等价形式:

$p \Rightarrow q \Leftrightarrow q \Rightarrow \neg p, q \Rightarrow p \Leftrightarrow \neg p \Rightarrow \neg q, p \Leftrightarrow q$  与  $\neg p \Leftrightarrow \neg q$  的等价关系, 对于条件和结论是否定形式的命题, 一般运用等价法.

(3) 集合法: 设条件  $p$  对应集合  $A$ , 条件  $q$  对应集合  $B$ , 则若  $A \subsetneq B$  则  $p$  是  $q$  的充分不必要条件; 若  $A \subseteq B$  则  $p$  是  $q$  的充分条件, 若  $A = B$  则  $p$  是  $q$  的充要条件.

**例题 1** 指出下列各题中,  $p$  是  $q$  的什么条件(在“充分不必要条件”“必要不充分条件”“充要条件”“既不充分又不必要条件”中选出一种作答).

- (1) 在  $\triangle ABC$  中,  $p: A > B, q: BC > AC$ ;
- (2) 对于实数  $x, y, p: x + y \neq 8, q: x \neq 2$  或  $y \neq 6$ ;
- (3) 在  $\triangle ABC$  中,  $p: \sin A > \sin B, q: \tan A > \tan B$ ;
- (4) 已知  $x, y \in \mathbf{R}, p: (x-1)^2 + (y-2)^2 = 0, q: (x-1)(y-2) = 0$ .

听课记录

**总结** 处理充分条件、必要条件问题时, 首先要分清条件和结论, 然后才能进行推理和判断;

用定义判断充分条件和必要条件的方法(定义法):

- (1) 若  $p \Rightarrow q$  但  $q \not\Rightarrow p$ , 则  $p$  是  $q$  的充分但不是必要条件;
- (2) 若  $q \Rightarrow p$  但  $p \not\Rightarrow q$ , 则  $p$  是  $q$  的必要但不是充分条件;
- (3) 若  $p \Leftrightarrow q$ , 则  $p$  是  $q$  的充要条件;
- (4) 若  $p \not\Rightarrow q$  且  $q \not\Rightarrow p$ , 则  $p$  既不是  $q$  的充分条件也不是  $q$  的必要条件.

**变式训练 1** (山东) 设  $a > 0$  且  $a \neq 1$ , 则“函数  $f(x) = a^x$  在  $\mathbf{R}$  上是减函数”是“函数  $g(x) = (2-a)x^3$  在  $\mathbf{R}$  上是增函数”的 ( )

- A. 充分不必要条件  
B. 必要不充分条件  
C. 充分必要条件  
D. 既不充分也不必要条件

### ► 题型二 根据充分、必要条件求参数范围

**方法规律** (1) 解决此类问题的关键是将  $p, q$  之间的关系转化为  $p, q$  确定的集合之间的包含关系, 同时注意命题等价性的应用, 体现转化与化归的思想.

(2) 应用充分、必要条件确定参数的取值范围时, 要理清集合包含关系, 并借助数轴的直观性, 特别要注意端点值的取舍.

**例题 2** 已知  $p: \left\{ x \mid \begin{cases} x+2 \geq 0, \\ x-10 \leq 0 \end{cases} \right\}$ ,  $q: \{ x \mid x^2 - 2x + 1 - m^2 \leq 0, m > 0 \}$ , 若  $p$  是  $q$  的充分不必要条件, 求实数  $m$  的取值范围.

### 听课记录

**总结** 把  $p, q$  之间的充要关系转化为  $p, q$  确定的集合之间的包含关系是解决这类问题的关键. 同时, 注意命题等价性的应用, 可简化解题过程.

**变式训练 2** 若本例中的条件改为“ $p$  是  $q$  的必要不充分条件”, 其他不变, 求  $m$  的取值范围.

### ► 题型三 充要条件的证明

**方法规律** (1) 分别证明充分性和必要性两个方面, 在解题时要避免把充分性当必要性来证明的错误, 这就需要分清条件与结论, 若从条件推出结论, 就是充分性; 若从结论推出条件, 就是必要性.

(2) 等价法: 就是从条件(或结论)开始, 逐步推出结论(或条件), 但要注意每步都是可逆的, 即反过来也能推出.

**例题 3** 求证: 关于  $x$  的方程  $ax^2 + bx + c = 0$  有一个根为 1 的充要条件是  $a + b + c = 0$ .

## 听课记录

**总结** 有关充要条件的证明问题,要分清哪个是条件,哪个是结论.证明要分两个环节:一是充分性,二是必要性,此时要特别注意充分性和必要性所推证的内容是什么.

**变式训练 3** 证明:函数  $f(x) = \frac{a \cdot 2^x + a - 2}{2^x + 1}$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) 是奇

函数的充要条件是  $a = 1$ .

## 随堂演练

1 设  $x \in \mathbf{R}$ , 则  $x > 2$  的一个必要不充分条件是

( )

- A.  $x > 1$                       B.  $x < 1$   
C.  $x > 3$                       D.  $x < 3$

2 若  $a \in \mathbf{R}$ , 则“ $a = 2$ ”是“( $a - 1$ )( $a - 2$ ) = 0”的

( )

- A. 充分而不必要条件  
B. 必要而不充分条件  
C. 充要条件  
D. 既不充分又不必要条件

3 用“充分不必要条件”“必要不充分条件”或“充要条件”填空.

- (1) “ $xy = 1$ ”是“ $\lg x + \lg y = 0$ ”的 \_\_\_\_\_;  
(2) “ $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ ”是“ $\triangle ABC \sim \triangle A'B'$

$C'$ ”的 \_\_\_\_\_.

4 已知  $M = \{x \mid 0 < x \leq 3\}$ ,  $N = \{x \mid 0 < x \leq 2\}$ , 那么“ $a \in M$ ”是“ $a \in N$ ”的 \_\_\_\_\_ 条件.

5 条件  $p: 1 - x < 0$ , 条件  $q: x > a$ , 若  $p$  是  $q$  的充分不必要条件, 求  $a$  的取值范围.

## 1.3 简单的逻辑联结词

1.3.1 且 (and)

1.3.2 或 (or)

1.3.3 非 (not)

## 课标导学

## 课标要求

1. 了解逻辑联结词“且”“或”“非”的含义; 会用它们正确表述相关的数学内容.
2. 会判断含有逻辑联结词的命题的真假.

## 重难点提示

1. 重点: 了解逻辑联结词“且”“或”“非”的含义.
2. 难点: 理解“ $p \wedge q$ ”“ $p \vee q$ ”“ $\neg p$ ”的真假和用简洁、准确的语言表述新命题“ $p \wedge q$ ”“ $p \vee q$ ”“ $\neg p$ ”.

## 基础梳理

## 1. 用逻辑联结词构成新命题

(1) 用逻辑联结词“且”把命题  $p$  和命题  $q$  联结起来, 就得到一个命题, 记作 \_\_\_\_\_, 读作“\_\_\_\_\_”.

(2) 用逻辑联结词“或”把命题  $p$  和命题  $q$  联结起来, 就得到一个命题, 记作 \_\_\_\_\_, 读作“\_\_\_\_\_”.

(3) 对一个命题  $p$  全盘否定, 就得到一个命题, 记作 \_\_\_\_\_, 读作“\_\_\_\_\_”或“\_\_\_\_\_”.

## 2. 含有逻辑联结词的命题的真假

(1)  $p \wedge q$ : 当命题  $p, q$  都是 \_\_\_\_\_ 时,  $p \wedge q$  是 \_\_\_\_\_ 命题; 当  $p, q$  中有一个命题是 \_\_\_\_\_ 时, 则  $p \wedge q$  是假命题.

(2)  $p \vee q$ : 当  $p, q$  至少有一个为真时,  $p \vee q$  是 \_\_\_\_\_ 命题; 当  $p, q$  \_\_\_\_\_ 时,  $p \vee q$  是假命题.

(3)  $\neg p$ : 若  $p$  是真命题, 则  $\neg p$  必是 \_\_\_\_\_ 命题; 若  $p$  是假命题, 则  $\neg p$  必是 \_\_\_\_\_ 命题.

## 典型例题

## 题型一 含逻辑联结词的命题的真假判断

**方法规律** (1) 为了正确判断含逻辑联结词命题的真假, 首先要确定命题的构成形式, 然后指出其中简单命题的真假.

(2) 根据“且”“或”“非”的含义判断“ $p \wedge q$ ”“ $p \vee q$ ”“ $\neg p$ ”的真假. “ $p \wedge q$ ”形式, “一假则假”; “ $p \vee q$ ”形

式, “一真则真”;  $\neg p$  与  $p$  的真假相反.

**例题 1** 分别指出下列各组命题的“ $p \wedge q$ ”“ $p \vee q$ ”“ $\neg p$ ”形式的新命题(复合命题)的真假.

(1)  $p: 3 > 3, q: 3 = 3$ ;

(2)  $p: \emptyset \not\subseteq \{0\}, q: 0 \in \emptyset$ ;

(3)  $p: A \subseteq A, q: A \cap A = A$ ;

(4)  $p$ : 函数  $y=x^2+3x+4$  的图象与  $x$  轴有公共点,  
 $q$ : 方程  $x^2+3x-4=0$  没有实根.

## 听课记录

**总结** 解决该类问题的步骤:

- (1) 弄清构成它的命题  $p$ 、 $q$  的真假;
- (2) 弄清它的结构形式;
- (3) 根据真假表判断构成新命题的真假.

**变式训练 1** 已知命题  $p$ : 所有有理数都是实数, 命题  $q$ : 正数的对数都是负数, 则下列命题为真命题的是

- ( )
- A.  $(\neg p) \vee q$
  - B.  $p \wedge q$
  - C.  $(\neg p) \wedge (\neg q)$
  - D.  $(\neg p) \vee (\neg q)$

► **题型二 命题的否定**

**方法规律** 命题的否定与否命题是两个不同的概念, 不要混淆, 当一个命题为真时, 它的否定一定为假, 但它的否命题不一定为假, 命题的否定是对命题的全盘否定, 有些命题的否定要结合命题的具体含义, 在否定的过程中, 对其正面叙述的词语进行否定叙述, 如: “至多有一个”的否定形式为“至少有两个”; “都是”的否定形式为“不都是”; “至少有一个”的否定形式为“一个也没有”.

**例题 2** 写出下列命题的否定, 并判断它们的真假:

- (1)  $p$ :  $a, b$  为实数,  $a^2+b^2 \geq 2ab$ ;
- (2)  $p$ : 函数  $y=x^2+3x+4$  的图象与  $x$  轴没有公共点;
- (3)  $p$ :  $a, b$  为整数, 若  $a+b$  为偶数, 则  $a, b$  都是偶数;
- (4)  $p$ :  $a, b, c$  是实数, 当  $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac=0$  时,  $a=b=c$ .

## 听课记录

**总结** 写出命题的非(否定), 需要对其正面叙述的词语进行否定, 要注意含“或”“且”的复合命题的否定, 以及含有“至少”“至多”这类词语的命题的否定.

**变式训练 2** 写出下列命题  $p$  的非(否定).

- (1)  $p$ : 100 既能被 4 整除又能被 5 整除;
- (2)  $p$ : 一元二次方程至多有两个实数解;
- (3)  $p$ :  $2 < x \leq 3$ .