

高中阶段最实用的口袋工具书

幻彩版

GAOXIAOSUJI  
GAOZHONGSHUXUE

# 高效速记

## 高中数学 必考公式定律 与知识梳理

知识全面 重点突出 便捷查阅  
关键提醒 知识拓展 典例精析

 华东理工大学出版社  
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

高中阶段最实用的口袋工具书


幻彩版

GAOXIAOSUJI  
GAOZHONGSHUXUE

# 高效速记

— 高中数学 —  
**必考公式定律  
与知识梳理**

本书编写组 / 主编

 华东理工大学出版社  
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS  
· 上海 ·

## 图书在版编目(CIP)数据

高效速记.高中数学必考公式定律与知识梳理 /  
本书编写组主编. —2 版. —上海:华东理工大学  
出版社,2016.5

ISBN 978-7-5628-4604-8

I. ①高… II. ①本… III. ①数学公式-高中-  
数学参考资料 ②数学-定律-高中-数学参考资料  
IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 068656 号

.....  
项目统筹 / 赵子艳

责任编辑 / 陈月姣

装帧设计 / 裴幼华

出版发行 / 华东理工大学出版社有限公司

地址:上海市梅陇路 130 号,200237

电话:021-64250306

网址:www.ecustpress.cn

邮箱:zongbianban@ecustpress.cn

印 刷 / 常熟市华顺印刷有限公司

开 本 / 710mm×1000mm 1/32

印 张 / 8

字 数 / 230 千字

版 次 / 2015 年 5 月第 1 版

2016 年 5 月第 2 版

印 次 / 2016 年 5 月第 1 次

定 价 / 19.80 元  
.....

版权所有 侵权必究

## PREFACE

## 前言

“工欲善其事，必先利其器。”一本好的工具书是迈向成功的关键。我们特邀教学一线的特高级教师和长期从事思维方法研究并取得一些成果的专家，依据新《课程标准》和最新的《考试说明》，精心策划并编写了这套“高效速记：必考公式定律与知识梳理”系列学考工具书。本套丛书力求使广大中学生对知识的理解更深刻、记忆更快、掌握更牢固全面，本套丛书还针对不同的知识点提供了多种思维方法，以帮助学生迅速提高学习成绩。

本套丛书全面罗列了中学阶段必考知识点所涉及的公式定律，章节编排基本依循中学课本知识脉络，由浅入深，循序渐进。每一章包括知识网络和知识要点梳理两大模块。知识网络模块中，以结构图的形式，清晰地揭示了每一章的知识脉络，让学生在学之前对本章知识有一个清晰的认识，胸有成竹。知识要点梳理模块中，以必考知识点为线索，条理清晰地梳理出主要公式定律，言简意赅地诠释了每一知识点的内涵和掌握技巧，并列举少量典型例题帮助学生练习巩固，胜券在握。本套丛书有以下四个特点：

### 1. 对比学习

准确辨别理解对象，抓住知识点的特征进行对比学习，以帮助学生更深刻地理解知识点。

## 2. 以图释文，图文结合

利用图形形象地表述知识的内涵，将图形和文字相结合，形象地展现知识点之间的内在联系。

## 3. 典型例题诠释重难点

对于学习过程中的重难点，通过典型例题来诠释，讲练结合的效果胜过单纯的概念讲解。

## 4. 推理学习

用逻辑推理的方法进行推理、归纳、总结，寻找最快速有效的记忆规律。

笔者衷心期待本套丛书能成为方便学生及时查阅公式定律的经典手册和一套集理论知识、实际应用于一体的全能宝典，以帮助学生在学习相关知识的抓住关键，掌握要领，提高学习效率，轻松备考应试。在编写过程中，编者虽反复推敲，但难免有不足之处，欢迎广大读者提出宝贵的建议。

<b>第1章 集合与函数</b>	/1	<b>第3章 函数的应用</b>	/20
知识网络	/2	知识网络	/21
知识要点梳理	/3	知识要点梳理	/22
一、集合的含义与表示	/3	一、函数的零点	/22
二、集合的基本关系	/4	二、二分法	/23
三、集合的运算	/5	三、函数模型及其应用	/24
四、函数的概念	/6		
五、函数的表示方法	/7	<b>第4章 空间几何体</b>	/27
六、函数的单调性与 最大(小)值	/8	知识网络	/28
七、函数的奇偶性	/10	知识要点梳理	/29
		一、空间几何体的结构	/29
<b>第2章 基本初等函数</b>	/11	二、空间几何体的三视图与 直观图	/31
知识网络	/12	三、棱柱、棱锥、棱台的 表面积	/32
知识要点梳理	/13	四、圆柱、圆锥、圆台、 球的表面积	/33
一、指数与指数幂的运算	/13	五、柱、锥、台、球的体积	/34
二、指数函数及其性质	/14		
三、对数与对数的运算	/16		
四、对数函数及其性质	/17		
五、幂函数	/18		

<b>第5章 点、直线、平面之间的位置关系</b>	/36	一、圆的方程	/58
<b>位置关系</b>	/36	二、点与圆的位置关系	/59
<b>知识网络</b>	/37	三、直线与圆的位置关系	/60
<b>知识要点梳理</b>	/38	四、圆与圆的位置关系	/62
<b>一、平面</b>	/38	五、空间直角坐标系	/62
<b>二、空间两条直线的位置关系</b>	/39	<b>第8章 算法初步</b>	/64
<b>三、直线和平面、平面和平面</b>	/40	<b>知识网络</b>	/65
<b>位置关系</b>	/40	<b>知识要点梳理</b>	/66
<b>四、直线和平面平行的判定与性质</b>	/41	<b>一、算法与程序框图</b>	/66
<b>五、平面与平面平行的判定与性质</b>	/42	<b>二、基本算法语句</b>	/68
<b>六、直线和平面垂直的判定与性质</b>	/43	<b>三、算法案例</b>	/71
<b>七、平面与平面垂直的判定与性质</b>	/46	<b>第9章 统计</b>	/73
<b>第6章 直线与方程</b>	/48	<b>知识网络</b>	/74
<b>知识网络</b>	/49	<b>知识要点梳理</b>	/75
<b>知识要点梳理</b>	/50	<b>一、随机抽样</b>	/75
<b>一、直线的倾斜角、斜率</b>	/50	<b>二、用样本估计总体</b>	/77
<b>二、直线方程的几种形式</b>	/51	<b>三、变量之间的相关关系</b>	/82
<b>三、两条直线的位置关系</b>	/52	<b>第10章 概率</b>	/85
<b>四、直线的交点坐标与距离公式</b>	/53	<b>知识网络</b>	/86
<b>第7章 圆与方程</b>	/56	<b>知识要点梳理</b>	/87
<b>知识网络</b>	/57	<b>一、随机事件的概率</b>	/87
<b>知识要点梳理</b>	/58	<b>二、古典概型</b>	/89
		<b>三、几何概型</b>	/91
		<b>第11章 三角函数</b>	/93
		<b>知识网络</b>	/94
		<b>知识要点梳理</b>	/95

一、任意角和弧度制	/95	<b>第 14 章 解三角形</b>	/127
二、任意角的三角函数	/97	知识网络	/128
三、同角三角函数基本 关系式	/99	知识要点梳理	/129
四、三角函数的诱导公式	/100	一、正弦定理及其推论	/129
五、三角函数的图像与性质	/102	二、余弦定理及其推论	/130
六、函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的图像	/105	三、解三角形	/131
七、三角函数模型的简单应用	/106	<b>第 15 章 数列</b>	/134
<b>第 12 章 平面向量</b>	/109	知识网络	/135
知识网络	/110	知识要点梳理	/136
知识要点梳理	/111	一、数列的概念与简单 表示法	/136
一、平面向量的实际背景 及其基本概念	/111	二、等差数列	/139
二、平面向量的线性运算	/112	三、等比数列	/143
三、平面向量的基本定理及 坐标表示	/114	四、数列的求和	/146
四、平面向量的数量积	/116	<b>第 16 章 不等式</b>	/150
五、平面向量的应用举例	/119	知识网络	/151
<b>第 13 章 三角恒等变换</b>	/121	知识要点梳理	/152
知识网络	/122	一、不等关系与不等式	/152
知识要点梳理	/123	二、一元二次不等式及其解法	/153
一、两角和与差的三角函数	/123	三、二元一次不等式(组) 与简单线性规划问题	/154
二、二倍角公式	/124	四、基本不等式 $\sqrt{ab} \leq$ $\frac{a+b}{2} (a \geq 0, b \geq 0)$	/156
三、半角公式(符号由半角 的象限确定)	/125	<b>第 17 章 常用逻辑用语</b>	/158
四、和差化积公式	/126	知识网络	/159
五、积化和差公式	/126	知识要点梳理	/160



一、命题及其关系	/160
二、充分条件与必要条件	/161
三、简单的逻辑联结词	/162
四、全称量词与存在量词	/163

<b>第18章 圆锥曲线与方程</b>	/166
知识网络	/167
知识要点梳理	/168
一、椭圆及其标准方程	/168
二、椭圆的简单几何性质	/169
三、双曲线及其标准方程	/171
四、双曲线的简单几何性质	/172
五、抛物线的定义	/173
六、抛物线的标准方程及其简单几何性质	/174
七、直线与圆锥曲线的位置关系	/177
八、曲线与方程	/181

<b>第19章 空间向量</b>	/183
知识网络	/184
知识要点梳理	/185
一、空间向量的概念	/185
二、空间向量的坐标运算	/187
三、利用空间向量证明空间中的位置关系	/188
四、利用空间向量求空间角	/190
五、利用空间向量求点到平面的距离	/194

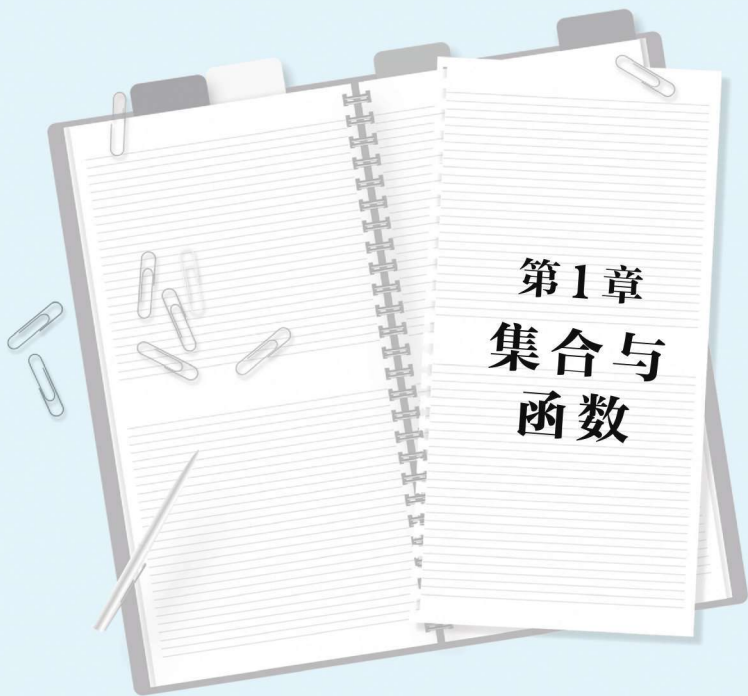
<b>第20章 导数及其应用</b>	/195
知识网络	/196
知识要点梳理	/197
一、变化率与导数	/197
二、导数的计算	/199
三、利用导数函数的单调性	/200
四、利用导数函数的极值(最值)	/201
五、定积分与微积分基本定理	/204

<b>第21章 推理与证明</b>	/207
知识网络	/208
知识要点梳理	/209
一、合情推理	/209
二、演绎推理	/211
三、直接证明与间接证明	/211
四、数学归纳法	/216

<b>第22章 数系的扩充与复数的引入</b>	/217
知识网络	/218
知识要点梳理	/219
一、复数的相关概念	/219
二、复数的运算	/221

<b>第23章 计数原理</b>	/222
知识网络	/223
知识要点梳理	/224
一、计数原理	/224

二、排列	/225	<b>第 25 章 统计案例</b>	/239
三、组合	/225	知识网络	/240
四、二项式定理	/227	知识要点梳理	/241
<b>第 24 章 随机变量</b>	/229	一、回归分析的基本思想 及其初步应用	/241
知识网络	/230	二、独立性检验的基本思想 及其初步应用	/245
知识要点梳理	/231		
一、离散型随机变量及其 分布列	/231		
二、离散型随机变量的 均值与方差	/232		
三、二项分布及其应用	/234		
四、正态分布	/236		



# 第1章 集合与 函数

集合与函数

集合

- 集合的含义
- 集合的表示
  - 列举法
  - 描述法
  - 韦恩图
- 集合的基本关系
  - 包含关系
  - 相等关系
- 集合的运算
  - 交集
  - 并集
  - 补集

函数

- 函数的概念
  - 定义域
  - 对应关系
  - 值域
- 函数的表示方法
  - 解析法
  - 图像法
  - 列表法
- 函数的基本性质
  - 单调性
  - 奇偶性

映射

- 映射的概念

# 知识 要点梳理

## 一 集合的含义与表示

### 1. 集合的含义

一般地,我们把研究对象统称为元素,把一些元素组成的总体叫作集合.

自然数集用  $\mathbf{N}$  表示,正整数集用  $\mathbf{N}^+$  或  $\mathbf{N}^*$  表示,整数集用  $\mathbf{Z}$  表示,有理数集用  $\mathbf{Q}$  表示,实数集用  $\mathbf{R}$  表示.

### 2. 元素与集合的关系

集合中的元素通常用小写拉丁字母表示,如果  $a$  是集合  $A$  的元素,就说  $a$  属于集合  $A$ ,记作  $a \in A$ ;如果  $a$  不是集合  $A$  的元素,就说  $a$  不属于集合  $A$ ,记作  $a \notin A$ .

### 3. 集合的表示方法

常用的集合表示方法有列举法和特征性质描述法两种.

根据元素个数,集合可分为有限集和无限集两类.

### 关键提醒

列举法一般适合于有限集,而描述法一般适合于无限集.

**例 1.1** 已知全集  $U = \mathbf{R}$ ,集合  $A = \{x \mid 0 < x < 9, x \in \mathbf{R}\}$  和  $B = \{x \mid -4 <$

$x < 4, x \in \mathbf{Z}\}$  关系的韦恩图如图 1-1 所示,则阴影部分所示集合中的元素共有 ( ).

- A. 3 个                      B. 4 个  
C. 5 个                      D. 无穷多个

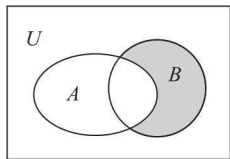


图 1-1

**解析** 由韦恩图可知,阴影部分可表示为  $\complement_U A$

$\cap B$ . 由于  $\complement_U A = \{x \mid x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 9\}$ , 于是  $\complement_U A \cap B = \{x \mid -4 < x \leq 0,$

$x \in \mathbf{Z} = \{-3, -2, -1, 0\}$ , 共有 4 个元素. 故选 B.

**答案** B

## 二 集合的基本关系

### 1. 子集与真子集

(1) 对于两个集合  $A$  与  $B$ , 如果集合  $A$  的任何一个元素都是集合  $B$  的元素, 我们就说集合  $A$  包含于集合  $B$ , 记作  $A \subseteq B$ , 任何一个集合是它本身的子集.

(2) 如果集合  $A \subseteq B$ , 但存在元素  $x \in B$ , 且  $x \notin A$ , 就说集合  $A$  是集合  $B$  的真子集, 记作  $A \subsetneq B$  (或  $B \supsetneq A$ ).

#### 关键提醒

若集合  $A$  有  $n$  个元素, 则其子集个数为  $2^n$ , 真子集个数为  $2^n - 1$ .

**例 1.2** 已知  $M = \{a \mid |a| \geq 2\}$ ,  $A = \{a \mid (a-2)(a^2-3) = 0, a \in M\}$ , 则集合  $A$  的子集共有( ).

A. 1 个                  B. 2 个                  C. 4 个                  D. 8 个

**解析**  $|a| \geq 2 \Rightarrow a \geq 2$  或  $a \leq -2$ . 又  $a \in M, (a-2)(a^2-3) = 0 \Rightarrow a = 2$  或  $a = \pm\sqrt{3}$  (舍), 即  $A$  中只有一个元素 2, 故  $A$  的子集只有 2 个, 选 B.

**答案** B

### 2. 空集

不含任何元素, 用  $\emptyset$  表示. 规定: 空集是任何集合的子集, 空集是任何非空集合的真子集.

### 3. 全集

如果一个集合含有我们所要研究的各个集合的全部元素, 这个集合就可以看作一个全集, 全集通常用  $U$  表示.

#### 关键提醒

注意集合  $\{\emptyset\}$  与空集  $\emptyset$  的区别与联系:  $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}, \emptyset \in \{\emptyset\}$ .

**例 1.3** 设集合  $P = \{x | x > 1\}$ ,  $Q = \{x | x^2 - x > 0\}$ , 则下列结论正确的是 ( ).

- A.  $P \subseteq Q$       B.  $Q \subseteq P$       C.  $P = Q$       D.  $P \cup Q = R$

**解析** 由集合  $Q = \{x | x^2 - x > 0\}$ , 知  $Q = \{x | x < 0 \text{ 或 } x > 1\}$ , 故选 A.

**答案** A

### 三 集合的运算

#### 1. 交集

由所有属于集合  $A$  且属于集合  $B$  的元素所组成的集合, 叫作  $A$  与  $B$  的交集, 记作  $A \cap B$ , 即  $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ .

**例 1.4** 若集合  $A, B$  满足  $A = \{x | x < 3, x \in \mathbf{Z}\}$ ,  $B \subseteq \mathbf{N}$ , 则  $A \cap B$  不可能的是 ( ).

- A.  $\{0, 1, 2\}$       B.  $\{1, 2\}$       C.  $\{-1\}$       D.  $\emptyset$

**解析** 依题意  $A \cap B$  的元素可能为  $0, 1, 2$ , 也可能没有元素, 所以  $A \cap B$  不可能是  $\{-1\}$ . 故选 C.

**答案** C

#### 2. 并集

由所有属于集合  $A$  或属于集合  $B$  的元素所组成的集合, 叫作  $A$  与  $B$  的并集, 记作  $A \cup B$ , 即  $A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$ .

**例 1.5** 已知集合  $M = \{-1, 0, 1\}$ ,  $N = \{0, 1, 2\}$ , 则  $M \cup N = ( )$ .

- A.  $\{0, 1\}$       B.  $\{-1, 0, 2\}$   
C.  $\{-1, 0, 1, 2\}$       D.  $\{-1, 0, 1\}$

**解析** 因为  $M = \{-1, 0, 1\}$ ,  $N = \{0, 1, 2\}$ , 所以  $M \cup N = \{-1, 0, 1, 2\}$ . 故选 C.

**答案** C

#### 3. 补集

设  $U$  是一个集合,  $A$  是  $U$  的一个子集(即  $A \subseteq U$ ), 由  $U$  中所有不属于

$A$  的元素组成的集合,叫作  $U$  中子集  $A$  的补集,记作  $\complement_U A$ ,即  $\complement_U A = \{x \mid x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$ .

### 知识拓展

可以借助韦恩图或数轴来帮助理解两个集合的交集与并集的特征和解题.

**例 1.6** 已知集合  $A = \{x \mid x > 2\}$ ,  $B = \{x \mid x < 2m\}$  且  $A \subseteq \complement_{\mathbb{R}} B$ , 那么  $m$  的值可以是( ).

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

**解析** 由  $B = \{x \mid x < 2m\}$ , 得  $\complement_{\mathbb{R}} B = \{x \mid x \geq 2m\}$ , 因为  $A \subseteq \complement_{\mathbb{R}} B$ , 所以  $2m \leq 2$ , 所以  $m \leq 1$ , 故选 A.

**答案** A

## 四 函数的概念

### 1. 函数的定义

一般地, 设  $A, B$  是两个非空的数集, 如果按照某种确定的对应关系  $f$ , 使对于集合  $A$  中的任意一个数  $x$ , 在集合  $B$  中都有唯一确定的数  $f(x)$  和它对应, 那么就称  $f: A \rightarrow B$  为从集合  $A$  到集合  $B$  的一个函数, 记作  $f(x), x \in A$ . 其中,  $x$  叫作自变量,  $x$  的取值范围  $A$  叫作函数的定义域; 与  $x$  的值相对应的  $y$  值叫作函数值, 函数值的集合  $\{f(x) \mid x \in A\}$  叫作函数的值域.

### 2. 函数的构成要素

函数是由定义域、对应法则、值域这三个要素构成的.

### 3. 映射

一般地, 设  $A, B$  是两个非空集合, 如果按照某种确定的对应关系  $f$ , 使对于集合  $A$  中的任意一个元素  $x$ , 在集合  $B$  中都有唯一确定的元素  $y$  与之对应, 那么就称对应  $f: A \rightarrow B$  是从集合  $A$  到集合  $B$  的一个映射.

若集合  $A$  中有  $m$  个元素, 集合  $B$  中有  $n$  个元素, 则可构成的映射  $f$ :



$A \rightarrow B$  有  $n^m$  个, 映射  $f: B \rightarrow A$  有  $m^n$  个.

### 知识拓展

映射的特点: 存在性、唯一性、封闭性、有序性、整体性.

**例 1.7** 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $(-\infty, +\infty)$ , 如果  $f(x+2014) =$

$$\begin{cases} \sqrt{2} \sin x, x \geq 0, \\ \lg(-x), x < 0. \end{cases} \text{ 那么 } f\left(2014 + \frac{\pi}{4}\right) \cdot f(-7986) = ( \quad ).$$

- A. 2014      B. 4      C.  $\frac{1}{4}$       D.  $\frac{1}{2014}$

**解析**  $f\left(2014 + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} = 1, f(-7986) = f(2014 - 10000) =$

$\lg 10000 = 4$ , 则  $f\left(2014 + \frac{\pi}{4}\right) \cdot f(-7986) = 4$ . 故选 B.

**答案** B

## 五 函数的表示方法

### 1. 函数的表示方法

(1) 解析法: 就是把两个变量的函数关系用一个等式来表示, 这个等式叫作函数的解析表达式, 简称解析式.

(2) 列表法: 就是列出表格来表示两个变量的函数关系.

(3) 图像法: 就是用函数图像表示两个变量之间的关系.

### 2. 区间

设  $a, b$  是两个实数, 而且  $a < b$ , 我们规定:

(1) 满足不等式  $a \leq x \leq b$  的实数  $x$  的集合叫作闭区间, 表示为  $[a, b]$ .

(2) 满足不等式  $a < x < b$  的实数  $x$  的集合叫作开区间, 表示为  $(a, b)$ .

(3) 满足不等式  $a \leq x < b$  或  $a < x \leq b$  的实数  $x$  的集合叫作半开半闭区间, 分别表示为  $[a, b), (a, b]$ .

这里实数  $a$  与  $b$  都叫作相应区间的端点.