上海市教辅畅销品牌

新高考新思路

XINGAOKAO XINSILU FUDAO YU XUNLIAN

辅导与训练

数学 SHUXUE

主编 张　峰

高中一年级第一学期

上海科学技术出版社

新高考新思路

辅导与训练

数学

主编 张峰

高中一年级第一学期

上海科学技术出版社

内容提要

《新高考新思路辅导与训练　数学　高中一年级第一学期》一书依据上海市二期课改数学学科课程标准，并根据2017年新高考综合改革方案，适应课程标准和高考要求的变化编写而成.全书按课时编写，每课时由要点归纳、疑难分析、基础训练、拓展训练四部分组成，每四到五课时设置一个阶段训练.力求通过典型例题的辅导和精选习题的训练，帮助学生牢固掌握数学基础知识，及时消化所学知识内容，克服学习上的困难，提高数学成绩.

图书在版编目(CIP)数据

新高考新思路辅导与训练. 数学. 高中一年级. 第一学期/张峰主编.—上海：上海科学技术出版社，2016.7

ISBN 978-7-5478-3091-8

Ⅰ.①新…　Ⅱ.①张…　Ⅲ.①中学数学课-高中-教学参考资料　Ⅳ.①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2016)第118458号

责任编辑　王韩欢　武执政　杨铮园

新高考新思路辅导与训练　数学　高中一年级第一学期

主编　张　峰

上海世纪出版股份有限公司
上 海 科 学 技 术 出 版 社　出版

(上海钦州南路71号　邮政编码200235)

上海世纪出版股份有限公司发行中心发行

200001　上海福建中路193号　www. ewen. co

常熟文化印刷有限公司印刷

开本787×1092　1/16　印张10.25

字数219千字

2016年7月第1版　2016年7月第1次印刷

ISBN 978-7-5478-3091-8/G·684

定价：27.00元

出 版 说 明

上世纪90年代初，上海科学技术出版社约请了上海教材主编和一些著名中学的资深教师推出《辅导与训练》丛书，涉及数学、物理、化学等出版社的优势学科.这套丛书在使用过程中，经多次修订改版，一直以“辅导得当、训练有素”而深受广大师生的青睐，已经成为上海市场的品牌教辅.

本世纪初，为适应上海“二期课改”的需要，我社根据新课标教材，又推出了《新教材辅导与训练》丛书，同样受到读者肯定.随后推出的《新思路辅导与训练》丛书也受到了广泛好评.现在，我社在总结各版优点的基础上，根据2017年起高考综合改革方案，适应课程标准和高考要求的变化，特别是从2017年起，高考数学不再文理分科，对本套丛书进行再次修订，旨在帮助学生理解“新高考”涉及的知识内容(基本知识、基本技能和相关的重点、难点)，克服学习上的困难，增长自学能力，提高学科素质.

《新高考新思路辅导与训练　数学　高中一年级第一学期》是以“新高考”要求、《上海市中学数学课程标准》和现行教材为依据编写.内容紧密围绕“新高考”，专为高中一年级第一学期学生精心设计编写的.本书以章节为单位编写，每节设有要点归纳、疑难分析、基础训练和拓展训练等栏目，每四到五课时设置一个阶段训练，每章后设置本章复习题.

【要点归纳】 用简练的几句话归纳本课时学习的要点知识，方便学生归纳、复习.

【疑难分析】 根据教学需要精选典型例题，例题讲解细致，分析透彻，层次显明，旨在将疑难问题的解决置于“润物细无声”

的境地,让读者通过研读例题做到举一反三,提高解题能力.

【基础训练】 针对本课时的教学内容,为每个知识点或思想方法编写基础性题目.在习题的内容、数量上都以精选为标准,力图使学生在最短的时间内掌握基础知识,使有关教学内容得以巩固和落实.

【拓展训练】 在落实基础的前提下,挑选一些贴近学生实际要求的综合性题目,提高学生的学习积极性,拓展学习视界,提高解题技巧,挑战思维能力.

【阶段训练】 每四到五课时设置一个,可作为学生的周末作业,也可以作为教师的每周测试使用.

本书由张峰老师担任主编,其中第1,2章由倪建峰老师编写;第3,4章由张怡老师编写。

为初、高中师生提供适用而又有指导意义的辅导书,是我们一贯的心愿,也是当前教学的需要.对于我们所做的努力和尝试,诚挚地期望广大读者给予批评和指正.

上海科学技术出版社
2016年7月

辅导与训练

目 录

第 1 章　集合和命题

1.1　集合及其表示法

要点归纳

1. 知道集合的概念.
2. 理解集合中元素的三大特征:确定性、互异性、无序性.
3. 掌握集合的表示方法:列举法、描述法.

疑难分析

例 1　已知集合 $A=\{2a,\ a^2-4a\}$,求实数 a 的取值范围.

分析　集合中元素具有互异性.

解　由题意知 $2a\neq a^2-4a$.解不等式,得 $a\neq 0$ 且 $a\neq 6$.

例 2　用不同的方法表示下列集合:

(1) $\left\{x\,\middle|\,\dfrac{6}{3-x}\in\mathbf{N}^*,\ x\in\mathbf{Z}\right\}$;

(2) $\{y\,|\,y=x^2-1,\ |x|\leqslant 2,\ x\in\mathbf{Z}\}$;

(3) 所有被 5 除余 1 的正整数所构成的集合;

(4) 平面直角坐标系中第一、三象限的全体点构成的集合.

分析　一般情况下,集合元素是有限个时可用列举法,反之则用描述法.

解　(1) $\because\ \dfrac{6}{3-x}\in\mathbf{N}^*,\ x\in\mathbf{Z},\ \therefore\ 3-x$ 取值为 6,3,2,1.从而所求集合为$\{0,1,2,-3\}$.

(2) $\because\ |x|\leqslant 2,\ x\in\mathbf{Z},\ \therefore\ x=\pm 2,\ \pm 1,\ 0$,对应 y 的值为 3,0,-1.故该集合表示为$\{3,0,-1\}$.

(3) $\{x\,|\,x=5k+1,\ k\in\mathbf{N}\}$.

(4) $\{(x,\ y)\,|\,xy>0,\ x,\ y\in\mathbf{R}\}$.

说明　集合的表示方法:列举法、描述法,应选择性使用.

例 3　已知集合 S 满足条件:若 $a\in S$,则$\dfrac{1+a}{1-a}\in S$ $(a\neq 0,\ a\neq\pm 1)$.若 $3\in S$,试把集合 S 中的所有元素都求出来.

分析　由条件“若 $a\in S$,则$\dfrac{1+a}{1-a}\in S$”可进行一步步推导,看看能否出现循环.

解 $\because\ 3\in S$，$\therefore\ \dfrac{1+3}{1-3}=-2\in S$.从而$\dfrac{1+(-2)}{1-(-2)}=-\dfrac{1}{3}\in S$，则$\dfrac{1+\left(-\dfrac{1}{3}\right)}{1-\left(-\dfrac{1}{3}\right)}=\dfrac{1}{2}\in S$.

$\therefore\ \dfrac{1+\dfrac{1}{2}}{1-\dfrac{1}{2}}=3\in S$，出现循环.故集合$S=\left\{3,\ -2,\ -\dfrac{1}{3},\ \dfrac{1}{2}\right\}$.

说明 可通过尝试的方法进行探索，从而得到一些循环数.

例 4 已知集合$A=\{x\,|\,x=2k,0\leqslant k\leqslant 2$ 且 $k\in\mathbf{N}\}$.定义集合$B=\{x\,|\,x=ab,a\in A,b\in A\}$，求集合$B$.

分析 可用列举法先表示集合A，再探求集合B.

解 $A=\{0,2,4\}$，由$a\in A,b\in A$知$a=0,2,4,b=0,2,4$.

当$a=0,b=0,2,4$时，$ab=0$；

当$a=2,b=0,2,4$时，$ab=0,4,8$；

当$a=4,b=0,2,4$时，$ab=0,8,16$.

根据集合中元素的互异性，得$B=\{0,4,8,16\}$.

说明 集合B中的元素是由集合A中的元素任取两个相同或不同的元素之积组成，要注意集合元素的互异性.

例 5 当实数a,b满足什么条件时，集合$M=\{x\,|\,ax+b=0\}$是有限集、无限集、空集？

分析 本问题的本质是方程$ax+b=0$的解的个数.

解 由$ax+b=0$得$ax=-b$.

当$a\neq 0$时，方程有唯一解$x=-\dfrac{b}{a}$，此时$M=\left\{-\dfrac{b}{a}\right\}$为有限集；

当$a=0$且$b=0$时，方程有无穷多解，此时$M=\mathbf{R}$为无限集；

当$a=0$且$b\neq 0$时，方程无解，此时$M=\varnothing$.

基础训练

1. 集合中元素的三大特征是____________________.

2. 已知集合$A=\{y\,|\,y=x^2+1,\ |x|\leqslant 2,\ x\in\mathbf{Z}\}$，用列举法表示为________.

3. 平面直角坐标系中纵轴上的点的坐标组成的集合为____________________.

4. 已知集合$A=\{1,\ 2,\ a^2-2a\}$，若$3\in A$，则$a=$________.

5. 用列举法表示集合：$\{(x,\ y)\,|\,x+y=4,\ x\in\mathbf{N},\ y\in\mathbf{N}\}$为____________________.

6. 用描述法表示被 3 除余 2 的正整数组成的集合____________________.

7. 集合$\{(x,\ y)\,|\,xy\leqslant 0,\ x\in\mathbf{R},\ y\in\mathbf{R}\}$是指（　　）.

A. 第二象限内的所有点　　B. 第四象限内的所有点

C. 第二象限和第四象限内的所有点　　D. 不在第一、第三象限内的所有点

8. 已知非零实数 a，b，c，则代数式$\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}$表示的所有的值的集合是(　　).

A. $\{3\}$　　B. $\{-3\}$

C. $\{3,-3\}$　　D. $\{3,-3,1,-1\}$

9. 定义集合 $A\otimes B=\{z\,|\,z=xy(x+y),x\in A,y\in B\}$.设集合 $A=\{0,1\}$,$B=\{2,3\}$,则集合 $A\otimes B$ 的所有元素之和为(　　).

A. 0　　B. 6　　C. 12　　D. 18

10. 已知集合 $A=\{x\,|\,x$ 为小于 6 的正整数$\}$，$B=\{x\,|\,x$ 为小于 10 的素数$\}$，集合 $C=\{x\,|\,x$ 为24 和 36 的正公因数$\}$.

(1) 试用列举法表示集合 $M=\{x\,|\,x\in A$ 且 $x\in C\}$；

(2) 试用列举法表示集合 $N=\{x\,|\,x\in B$ 且 $x\notin C\}$.

拓展训练

11. 如果对于一个集合中任意两个元素,作某种运算后的结果仍在这个集合中,则称该集合对此运算是封闭的.已知集合 $A=\{0,1\}$，$B=\{y\,|\,y=m+n\sqrt{2},m,n\in\mathbf{Z}\}$.试判断 A,B 对加、减、乘、除四种运算是否封闭,为什么?

12. 已知集合 $A=\{x\,|\,ax^2+2x+1=0,x\in\mathbf{R}\}$，$a$ 为实数.

(1) 若 A 是空集,求实数 a 的取值范围;

(2) 若 A 为单元素集合,求实数 a 的取值范围;

(3) 若 A 中至多有一个元素,求实数 a 的取值范围.

1.2　集合之间的关系

要点归纳

1. 理解子集、相等集合、真子集的概念.

2. 会正确使用“$\subseteq$”“$=$”“$\subsetneqq$”等集合之间的关系符号.

疑难分析

例 1　设 $A=\{1, 2, 3, 4\}$，$B=\{1, 2\}$，试求集合 C，使得 $C\subsetneqq A$，且 $B\subseteq C$.

分析　突破口在于理解 $C\subsetneqq A$，且 $B\subseteq C$.

解　$\because$　$B\subseteq C$，$\therefore$　C 中至少有元素 1，2.

又$\because$　$C\subsetneqq A$，

$\therefore$　$C=\{1, 2\}$或$\{1, 2, 3\}$或$\{1, 2, 4\}$.

例 2　含有 3 个实数的集合可表示为$\left\{a, \dfrac{b}{a}, 1\right\}$，也可表示为$\{a^2, a+b, 0\}$.求 $a^{2009}+b^{2010}$的值.

分析　由集合相等的概念及集合中元素的互异性进行探索.

解　$\because$　$\left\{a, \dfrac{b}{a}, 1\right\}=\{a^2, a+b, 0\}$，

$\therefore$　$0\in\left\{a, \dfrac{b}{a}, 1\right\}$.而 $a\neq 0$，$\therefore$　$b=0$.

此时$\{a, 0, 1\}=\{a^2, a, 0\}$，

$\therefore$　$a^2=1$.解方程，得 $a=\pm 1$.

当 $a=1$ 时，与集合中元素互异性不符，$\therefore$　$a=-1$，$b=0$.

$\therefore$　$a^{2009}+b^{2010}=-1$.

说明　对于有限集相等，可知元素对应相等，进而进行解答.

例 3　已知集合 $A=\{x\mid x^2+5x-6=0\}$，集合 $B=\{x\mid mx-2=0\}$，若 $B\subseteq A$，求实数 m 的值.

分析　利用子集概念，注意不要忘记 $B=\varnothing$的情况.

解　由题意解方程 $x^2+5x-6=0$，得 $A=\{1, -6\}$. $\because$　$B\subseteq A$，

$\therefore$　① 当 $B=\varnothing$时，$m=0$；

② 当 $B=\{1\}$时，$m=2$；

③ 当 $B=\{-6\}$时，$m=-\dfrac{1}{3}$.

综上所述，m 的值为 0，2，$-\dfrac{1}{3}$.

说明　注意$\varnothing$是任何集合的子集，是任何非空集合的真子集.

例 4　已知集合 $A=\{x\mid x^2+4x=0\}$，$B=\{x\mid x^2+2(a+1)x+a^2-1=0, a\in\mathbf{R}\}$，若 $B\subseteq A$，求实数 a 的取值范围.

分析 此题需进行分类讨论，解方程 $x^2+4x=0$ 得 $A=\{0, -4\}$，对 B 的情况进行讨论.

解 解方程 $x^2+4x=0$，得 $A=\{0, -4\}$，$\because$ $B\subseteq A$，故分以下几种情况讨论：

① 当 $B=\varnothing$ 时，$\Delta<0\Rightarrow a<-1$；

② 当 $B=\{0\}$ 或 $B=\{-4\}$ 时，由 $\Delta=0\Rightarrow a=-1$，

而 $a=-1$ 时，$B=\{0\}$ 满足条件；

③ 当 $B=\{0, -4\}$ 时，即 0，-4 为方程 $x^2+2(a+1)x+a^2-1=0$ 的两根，

$\therefore$ $\begin{cases}\Delta>0,\\ -4+0=-2(a+1),\\ (-4)\times 0=a^2-1.\end{cases}$ 解方程组，得 $a=1$.

综上所述，$a\leqslant -1$ 或 $a=1$.

说明 此题也可用其他方法解答.

基础训练

1. 已知集合 $A=\{-1, 3, m\}$，集合 $B=\{3, m^2\}$，若 $B\subseteq A$，则实数 $m=$________.

2. 已知集合 $A=\{1, x\}$，$B=\{1, x^2\}$，且 $A=B$，则 $x=$________.

3. 集合 $A=\{x\mid ax=1\}$，$B=\{x\mid x^2-1=0\}$，若 $A\subsetneqq B$，则实数 a 的值为________.

4. 集合 $A=\{(x, y)\mid xy=2$ 且 $x+y=3, x\in\mathbf{R}, y\in\mathbf{R}\}$ 的所有子集为________________.

5. 集合 $A=\{x\mid 2<x<4\}$，$B=\{x\mid 2<x<a\}$，若 $A\subseteq B$，则实数 a 的取值范围是________.

6. 若非空集合 M 满足：(1) $M\subseteq\{1, 2, 3, 4, 5\}$；(2) 当 $a\in M$ 时，总有 $6-a\in M$，则符合上述要求的集合 M 有________个.

7. 下列写法正确的是(　　).

A. $\varnothing\subsetneqq\{0\}$　　B. $0\subsetneqq\varnothing$　　C. $\varnothing\in\{0\}$　　D. $0\in\varnothing$

8. 已知集合 $P=\{x\mid x=n^2+1, n\in\mathbf{N}^*\}$，$M=\{x\mid x=m^2-4m+5, m\in\mathbf{N}^*\}$，则集合 P 与 M 的关系是(　　).

A. $P\subsetneqq M$　　B. $P=M$　　C. $P\subseteq M$　　D. $M\subseteq P$

9. 设集合 $M=\left\{x\,\middle|\,x=\dfrac{k}{2}+\dfrac{1}{4}, k\in\mathbf{Z}\right\}$，$N=\left\{x\,\middle|\,x=\dfrac{k}{4}+\dfrac{1}{2}, k\in\mathbf{Z}\right\}$，则(　　).

A. $M=N$　　B. $M\subsetneqq N$

C. $M\supsetneqq N$　　D. $M\cap N=\varnothing$

10. 设 $a, b\in\mathbf{R}$，集合 $\{1, a+b, a\}=\left\{0, \dfrac{b}{a}, b\right\}$，求 $b-a$.

11. 若集合 $A=\{x \mid x^2+px+q=0\}$，$B=\{x \mid x^2-3x+2=0\}$，且 $A \subseteq B$，求 p，q 应满足的条件.

拓展训练

12. 已知集合 $A=\{x \mid -2 \leqslant x \leqslant 5\}$，集合 $B=\{x \mid m+1 \leqslant x \leqslant 2m-1\}$，且 $B \subseteq A$，求实数 m 的取值范围.

13. 若 a，$x \in \mathbf{R}$，$A=\{2,\ 4,\ x^2-5x+9\}$，$B=\{3,\ x^2+ax+a\}$，$C=\{x^2+(a+1)x-3,\ 1\}$. 求：

(1) 使 $A=\{2,\ 3,\ 4\}$ 的 x 的值；

(2) 使 $2 \in B$，$B \subsetneqq A$ 的 a，x 的值；

(3) 使 $B=C$ 的 a，x 的值.

1.3 集合的运算——交集、并集

要点归纳

1. 理解交集、并集的意义.

2. 掌握集合 A 与 B 之间的等价转化:$A\subseteq B\Leftrightarrow A\cap B=A\Leftrightarrow A\cup B=B$.

疑难分析

例 1 设集合 $A=\{a^2,\ a+2,\ -3\}$, $B=\{a-3,\ 2a-1,\ a^2+1\}$, $A\cap B=\{-3\}$,求 a 的值.

分析 由 $A\cap B=\{-3\}$,得 $-3\in B$,而 $a^2+1\neq-3$ 故只可能 $a-3$ 或 $2a-1$ 为 -3.

解 $\because$ $A\cap B=\{-3\}$, $\therefore$ $-3\in B$. $\because$ $a^2+1>0$, $\therefore$ $-3=a-3$ 或 $-3=2a-1$.

① 当 $-3=a-3$ 即 $a=0$ 时,$A=\{0,\ 2,\ -3\}$, $B=\{-3,\ -1,\ 1\}$ 满足 $A\cap B=\{-3\}$;

② 当 $-3=2a-1$ 即 $a=-1$ 时,$A=\{1,\ 1,\ -3\}$ 与集合中元素互异性矛盾,故舍去.

综上所述,$a=0$.

说明 在解决此类含参数问题时,思考要全面,必要时要进行分类讨论.

例 2 已知 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 4\}$, $B=\{x\mid x>a\}$.

(1) 若 $A\cap B=A$,求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $A\cap B\neq\varnothing$ 且 $A\cap B\neq A$,求实数 a 的取值范围.

分析 此题可借助数轴,数形结合解决问题.集合 A 是确定的,集合 B 不确定.

解 (1) 如图 1-1,由于 $A\cap B=A$ 即 $A\subseteq B$,可得 $a<-2$.

(2) $\because$ $A\cap B\neq\varnothing$,且 $A\cap B\neq A$,

$\therefore$ $\begin{cases}a<4,\\ a\geqslant -2.\end{cases}$ 即 $-2\leqslant a<4$.

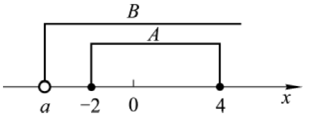


图 1-1

例 3 已知 $A=\{2,\ 5\}$, $B=\{x\mid x^2+px+q=0\}$, $A\cup B=A$, $A\cap B=\{5\}$,求 p,q 的值.

分析 通过 $A\cup B=A$, $A\cap B=\{5\}$ 确定方程 $x^2+px+q=0$ 的根.再进行求解.

解 由 $A\cup B=A$ 得 $B\subseteq A$. $\because$ $A=\{2,\ 5\}$, $A\cap B=\{5\}$, $\therefore$ $5\in B$, $2\notin B$.

$\therefore$ $B=\{5\}$.即方程 $x^2+px+q=0$ 有两个相等实根 5.

由韦达定理,得 $-p=5+5$, $q=5\times 5$.即 $p=-10$, $q=25$.

说明 此题考察了这样的一个等价关系:$A\cup B=A$ 等价于 $B\subseteq A$,然后通过交集的概念转化成我们所熟悉的方程解的问题.

例 4 已知集合 $A=\{x\mid -2<x<-1$ 或 $x>1\}$, $B=\{x\mid a\leqslant x\leqslant b\}$, $A\cup B=\{x\mid x>-2\}$, $A\cap B=\{x\mid 1<x\leqslant 3\}$.求实数 a,b 的值.

分析 由 $A=\{x\mid -2<x<-1$ 或 $x>1\}$ 及 $A\cap B=\{x\mid 1<x\leqslant 3\}$ 可知:集合 B 中没有比 3 大的数.

所以 $b=3$ 且 $-1\leqslant a\leqslant 1$，又 $A\cup B=\{x\mid x>-2\}$.集合 B 所表示的区间必须覆盖区间 $[-1,1]$，所以 $a=-1$.

解 $A\cap B=\{x\mid 1<x\leqslant 3\}$，可推得 $B\subseteq\{x\mid x\leqslant -2$ 或 $-1\leqslant x\leqslant 3\}$；

又∵ $A\cup B=\{x\mid x>-2\}$，∴ $B=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$. ∴ $a=-1$，$b=3$.

说明 本题解题过程巧妙地应用了逆向思维，集合 B 的可能值借助于数轴获得.

例 5 若集合 $A=\{x\mid x^2-ax+15=0,\ x\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x\mid x^2-5x+b=0,\ x\in\mathbf{Z}\}$，$A\cup B=\{2,3,5\}$.求 a，b 的值.

分析 本题的突破口在于两个方程的所有整数解必在 2，3，5 中.

解 ∵ $A\cup B=\{2,3,5\}$，∴ 方程 $x^2-ax+15=0$ 和 $x^2-5x+b=0$ 的整数解必在 2，3，5 中.设方程 $x^2-ax+15=0$ 的两个解为 x_1，x_2，方程 $x^2-5x+b=0$ 的两个解为 x_3，x_4，则由 $x^2-ax+15=0$，得 $x_1\cdot x_2=15$.所以 x_1，x_2 必为 3，5，即 $a=x_1+x_2=8$；由 $x^2-5x+b=0$，得 $x_3+x_4=5$.所以 x_3，x_4 必为 2，3，由此得 $b=x_3\cdot x_4=6$.

∴ $a=8$，$b=6$.

思考 如果把 $A\cup B=\{2,3,5\}$，改为 $A\cap B=\{3\}$，本题结果如何？

基础训练

1. 设集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{1,2,3\}$，$C=\{2,3,4\}$，则 $(A\cap B)\cup C=$________.

2. 已知方程 $x^2-5x+p=0$ 与 $x^2-qx+15=0$ 的解集分别为 A，B 且 $A\cap B=\{3\}$，则 $p+q=$________.

3. 设集合 $A=\{x\mid -4\leqslant x<2\}$，$B=\{x\mid -1<x\leqslant 3\}$，$C=\left\{x\,\middle|\,x\leqslant 0 \text{ 或 } x\geqslant\dfrac{5}{2}\right\}$，则 $(A\cup B)\cap C=$________.

4. 集合 $A=\{0,1,2,3\}$，$B=\left\{x\,\middle|\,x=\dfrac{a}{b},\ a,\ b\in A \text{ 且 } a\neq b\right\}$，则 $A\cap B=$________.

5. 若集合 $A=\{x\mid x^2+x-12=0\}$，$B=\{x\mid kx+1=0\}$，且 $A\cup B=A$，则 k 所能取的值为________.

6. 设集合 $A=\{x\mid -3<x<3,\ x\in\mathbf{R}\}$ 和 $B=\{x\mid x<m,\ x\in\mathbf{R}\}$，$A\cup B=B$，则实数 m 的取值范围是________.

7. 满足条件 $\{1,3\}\cup B=\{1,3,5\}$ 的所有集合 B 的个数为(　　).

A. 1　　B. 2

C. 3　　D. 4

8. 已知集合 P，S 满足 $P\cap S=P$，则下列关系式恒成立的是(　　).

A. $P\subsetneqq S$　　B. $P\subseteq S$

C. $P=S$　　D. $S\subsetneqq P$

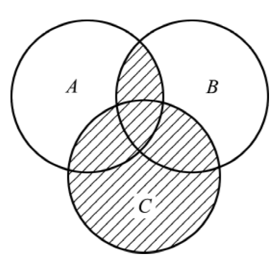
9. 下列表示图形中的阴影部分的是(　　).

A. $(A\cup C)\cap(B\cup C)$

B. $(A\cup B)\cap(A\cup C)$

C. $(A\cup B)\cap(B\cup C)$

D. $(A\cup B)\cap C$



(第 9 题)

10. 已知集合 $A=\{x\mid x^2+ax+b=0\}$，$B=\{x\mid x^2+cx+15=0\}$.若 $A\cap B=\{3\}$，$A\cup B=\{3,5\}$,求 a，b 的值.

11. 集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid x<a\}$.

(1) 若 $A\cap B=A$,求实数 a 的取值范围;

(2) 若 $A\cap B=\varnothing$,求实数 a 的取值范围.

12. 集合 $A=\{x\mid -6<x<-2$ 或 $x>0\}$，$B=\{x\mid m\leqslant x\leqslant n\}$,若 $A\cup B=\{x\mid x>-6\}$，$A\cap B=\{x\mid 0<x\leqslant 2\}$,求实数 m,n 的值.

拓展训练

13. 已知集合 $A=\{x\mid x^2-3x+2=0\}$，$B=\{x\mid x^2-ax+4=0\}$,若 $A\cup B=A$,求实数 a 的取值范围.

14. 设集合 $A=\{x\mid -2<x<4,\ x\in\mathbf{R}\}$,集合 $B=\{x\mid x^2-3ax+2a^2=0\}$.求:

(1) 实数 a 在什么范围内取值时 $B\neq\varnothing$,且 $A\cap B=B$;

(2) 实数 a 在什么范围内取值时,$A\cap B=\varnothing$.

1.4 集合的运算——补集

要点归纳

1. 掌握集合的补集运算，会求已知集合的补集.

2. 知道摩根公式，并学会应用.

疑难分析

例 1 设全集 $U=\{x\mid x\leqslant 20$ 的素数$\}$，$(\complement_U B)\cap A=\{3,5\}$，$(\complement_U A)\cap B=\{7,19\}$，$(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{2,17\}$，求集合 A，B.

分析 借助 Venn 图可将问题直观化、形象化.

解 $U=\{2,3,5,7,11,13,17,19\}$.画出 Venn 图，如图 1-2 所示.

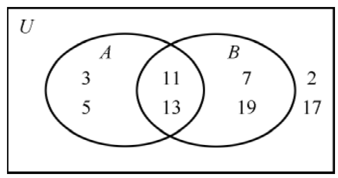


图 1-2

全集 U 由四个集合 $A\cap B$，$(\complement_U B)\cap A$，$(\complement_U A)\cap B$ 和 $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$ 组成，且以上任何两个集合的交集为 $\varnothing$，故全集中的每个元素仅属于四个集合中的一个集合.

$\therefore$ $A\cap B=\{11,13\}$.

$\therefore$ $A=\{3,5,11,13\}$，$B=\{7,11,13,19\}$.

说明 Venn 图把全集 U 划分为四个互不相交的部分.

例 2 对任意两个集合 A 和 B. $A-B$ 是指所有属于 A，但不属于 B 的元素的集合；A 和 B 对称差 $A\Delta B$ 规定为 $A\Delta B=(A-B)\cup(B-A)$.

设集合 $A=\{y\mid y=x^2,\ x\in\mathbf{R}\}$，$B=\{y\mid -3\leqslant y\leqslant 3\}$.求 $A\Delta B$.

分析 $A-B=\{x\mid x\in A,\ x\notin B\}$，$B-A=\{x\mid x\in B,\ x\notin A\}$.

解 $A=\{y\mid y\geqslant 0\}$，$B=\{y\mid -3\leqslant y\leqslant 3\}$.

$\therefore$ $A-B=\{y\mid y>3\}$，$B-A=\{y\mid -3\leqslant y<0\}$.

$\therefore$ $A\Delta B=(A-B)\cup(B-A)=\{y\mid -3\leqslant y<0$ 或 $y>3\}$.

说明 本题为学习型能力题目.仔细阅读规定的运算法则，在理解运算法则意义的基础上进行运算.

例 3 已知全集 $U=\mathbf{R}$，$A=\{x\mid x^2+px+12=0\}$，$B=\{x\mid x^2-5x+q=0\}$，$\complement_U A\cap B=\{2\}$，求 $p+q$.

分析 由 $\complement_U A\cap B=\{2\}$，可知 $2\in B$.然后求出 q，再解出 p.

解 $\because$ $\complement_U A\cap B=\{2\}$，$\therefore$ $2\in B$，$2\notin A$.

$\therefore$ $2^2-5\times 2+q=0$ 得到 $q=6$，此时 $B=\{2,3\}$.

$\because$ $\complement_U A\cap B=\{2\}$，$B=\{2,3\}$，$\therefore$ $3\in A$.

$\therefore$ $3^2+p\times 3+12=0$. $\therefore$ $p=-7$.

$\therefore$ $p+q=-1$.

说明 找出突破口，然后各个击破.

例 4 已知 $A=\{x\mid -3\leqslant x\leqslant 3\}$，$B=\{x\mid x\leqslant 2a-1$ 或 $x>3a\}$.设 $U=\mathbf{R}$，若 $A\cup\complement_U B=A$，求实数 a 的取值范围.