# 中国科学院研究生暨全国青年
# 大气科学学术研讨会

CAS IAP

# 论文集

一九九〇年

# 序

“中国科学院研究生暨全国青年大气科学学术研讨会”是受中国科学院委托，中国科学院大气物理研究所主持召开的一次高水平青年学术盛会。

会议文集所收的九十余篇论文涉及到当今大气科学各个领域：气候与大气环流理论分析和模拟、中小尺度动力分析和模拟、大气物理与大气探测理论和技术等方面。气候变化理论和模拟讨论了二氧化碳含量对气候变化的可能影响下垫面特征对气候的影响，以及古气候的数值模拟。大气环流的观测分析、理论研究及数值模拟讨论大气环流异常的物理机制、波与平均气流的相互作用、海气相互作用、共振理论与高平衡态等。在数值预报方面集中讨论了模式中物理过程方案对模式预报的影响。中小尺度动力分析与模拟研究了中尺度波动、热带气旋结构和动力学、中尺度降水及对流性风暴结构和模拟。大气物理方面有云和降水的物理过程和数值模拟、大气污染的野外观测与数值模拟、大气湍流与边界层物理。大气探测包括气象卫星资料和地面遥感系统的应用及实测野外试验等。

会议代表来自全国各科研机构及大专院校毕业或在读的硕士生、博士生，所取论文基本上反映了我国青年大气科学研究的最高水平。这次青年学术盛会为广大青年学者提供了交流学习的一个好机会，对青年的学术成长也是非常有益的。在此预祝大会圆满成功！

叶笃正

一九九〇年七月

# 前 言

“中国科学院研究生暨全国青年大气科学学术研讨会”是全国首次召开的具有较高学位层次和学术水平的青年大气科学学术盛会。参加会议的代表基本都是中国科学院及全国各高等院校、研究机构从事大气科学研究的硕士、博士或在读研究生。会议的成功召开标志着我国大气科学学术园地充满生机和活力，青年一代迅速成长。会议也是对我国大气科学领域研究生培养工作的一次大检阅。老一辈气象学家对会议给予了最大的鼓励和支持。著名科学家、学部委员叶笃正、谢义炳、陶诗言、曾庆存亲自为会议题词，勉励青年学者打好坚实的理论基础并敢于向学科最前沿冲击。世界气象组织主席、国家气象局局长邹竞蒙、中国科学院副院长王佛松、科学院教育局局长王文涛也为会议题词。知名气象学家黄荣辉研究员亲自担任了会议的总顾问，对会议筹备组织工作悉心指导。

这次会议是受中国科学院委托，由中科院大气物理研究所主办。具体筹备工作由大气物理研究所研究生部张应斌负责主持。会议的成功还得益于成都气象学院的无私协助。在此，谨向所有关心和支持帮助这次会议的个人和单位致谢。

这本文集收录了97篇论文详细摘要，是从寄送会议秘书处的130篇摘要中精心选录的。这些论文基本反映了我国年轻一代气象科学工作者在大气科学各个领域所从事的最新研究工作成果，具有较高的学术水平。由于编辑这本文集时间紧迫，加上不少摘要所附插图质量达不到直接制版要求，我们未征得作者同意即删除了这部分插图并对文字作了相应修改，请作者原谅。文集的编辑工作由李旭、孔凡铀具体负责，赵光宇同志为文集的刊出付出了极大的劳动，大气物理研究所部分研究生参与了文集的校阅工作，在此向他们表示感谢。

会议秘书处

1990年7月　四川峨嵋

# 目录

## 二、中小尺度理论、模拟与分析

## 三、大气物理与大气探测

# 第一部分

## 气候及大气环流理论、模拟与分析

# 两维准地转运动的非线性稳定性判据*

穆穆

大气科学和地球流体力学数值模拟实验室，

中国科学院大气物理研究所，北京

关键词：地球流体力学、两维准地转运动、非线性稳定性。

## 一、引言

本文研究大气与海洋中由两维涡度方程描述的准地转运动的非线性稳定性问题。本文得到了若干新的非线性稳定性判据。与已有文献中有关结果相比较，本文的结果具下述特点：1、就作者所知，Zeng首次得到了适用于非定常基本气流（一类行波）的非线性稳定性判据。作者与Zeng合作 在 中得到了既适用于初值扰动、也适用于模式中参数扰动的稳定性判据（迄今国外有关结果仅考虑了初值的扰动）。本文发展了文献[7,14]的方法，得到了适用于初值与参数的扰动的判据。在考虑两个平行纬圈之间的流体运动时，本文的判据也适用于一类行波解。2、McIntyre等[6]在基本气流定常、不考虑参数扰动的条件下，研究了二阶变分不定号时流体的稳定性，本文在二阶变分不定号条件下得到的判据，适用于参数的扰动，基本气流既可为定常，也可以是非定常的。3、本文的稳定性判据中，不仅有关于速度场扰动在平方可积函数空间中的估计，也有流函数或自由表面高度的扰动的最大模估计，而通常文献中仅有前者。在研究非线性计算不稳定性以及用数值模拟方法研究非线性不稳定性时，用Arnol d方法得到的判据具指导意义，因而本文的判据便于应用（参见，曾庆存等，大气与海洋中运动的非线性稳定性理论研究与数值模拟，待发表）。4、本文利用质量守恒律 得到了较通常文献更好的稳定性判据，其它文献中似乎还未注意到质量守恒律的这一重要性。5 用Arnold方法得到的稳定性判据，仅适用于问题的整体古典解（参见[4]，p.10）。为了使本文的结果建立在严格的数学物理基础之上，作者最后 证明了所考察问题整体古典的存在唯一性。

## 二、模式及边界条件

描述两维准地转运动的涡度方程的一般形式为：

$$\frac{\partial q}{\partial t} + J(\psi, q) = 0\,,\; q = \nabla^2\psi - F\psi + f(x, y)\,, \qquad (PV)$$

这里$\psi$代表流函数或自由表面高度与特征高度的偏差。$q(x, y, t)$为位势涡度。$f(X, Y)$为已知函数，表示柯氏参数与地形函数的综合效应 $(x, y)\in\Omega$，$t$是时间。$\Omega$是两维区域。

$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$，$J(\psi, q) = \left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial q}{\partial y}\right) - \left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial q}{\partial x}\right)$ 。$F$是由平均柯氏参数、特征长度、自由表面的特征高度与重力加速度确定的正常数，在大气动力学中，也常取$F=0$，这相当于作整层无辐

*国家自然科学基金资助项目

散近似假定[9]。

在考察大气的运动时，通常考察的区域为：（1）、$\Omega$是$R_2$中的有界单连通区域，边界 $\partial\Omega_1$充分光滑。（2）、$\Omega_2$是两个平行纬圈之间的区域，通常记 $\Omega_2=\{(x,y)|-L\le x\le L,0\le y\le Y\}$，约定定义在 $\Omega_2$ 上的函数关于x以2L为周期。

在研究海洋的运动时，除了考察 $\Omega_1$ ,$\Omega_2$ 外，还在如图所示的多连通区域$\Omega_3$中考察问题，假定其边界 $\partial\Omega_3=\Gamma=\bigcup_{j=0}^{J}\Gamma_j$ 充分光滑。

当$\psi$为流函数时，由固壁边界条件与kel vin速度环流定理，边界条件为

$$\psi\big|_{\partial\Omega_1}=0\text{，当}\ \Omega=\Omega_1\ \text{时} \qquad (B_1)$$

$$\psi\big|_{y=0}=0,\ \frac{\partial\psi}{\partial x}\Big|_{y=Y}=0,\ \frac{d}{dt}\left(\int_{-L}^{L}\frac{\partial\psi}{\partial y}dx\Big|_{y=Y}\right)=0, \qquad \text{当}\ \Omega=\Omega_2\text{时，}(B_1)$$

$$\psi\big|_{\Gamma_0}=0,\ \frac{\partial\psi}{\partial\tau}\Big|_{\Gamma_j}=0,\ \frac{d}{dt}\int_{\Gamma_j}\nabla\psi\cdot\vec{n}ds=0,\ j=1,\ldots,J, \qquad \text{当}\ \Omega=\Omega_3\text{时，}(B_1)$$

这里 $\frac{\partial}{\partial\tau}$ 是沿 $\partial\Omega$ 的切向求导算子，$\vec{n}$ 是$\partial\Omega$ 的单位外法向量。

若$\psi$代表自由表面高度与特征高度的偏差，同样由固壁边界条件与kelvin速度环流定理，边界条件为：

$$\frac{\partial\psi}{\partial\tau}\Big|_{\partial\Omega_1}=0,\ \frac{d}{dt}\int_{\partial\Omega_1}\nabla\psi\cdot\vec{n}ds=0, \qquad \text{当}\ \Omega=\Omega_1\ \text{时，}(B_2)$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial x}\Big|_{y=0,Y}=0,\ \frac{d}{dt}\left(\int_{-L}^{L}\frac{\partial\psi}{\partial y}dx\Big|_{y=0,Y}\right)=0, \qquad \text{当}\ \Omega=\Omega_2\ \text{时，}(B_2)$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial\tau}\Big|_{\Gamma_j}=0,\ \frac{d}{dt}\int_{\Gamma_j}\nabla\psi\cdot\vec{n}ds=0,\ j=1,\ldots,J, \qquad \text{当}\ \Omega=\Omega_3\ \text{时，}(B_2)$$

本文研究方程组（PV）在初始条件 $\psi\big|_{t=0}=\psi_0$ 及边界条件$B_i$之下所描述运动的稳定性。下文将相应的问题记为$P_i$，i=1，….，6在$P_1$，$P_2$中，取F≥0；在$P_3$，…，$P_6$中，取F>0。本文证明了，当初始数据$\psi_0$满足一定的可微性条件时，问题$P_i$存在唯一的整体（关于时间 t 而言）古典解。

## 三、定常态的非线性稳定性判据

若 $(\bar\psi,\bar q)$ 是问题$P_i$对应于参数 $\bar F$，$\bar f(x,y)$ 的常定解（这里及下文中均用上标"一"表示基本态及未作扰动的参数），则成立

$$J(\bar\psi,\bar q)=0,\ \bar q=\nabla^2\bar\psi-\bar F\bar\psi+\bar f(x,y) \qquad \text{在}\ \Omega_K\text{中}\quad(3.1)$$

且$\bar\psi$ 满足边界条件$B_i$。使（3.1）式成立的一个充分条件是，存在定义在[α，β]上的一阶连续可导函数 Q（ξ），使得

$$\bar\psi(x,y)=Q(\bar q(x,y)),\ \forall\,(x,y)\in\Omega_K \qquad (3.2)$$

这里 $\alpha=\min\limits_{\Omega_K}\bar q(x,y)$，$\beta=\max\limits_{\Omega_K}\bar q(x,y)$

例，当 Q（ξ）=aξ+b 时（a≠0，b 皆为常数），（3.2）式成为，

$$\bar\psi(x,y)=a\left(\nabla^2\bar\psi-\bar F\bar\psi+\bar f(x,y)\right)+b \qquad (3.3)$$

方程（3.3）在适当的边界条件之下的解即为问题$P_i$的常定解。下面的判据说明，当$a>0$时，这些常定解是非线性稳定的。

设$(\psi, q)$是问题$P_i$对应于参数$F$，$f(x, y)$及初值$\psi_0$的整体光滑解。记：

$$\vec{V} = (-\psi_y, \psi_x)\,,\ \vec{\bar{V}} = (-\bar{\psi}_y, \bar{\psi}_x)\,,\ q_0 = q(x, y, 0)\,,\ \vec{V}_c = \vec{V}(x, y, 0)$$

设存在正常数$c_1$，$c_2$，使下述条件之一成立：

$$0 < c_1 \le \frac{dQ}{d\xi} \le c_2 < \infty\,,\ \xi \in [\alpha, \beta] \tag{3.4}$$

$$0 < c_1 \le -\frac{dQ}{d\xi} \le c_2 < \infty\,,\ \xi \in [\alpha, \beta] \tag{3.5}$$

本文得到了下述非线性稳定性判据：

判据1、设问题$P_i(i=1,\dots,6)$的定常解$(\bar{\psi}, \bar{q})$满足(3,2)，(3.4)。这时，它关于初值及参数的小扰动是稳定的。即，对任何$\varepsilon>0$，存在$\delta>0$，使得若初始状态及参数满足

$$\iint_{\Omega_k}\left[\left|\psi_c-\bar{\psi}\right|^2+\left|\vec{v}_c-\vec{\bar{v}}\right|^2+\left|q_c-\bar{q}\right|^2+\left|f-\bar{f}\right|^2\right]dxdy+\left|F-\bar{F}\right|+\sum_{j=0}^{J}\left|\int_{\Gamma_j}\nabla(\psi_c-\bar{\psi})\cdot\vec{n}ds\right|^2<\delta$$

则恒有

$$\max_{\Omega_k}\left|\psi-\bar{\psi}\right|+\iint_{\Omega_k}\left[\left|\vec{v}-\vec{\bar{v}}\right|^2+\bar{F}\left|\psi-\bar{\psi}\right|^2+\left|q-\bar{q}\right|^2\right]dxdy<\varepsilon\,,\ \forall\, t\ge 0$$

记问题$\left\{\nabla^2 u-\bar{F}u+\lambda u=0,\ 在\Omega_k中\quad u\big|_{\Gamma_0}=0\,,\ \frac{\partial u}{\partial \tau}\Big|_{\Gamma_j}=0\ \int_{\Gamma_j}\nabla u\cdot\vec{n}ds=0\,,\ j=1,\dots,J\right\}$

对应于$k=1,2,3$的最小特征值为$\lambda_1^1, \lambda_1^2, \lambda_1^3$（这里及下文均约定$k=1$时，$\Gamma_j=$空集，$j\ge1$，$k=2$时，$\Gamma_0=\{(x, y)|(x, y)\in\Omega_2, y=0\}$，且$J=1$）。问题$\left\{\nabla^2 u-\bar{F}u+\lambda u=0,在\Omega_k中,\ \frac{\partial u}{\partial\tau}\Big|_{\Gamma_j}=0\int_{\Gamma_j}\nabla u\cdot\vec{n}ds=0,\ j=1,\dots,J\right\}$的对应于$k=1,2,3$的最小特征值分别为$\lambda_1^4, \lambda_1^5, \lambda_1^6$次最小特征值分别为$\lambda_2^4, \lambda_2^5, \lambda_2^6$，我们有：

判据2.设$P_i(i=1,\dots,6)$的常定解$(\bar{\psi}, \bar{q})$满足(3,2)，(3,5)且$c_1\lambda_1^i>1\,,\ i=1,\dots,6$，则它在判据1所述意义下稳定。

判据3.设$P_i(i=4,5,6)$的常定解$(\bar{\psi}, \bar{q})$满足(3,2)，(3,5)且$c_1\lambda_2^i>1\,,\ i=4,5,6$，则它在判据1所述意义下稳定。

判据4.设$\bar{F}>0$，$P_i(i=1,\dots,6)$的常定解$(\bar{\psi}, \bar{q})$满足(3,2)，(3,5)且$c_1\bar{F}\ge1$，则它在判据1所述意义下稳定。

## 四、行波解的稳定性判据

本节考察问题$P_2$与$P_5$直区域$\Omega_2$中行波解的稳定性。假定$f(x,y)$与$x$无关（这相当于地形函数公与$y$有关）。

设函数$\bar{\psi}(x, y)$，$\bar{q}(x, y)$，常数$\lambda$及定义在$[\alpha, \beta]$上的一阶连续可导函数$Q^\lambda(\xi)$使成立

$$\bar{\psi}(x, y)+\lambda y=Q^\lambda(\bar{q}(x, y))\,,\ \forall\,(x, y)\in\Omega_2 \tag{4.1}$$

这里$\alpha$，$\beta$定义同前。若$\psi|_{y=0}$，$\frac{\partial\psi}{\partial x}|_{y=Y}=0$则$\bar{\psi}_\lambda=\bar{\psi}(x-\lambda t, y)$，$\bar{q}_\lambda=\bar{q}(x-\lambda t, y)$是问题$P_2$的一组行波解。若$\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial x}|_{y=0,Y}=0$成立，则$(\bar{\psi}_\lambda, \bar{q}_\lambda)$是$P_5$的一组行波解。

假定存在正常数$c_1$，$c_2$，使$Q^\lambda$满足下述条件之一：

$$0 < c_1 \le \frac{dQ^{\lambda}}{d\xi} \le c_2 < \infty\,,\ \xi \in [\alpha, \beta] \tag{4.2}$$

$$0 < c_1 \le -\frac{dQ^{\lambda}}{d\xi} \le c_2 < \infty\,,\ \xi \in [\alpha, \beta] \tag{4.3}$$

判据5.问题$P_3$的行波解 $(\bar{\Psi}_\lambda, \bar{q}_\lambda)$ 在判据1所述意义下稳定，若下述条件之一成立：(i)、(4,1)，(4,2)，成立；(ii)、(4,1)，(4,3)成立且 $c_1\left(\bar{F}+\frac{\pi^2}{4Y^2}\right)>1$。

判据6.问题$P_3$的行波解 $(\bar{\Psi}_\lambda, \bar{q}_\lambda)$ 在判据1所述意义下稳定，若下述条件之一成立：(i)、(4,1)，(4,2)成立；(ii)、(4,1)，(4,2)成立且 $c_1\left(\bar{F}+\frac{\pi^2}{4Y^2}\right)>1$。

作者衷心感谢本文写作过程中与曾庆存、张学洪研究员所作的有益讨论。

# 正压大气研究的一些新进展

任舒展

LASG，中国科学院大气物理研究所，北京100080

关键词：离散谱，连续谱，波包演化

本文是一篇综述性工作，作者综合自己的一些研究结果，对正压大气研究工作的进展作一简要而又系统的介绍。

自从Charney,Eady.的开创性工作以来，出现了一大批关于大气基流稳定性的研究工作。由于正压大气的研究在数学方面相对比较简单，因此众多的理论研究限于正压大气。系统的研究成果见kuo的文章。但kuo的研究注重于自激解和Normal Mode方面。近年来的研究进展从理论和实际天气分析方面都指出了Normal Mode的缺陷曾庆趣从理论方面首先指出，Normal Mode对正压大气所有扰动形式而言并不完备，并对此作了初步数学分析。对该问题的完整的数学表述由张明华在其博士论文中给出。他们的研究结果表明，柯氏正压大气运动的所有扰动形式是由Normal Mode和连续谱组成。直到最近几年，连续谱的研究日益受到重视。鉴于连续谱部分随时间趋于无穷大时趋于零以及实际大气环流的主要部分由连续谱构成，张明华提出了所谓的“扰动滋养西风”的概念，对大气环流的维持和形成提出了一种新的解释。

我们知道，Normal Mode理论中，不稳定扰动呈指数增长。然而最近国外的理论研究表明，虽然连续谱在$t\to\infty$ 时趋于零，然而在扰动发展的初期，连续谱的增长率可以大到和Normal Mode的增长率相比拟的和度。由于实际的大气过程中，扰动的时间总是有限的。因此，到底是连续谱还是Normal Mode在实际天气中起主要作用呢？实际的天气分析肯定了前者的作用。连续谱增长的概念对传统的不稳定理论提出了新的挑战。因此如果要了解正压大气扰动的发展状况，就必须求解完整的初、边值问题。

然而求解完整的初、边值问题不可避免地需要使用复杂的数学表述方式，因此在缓变介质中我们可以改用波包动力学的概念研究正压大气扰动发展的初期阶段。又由于复杂的数学表述往往会掩盖真正的物理实质，使人不太容易区分开连续谱和Noma1 Mode。因此，需要一个直观的物理上的阐明。

本文的主要任务在于从物理的角度阐明正压大气中Noma1 Mode的不完备性困难，介绍关于连续

谱增长的理论，用最近由作者本人发展的平均变分法 (AVP)对缓变介质中波包的演化作一介绍。

## 一、正压大气中Normal Mo de 的研究

支配正压大气运动的方程为：

$$\begin{cases}(\partial_t + \bar{u}\partial_x)\nabla^2\psi + \bar{\beta}_y\partial_x\psi = 0 \\ \psi(0) = \psi(L) = 0\end{cases} \tag{1.1}$$

将 $\psi = \phi(y)\exp[ik(x - ct)]$ 代入(1,1)各得到所谓半园园理

$$c_i^2 + \left(c_r + \frac{\bar{u}_m}{2}\right)^2 \le \left(\frac{\Delta\bar{u}}{2}\right)^2 + \beta\Delta\bar{u}\left(k^2 + \frac{\pi^2}{4}\right)$$

因此：

$$c_i^2 \le \left(\frac{\Delta\bar{u}}{2}\right)^2 + \beta\Delta\bar{u}\left(k^2 + \frac{\pi^2}{4}\right), \quad \bar{u}_{min} - \beta\left(k^2 + \frac{\pi^2}{4}\right) \le c_r \le \bar{u}_{max}$$

其中 $\bar{u}_m = \bar{u}_{max} + \bar{u}_{min}$ , $\Delta\bar{u} = \bar{u}_{max} - \bar{u}_{min}$

由此可以将$c_r$轴分成$\sigma$区域和$\Sigma$区域。其中通常所指的Rossby-Hauwitz波 即位于 $\sigma$ 域内，对于 $\Sigma$ 域内谱点，我们有如下定理：

定理(1)如果 $\bar{\beta}$ 在某剖面内有拐点，那么一个中性的Nomal Mode 是可能的。

定理(2)如果 $\bar{\beta}$ 在某剖面内无拐点，对于单调或可分成两个单调的$\bar{\beta}$ 的分布，$\bar{u}$ 在流场中无论何处不能等于c。（注：其中 $\bar{\beta} = \int \beta dy - \bar{u}$ ）$c \in \sigma + \Sigma$

因此对于无拐点的 $\bar{\beta}$ ，c只能位于$\sigma$ 域内。然而如果一些条件得不到满足或当 $|\sigma| \to 0$ 时，c将不能位于$\sigma$域内，在此情况下 $c \notin \sigma + \Sigma$ ，这和郭氏定理相矛盾。矛盾的根源 在于Normal Mode 对所有可能的扰动形成而言并不完备。对稳 定性问题的完整提法是将问题提成一个初、边值问题。

## 二、平面库特问 题—增长的连续谱

在这节中，我们想通过简单然而又是典型的平面库特问题展示求解初、边什问题的方法，并说明连续计 的增长问题。

在(1,1)中取 $\beta = 0$ , $\bar{u} = y$ ，则的到orr方程。

$$(\partial_t + \bar{u}\partial_x)\nabla^2\psi = 0$$

$$\psi(0) = \psi(L) = 0 \tag{2.1}$$

从第一节的结论如，$\psi$不可能具有NomalMode的形式，$\psi$仅由连续谱组成。将 $\psi = \phi(y)e^{ik(x-ct)}$代入(2,1)各有：$(y - c)\left(\partial_{yy}^2 - k^2\right)\phi = 0$ ，显然不存在本证解，然而(2,1)的广义解为：

$$\psi_k(x, y, t) = \int_0^1 G(y, y_0, t)\, e^{ik(x - y_0 t)}\left(\frac{\partial^2}{\partial y_0^2} - k^2\right)\psi_{0,k}(y_0)\, dy$$

其中G(x, y, t)为Green function

$$G(y, y_0, t) = -\frac{\sinh k y_< \sinh k(1 - y_>)}{R \sinh k}$$

$$y_< = \begin{cases} y & \text{如果 } y < y_0 \\ y_0 & \text{如果 } y \ge y_0\end{cases}, \qquad y_> = \begin{cases} y & \text{如果 } y > y_0 \\ y_0 & \text{如果 } y \le y_0\end{cases}$$

取 $\psi_{0,k}(y_0) = \epsilon \sin m\pi y \cos kx$ 各有

$$\psi(x,y,t)=\frac{c(k^2+m^2\pi^2)}{2k\sinh k}\left[\frac{\sinh k\cos[kx+(m\pi-kt)y]-\sinh k(1-y)\cos kx-\sinh ky\cos[kx+(m\pi-kt)y]}{\left[k^2+(m\pi-kt)^2\right]}-\frac{\sinh k\cos[kx-(m\pi+kt)y]-\sinh k(1-y)\cos kx-\sinh ky\cos[kx-(m\pi+kt)]}{\left[k^2+(m\pi+kt)^2\right]}\right]$$

注意上式中有形如$k^2+(m\pi-kt)^2$的分母，显见，当$t<m\pi/k$时，$\psi(x, y, t)$处于增长状态。更具体的数值计算表明，$\psi$的增长又以随$m/k$的增大而达到任意的程度。

## 三、缓变介质中 波列的演化

由第二节的内容知道，求解完整的位涡方程的初、边值问题，数学上的困难相当大。鉴于此种情况，曾庆存首先提出了用WKBJ方法研究缓变介质中的波列变化。最近作者本人利用并发展了一套平均变分法的概念用于研究Rossby波包的演变特性。首先介绍平均变分法的基本概念。

在缓变介质中，我们可以找到一个L agrange

$$L=L(-\theta_t, \theta_x, \theta_y, a^2)$$

取$\theta=a\cos(mx+ny-\omega t)$，　然后对L在一个周期内求平均后得到如下变分原理，

$$\delta\bar{J}=\delta\iint\mathcal{L}(\theta_t, \theta_x, \theta_y, \varepsilon^2)\,d\Omega\,dt$$

其中　$\Omega\times T=R^2\times R^1$

$$\delta_a\iint\mathcal{L}\,d\Omega\,dt=0\rightarrow\mathcal{L}_a=0$$

$$\delta_\theta\iint\mathcal{L}\,d\Omega\,dt=0\rightarrow\partial_t\mathcal{L}_\omega+\partial_{x_i}e_{\theta x_i}=0$$

由于　$\theta_t=-\omega, \theta_{x_i}=k_i$，所以有 $\partial_t\mathcal{L}_\omega-\partial_{x_i}\mathcal{L}_{k_i}=0$。由于$\mathcal{L}_a=0$，因此$\mathcal{L}$可以写成为$\mathcal{L}=G(\omega,\vec{k})q^2$，$G(\omega,\vec{k})=0$ 即为色散关系。最后得到

$$\partial_t[g(\vec{k})a^2]+\nabla\cdot\left[\vec{c}_g g(\vec{k})a^2\right]=0$$

其中 $g(\vec{k})=G_\omega$，$\vec{c}_g=-\vec{\nabla}_k G/G_\omega$　对于正压大气，我们有

$$G(\omega, m, n)=v^4\omega-\bar{u}v^4m+m\beta_y v^2=0$$

因此有，

$$\frac{\partial}{\partial t}(v^4\varepsilon^2)+\nabla\cdot(\vec{c}_g v^4\varepsilon^2)=0$$

经过一系列的计算后得到如下结论，

$$\frac{\partial}{\partial t}\iint v^4\varepsilon^2\,dxdy=0 \qquad \text{(尺度守恒)}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\iint\frac{v^4}{4\beta_y}\varepsilon^2\,dxdy=0 \qquad \text{(波作用量守恒)}$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\iint\tfrac{1}{2}v^2a^2\,dxdy=\iint|\psi_0|^2\left(m^2\frac{\partial\bar{u}}{\partial x}+mn\frac{\partial\bar{u}}{\partial y}\right)dxdy \qquad \text{(能量结传播方程)}$$

另外，作者的工作还表明，对于时间尺度而言，波包概念在实际大气中是一个很有用的而且很正确的概念。

# 关于大气中的包络Rossby孤立波理论及其应用一在偶极子阻塞中的进一步应用

罗德海

成都气象学院气象研究所

本文进一步研究了旋转正压大气中包络Rossby孤立波的偶极子结构，指出在经向方向为一个波的情况下，并且当纬向波数满足$1< m <3$时，大气中的包络Rossby孤立波才能形成南低北高的偶极子结构。同时我们还指出不同纬向波数的包络Rossby孤立波的偶极子结构在中高纬度大气中持续的时间是不一样的，而且这种偶极子结构持续的时间还随纬度变化，这就导致了大气中存在不同持续时间的偶极子阻塞，而且纬度越高，包络Rossby孤立波的偶极子结构越容易维持。这些结果与实际观测到的偶极子阻塞是一致的。另外作者还认为大气中的偶极子阻塞是一种几率波，具有波粒二象性的性质。

## 一、模式方程

利用平面极坐标（r，Q），r 指向低纬正压，Q 逆时针为正，这时正压涡度方程为，

$$\left[\frac{\partial}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r}\frac{\partial}{\partial\theta}-\frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\frac{\partial}{\partial r}\right]\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2}\right]+\frac{\beta}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}=0 \qquad (1)$$

其中$\psi$为流函数，$\beta=-\frac{\partial f}{\partial r}=\frac{2\omega}{\alpha}\cos\phi_0$，$\omega$为地球的自转角速度，$a$为地球的半径。$\phi_0$为参考纬度。

令 $\psi=\frac{1}{2}\Omega r^2+\psi'$，这时方程（1）式可改写为

$$\left[\frac{\partial}{\partial t}+\Omega\frac{\partial}{\partial\theta}+\frac{1}{r}\frac{\partial\psi'}{\partial r}\frac{\partial}{\partial\theta}-\frac{1}{r}\frac{\partial\psi'}{\partial\theta}\frac{\partial}{\partial r}\right]\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\psi'}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi'}{\partial\theta^2}\right]+\frac{\beta}{r}\frac{\partial\psi'}{\partial r}=0 \qquad (2)$$

其中$\Omega$为基本气流的角速度，$\psi'$为扰动流函数。

设方程（2）式的谐波解为

$$\psi'=A(\tau,T,X,\xi)\phi_1(r)e^{im(\theta-c_1 t)}+cc \qquad (3)$$

其中cc表示它前项的共轭，A为复振幅，并且A满足

$$i\left(\frac{\partial A}{\partial t}+C_g\frac{\partial A}{\partial\xi}\right)+\lambda\frac{\partial^2 A}{\partial X^2}+\delta|A|^2A=0 \qquad (4)$$

其 $T=\delta^2 t$，$X=\varepsilon x$，$\xi=\varepsilon^2 x$

$$C_g=\frac{2m^2(\Omega-C_0)^2}{\beta(r_2-r_1)}\ln\frac{r_2}{r_1}+C_0,\ \lambda=\frac{m(\Omega-C_0)^2}{\beta}\left[\frac{3\ln\frac{r_2}{r_1}}{r_2-r_1}-\frac{4(\Omega-C_0)m^2}{\beta r_2 r_1}\right]$$

$$\delta=\frac{m}{r_2-r_1}\int_{r_1}^{r_2}\left[\frac{2\phi_1}{r^2(\Omega-C_0)}\frac{d\phi}{dr}-\frac{\phi_2}{r^2}-\frac{3\phi_1^2}{2r^4(\Omega-C_0)}\right]dr$$

（4）式就是旋转正压大气中的非线性 Rossby 波的波包所满足的非线性Shrodinger方程，从方程

（4）式的系数，我们可以看出在m ≠ 0的情况下，对于均匀的旋转基本气流（n ＝常数），旋转正压大气中的非线性Rossby波的扰动均可以由非线性Schrodinger方程来描述。

## 二、计算结果

对于方程（4）式，我们可以得到旋转正压大气中的 包络Rossby孤立波解为：

$$\psi = M_0 \operatorname{sech}\left\{\sqrt{\frac{\delta}{2\lambda}}\, M_0(Q - C_g t)\phi_1(r)\exp[im(Q - ct)] + cc\right\} \tag{5}$$

其中

$$C = C_0 - \frac{M_0^2\delta}{2m}\ ,\ M = \varepsilon A\ ,\ \phi_1(r) = \sqrt{\frac{\rho^*}{\rho}}\ \sin(\rho_2 - \rho)$$

取$r_1=1.2\times10^6$m，$r_2=4\times10^6$m，$\Omega=2\times10^{-6}$ 1/s，$\varphi_0=60°$N，这时m＝1，2，3的包络Rossby孤立波的流场如图（1）所示，而m＝1，2，3的包络Rossby孤立波在 ，$\varphi_0=50°$N，70°N处的流场图省略。从我们的计算可以发现在给定的旋转基本气流 $\Omega=2\times10^{-6}$1/s 的情况下，在考虑非线性作用下在旋转大气中可以形成偶极子结构，这种偶极子结构的强度在50°N，60°N附近基本是一样的，但在70°N附近有所减弱，m＝1的偶极子结构无论50°N，60°N附近，还是在70°N附近都能维持60天以上，但m＝2的偶极子结构在50°N，60°N和70°N地区维持的时间分别是20天，25天和30天左右，而m＝3的偶极子结构在50°N，60°N和70°N地区维持的时间大约为10天，但高纬度地区，偶极子结构维持的时间越长，这与实际情况是一致的。对于m＞4的包络Rossby孤立波在大气中形成不了持续 5天以上的偶极子结构，可见在大气中只有当纬向波数m满足1＜m＜3时，包络Rossby孤立波才有可能出现持续10天以上的偶极子结构，这说 明用1＜m＜3的包络Rossby孤立波来描述大气中的偶极子阻塞是可行的。

## 三、结论

通过以上分析，我们可以得到如下结论：

1.在旋转基本气流Ω＝$2\times10^{-6}$ $s^{-1}$（相当于基本气流为9米／秒）的情况下，当经向方向上为一个波，并且纬向波数m满足1＜m＜3 时，大气中的包络Rossby孤立波才能形成南低北高的偶极子结构。

2.m＝1的包络 Rossby 孤立波的偶极子结构在北纬50°N，60°N，70°N地区都能维持60天以上，m＝2的偶极子结构在北纬 50°N，60°N和70°N地区能够维持20天至30天左右，而m＝3的偶极子结构在50°N，60°N和70°N地区大约能够维持10天左右，因此波数1＜m＜3内的包络Rossby孤立波在大气 中的产生能够导致大气中具有 不同持续时间的偶极子阻塞的形成。

3.在大气中对于相同的m，纬度越高，包络 Rossby 孤立波的偶极子结构能量频散越慢。

4.1＜m＜3的包络Rossby孤立波在北纬50°N，60°N，地区的强度基本上是一样的，但在70°N附近地区的强却减弱了，这可部分地解 释大气中的偶极子阻塞在某一纬度内形成。

5.在大气中由于偶极子阻塞可由非线性Schrodinger方程来描述，因此我们可以认为大气中的偶极子阻塞是一种几率波， 具有波粒二象性的性质。

# 在Rossby参数β作用下非线性基本西风气流中大气大尺度水平运动的稳定性

杨芳林

中国科学院大气物理研究所

本文运用非线性常微分方程定性分析的理论探讨了大气大尺度水平运动的稳定性问题。模式考虑了基本西风气流的非线性分布和地转参数随纬度的变化，从而较真实地模拟了在自转地球大气中大尺度水平运动的背景场，得到了许多有 意义的结论，推广了文献〔1〕和文献〔2〕的结果。

## 一、数学模型

不考虑粘性的影响，大气大尺度水平运动 方程可表述为：

$$\begin{cases} \dfrac{du}{dt} = fv - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial x} & (1) \\ \dfrac{dv}{dt} = -fu - \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial y} & (2) \end{cases}$$

设基本气流满足地转关系.并且只有纬向西风气流。空气微团运动不改变环境 气压场的分布。即 $f\bar{v} = \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial \bar{P}}{\partial x} = \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial x} = 0$，$-f\bar{u} = \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial \bar{P}}{\partial y} = \dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial P}{\partial y} = 0$ 。

对于大气大尺度水平运动，地转参数 f 随纬度的变化的影响是很重要的，设 $f = f_0 + \beta(y - y_0)$，其中 $\beta = \left.\dfrac{\partial f}{\partial y}\right|_{y=y_0}$ 为Ｒｏｓｓｂｙ参数，β取为常数。

从 $y_0$ 到 $y$ 积分（１）式并注意到上述假设有

$$\int_{u_0}^{u} du = \int_{y_0}^{y} [f_0 + \beta(y - y_0)]\, d(y - y_0)$$

设 $\eta = y - y_0$，从上式积分得

$$u = u_0 + f_0\eta + \frac{\beta}{2}\eta^2 \qquad (3)$$

再假设基本西风气流为抛物型分布

$$\bar{u} = \bar{u}(y_0) + \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\eta + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\eta^2 \qquad (4)$$

这种分布较为逼真地模拟了高空西风气流 。

将（３），（４）代入（２）并整理得到 大气大尺度水平运动的控制方程

$$\begin{cases} \dfrac{d\eta}{dt} = v & (5) \\ \dfrac{dv}{dt} = f_0\alpha + (\beta\alpha - f_0\xi_0)\eta - \left[\dfrac{1}{2}f_0\left(\beta - \dfrac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right) + \beta\xi_0\right]\eta^2 - \dfrac{\beta}{2}\left(\beta - \dfrac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2}\right)\eta^3 & (6) \end{cases}$$

其中 $\alpha = \bar{u}(y_0) - u(y_0)$ ，为初始位置处的地转偏差。$\xi_0 = f_0 - \dfrac{\partial \bar{u}}{\partial y}$ ，为初始位置处西风气流的绝对涡度。下面的计论反限于北半球（$f_0 > 0$）。