直観几何

上册

D. 希尔伯特
S. 康福森 著
王 联 芳 譯
江澤涵 校訂

人民教育出版社

直 观 几 何

上 册

D. 希尔伯特
S. 康福森 著
王 联 芳 譯
江澤涵校訂

人民教育出版社

51.5
301
2:2

直观几何

下册

D. 希尔伯特
S. 康福森 著
王联芳 譯

高等教育出版社

希尔伯特和康福森合著的“直观几何”(D. Hilbert u. S. Cohn-Vossen, “Anschauliche Geometrie”, 德国 Verlag von Julius Springer 1932 年出版)是一本著名的著作，书中用直观方法深入淺出地介紹了几何中丰富的知識。可供具有大学一二年級数学程度的讀者閱讀。

全书共六章：最簡单的曲綫和曲面，正則点系，构形，微分几何，运动学，拓扑学。中譯本分上下两册出版，每册包括三章。

譯文大体上是根据英譯本“Geometry and the Imagination” (P. Nemenyi 譯，美国 Chelsea Publishing Company 1952 年出版)，也参考了德文原本和俄譯本 “Наглядная геометрия”，第二版 (С. А. Каменецкий 譯，苏联 Государственное издательство технико-теоретической литературы 1951 年出版)。

直 观 几 何

上 册

D. 希尔伯特 S. 康福森著

王 联 芳 譯

北京市书刊出版业营业許可証出字第 2 号

人民教育出版社出版(北京景山东街)

上 海 大 众 文 化 印 刷 厂 印 装

新 华 书 店 上 海 发 行 所 发 行

各 地 新 华 书 店 經 售

統一书号 13010·721 开本 850×1168 1/32 印张 5 11/16

字数 130,000 印数 8,001—12,200 定价 (5) ¥ 0.75

1959 年 12 月第 1 版 1964 年 9 月上海第 3 次印刷

希尔伯特和康福森合著的"直观几何"(D. Hilbert u. S. Cohn-Vossen, "Anschauliche Geometrie", 德国 Verlag von Julius Springer 1932 年出版)是一本著名的著作，书中用直观方法深入浅出地介绍了几何中丰富的知识。可供具有大学一二年级数学程度的读者阅读。

全书共六章：最简单的曲线和曲面，正则点系，构形，微分几何，运动学，拓扑学。中译本分上下两册出版，每册包括三章。

译文大体上是根据英译本"Geometry and the Imagination"(P. Nemenyi 译，美国 Chelsea Publishing Company 1952 年出版)，也参考了德文原本和俄译本"Наглядная геометрия"，第二版(С. А. Каменецкий 译，苏联 Государственное издательство технико-теоретической литературы 1951 年出版)。

直 观 几 何

下 册

D. 希尔伯特 S. 康福森著

王联芳译

高等教育出版社出版

新华书店北京发行所发行

河北省〇五印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 5.375 字数 126,000

1964年 9月第1版 1984年7月第2次印刷

印数 6.501—24,100

书号 13010·0962 定价 0.83元

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

俄譯本出版者的話

D. 希尔伯特和 S. 康福森合著的“直观几何”是世界通俗文献中为数不多的出于大数学家手笔的书籍中的一本，由于叙述的循序漸进而又生动，著者就使得极其丰富的几何知識能为对数学有兴趣的广大讀者所接受、所理解。

原书著者之一 S. 康福森在 1934 年由希特勒德国迁居到苏联来，并且参加了俄譯本第一版的准备工作。1936 年 S. 康福森在重病之后死于莫斯科。

必須指出，原书还是有些較大的缺点的。一般地說，书中沒有关于数学发現的历史方面的闡述。某些地方虽也有带点历史性質的注釋，却往往只詳細地引証比較不重要的著作，可是对于直接关联到所講內容而属于我国科学家的重大的数学研究，有时連提也不提。在这次再版俄譯本时，各个地方加了脚注，希望尽可能地弥补这个缺陷。

序

在数学中，象在任何科学研究中那样，有两种倾向。一种是抽象的倾向，即从所研究的錯綜复杂的材料中提炼出其內在的邏輯关系，并根据这些关系把这些材料作系統的、有条理的处理。另一种是直观的倾向，即更直接地掌握所研究的对象，側重它們之間的关系的具体意义，也可以說領会它們的生动的形象。

就几何方面說，抽象的倾向已經引导到代数几何、黎曼几何和拓扑学等宏偉的系統的理論；在这里抽象的思考方法、以及代数性質的符号运算获得广泛的运用。然而，直观在几何中起的作用却是更大，过去如此，現在还是如此。具体的直观不仅对于研究工作有巨大的价值，对于理解和欣賞几何中的研究結果也是这样。

本书的目的在于从直观形象这一側面来介紹今日的几何。借助于直观想象，我們能够闡述几何中的各种各样的事实和問題；不但如此，在許多情况下我們还能够描述有关的研究方法和証明方法的几何輪廓，而无須詳究概念的严格定义和实际計算。例如，具有一个洞（不管这个洞多么小）的球面恒能攤平的証明，或一般地不能把两个不同的环面中的一个保角地映射成另一个环面的証明，都可如此处理，使得不愿追究解析推演的細节的人，也可以領会到应如何証明和为什么能这样証明。

由于几何的方面很广而且它跟許多数学分支发生关系，因而我們甚至于能够从它获得整个数学的概观、能够認識数学問題的变化多端、以及数学思想的丰富多彩，因此从直观形象出发而且用粗綫条的方式来描繪几何，应該会使专家圈子以外更广大的群众

对于数学有更合理的評价。因为，一般地說，数学并不是普通人特别喜爱的学科，虽然它的重要性可以說已經得到公認了。此中原因是由于有一种流行的誤解，認为数学不过是算术的延續和提高，用数目来变戏法。本书用图形来替代公式；这里的图形是讀者看得見的，而且讀者容易制作模型来加以补充。本书要通过这种方式来和这种流行的誤解作斗爭。希望本书能使讀者易于看透数学的本質，不致于在繁难的学习面前望而却步，从而使数学更易于为人所欣賞。

本书的目标旣是如此，自然不能顧到把各方面的材料搜罗完备和把所討論的材料按严格系統安排，也不能把所討論的每个課題討論得詳尽无遺。再者，书中各节对于讀者預先具有的数学訓練的要求也不能完全相同；虽然本书大部分的叙述是很初等的，但是，若要避免冗长而厌煩的叙述，有一些美丽的几何的探討是只有对于具有一定程度的訓練的人才能完全解釋清楚。

各章的附录都假定讀者已具有某些預备知識，这些附录是补充性的，而不是解釋正文的。

几何各部門的相互关系甚为密切，而且密切得往往出人意料之外。这一情况在本书中多处出現。虽然如此，由于所处理的材料多种多样，有必要使各章在一定程度上各自独立，以免为了理解后面的几章就必需完全熟悉前面的各章。我們希望，由于有了一些叙述上的重复，讀者可能自由地閱讀各别的章，有时甚至是各别的节，而不致于难以接受或不感到兴趣。我們愿意領着諸位讀者在几何的大花园里作一次幽閑的散步，让每人摘取一束自己心爱的花朵。

本书的底稿是我在古庭根于 1920—1921 年冬季每周四次的“直观几何”的講演，經 W. 罗塞曼 (Rosemann) 記录的。本书里基本上保存了原講稿的結构和內容，但是 S. 康福森 (Cohn-Vossen)

改写了許多細节,并且补充了不少的材料

D. 希尔伯特

1932 年 6 月于古庭根

上 册 目 录

07463

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

下 册 目 录

38107

第一章　最簡单的曲綫和曲面

§1. 平面曲綫

最簡单的曲面是平面。最簡单的曲綫是平面曲綫；平面曲綫当中最簡单的是直綫。直綫可以定义为两点間最短的路程，也可以定义为二平面的交綫，或者旋轉的軸。

直綫之外最簡单的曲綫要算圓。卽使象这样簡单的图形，也能够对它作出繁多而深入的研究，以致可写成专书。我們給圓下这样的定义：它是曲綫，曲綫上的各点与一已知点的距离相等。我們通常用众所共知的繩綫作法或圓規作法来作圓。从这种作法显然可知：圓是閉合的曲綫，到处是凸的。因此通过圓周上任一点可作一条定直綫（切綫），使唯有这一点（切点）才是直綫与圓共同的，同时直綫上其余所有的点都在圓外（图 1）。切点 B 上的半徑 MB 必为从圓心 M 到切綫 t 的最短路程，因为 t 上除 B 外的所有点都在圓外，因此这些点跟 M 的距离应較切点跟 M 的距离为远。由此可以推出，圓的半徑 MB 垂直于半徑上的切綫。要証明这句話，我們作圓心 M 对于切綫 t 的反射点，卽从 M 作切綫 t 的垂綫，延长一倍到 M'；这 M' 叫做 M 的象点。現在因为 MB 是从 M 到 t 的最短路程，又因为对称关系，得知 $M'B$ 是从 M' 到 t 的最短路程。因此綫路

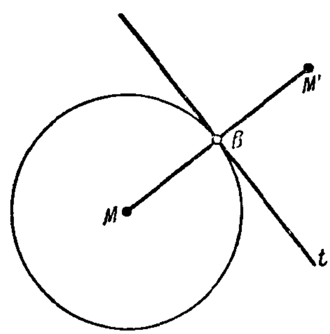

图 1

MBM' 一定是 M 和 M' 两点間的最短路程，所以在点 B 处不会弯折，也就是説，MB 的确垂直于 t。

从圓的作法很自然地会想起一种推广情形。我們知道在用繩索作圓时，須将閉合的繩綫套在一个固定的点(圓心)上，并且在画圓的过程中时时将繩綫拉紧。現在假如将此繩綫套在两个固定的点上，則得出与圓类似的曲綫。这种曲綫叫做橢圓，两个定点叫做橢圓的焦点。由繩綫作图法可知，橢圓是具有下列性質的曲綫：曲綫上任一点到二已知点的距离之和是一常量。如果让二点重合，則得到橢圓的极限情形，即圓。橢圓也有几个簡单的性質，跟上面列举的圓的各种性質相当：它是閉合的曲綫，到处是凸的，在橢圓上任一点均可作其切綫，切綫上每一点除切点外均在橢圓之外。与圓半徑相当的，是連接橢圓上一点和二焦点的二綫段。这二綫段叫做橢圓的焦半徑。与圓的切綫必垂直过切点的半徑这件事相当的，是橢圓的切綫同过切点的二焦半徑作成等角。依图 2 上的記

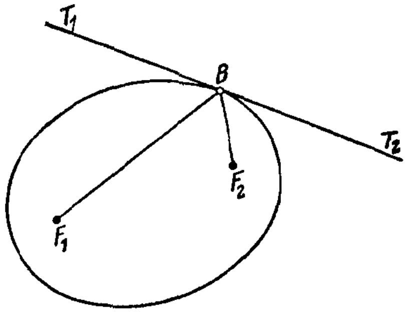

图 2

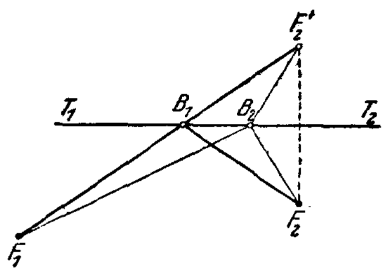

图 3

法，这句断語可写成 $\angle F_1BT_1=\angle F_2BT_2$。証明如下：作 F_2 对于切綫的反射点 F_2'(图 3)。同切綫交于 B_1 的綫段 F_1F_2' 是 F_1 和 F_2' 两点間最短的路綫。因为，設 B_2 是切綫上任意另外一点，那么綫段 $F_1B_2F_2=F_1B_2F_2'$ 必大于 $F_1B_1F_2=F_1B_1F_2'$。另一方面，F_1 和 F_2 两点間最短的并且与切綫相交的路綫是由过切点 B 的二焦半徑

組成的。这是由于切綫上任何其他的点都在椭圓之外，从而从二焦点到这样一点的距离之和必定大于从二焦点到椭圓上 B 点的距离之和。所以 B 同 B_1 重合。因为 F_2 和 F_2' 对于直綫 T_1T_2 对称，而且 $\angle F_1B_1T_1$ 和 $\angle F_2'B_1T_2$ 成对頂角，因此我們的断語得証。

椭圓切綫的这种性質在光学上获得应用，焦点和焦半徑二名詞也是从这里来的。这是說，假如置光源于椭圓鏡面的一个焦点处，其反射綫必将聚集于另一焦点。

另外有一种曲綫，它的作法虽不如椭圓那样容易，但原理同样簡单。这种曲綫上的任一点到二定点距离之差为一常数。这曲綫名为双曲綫，二定点名为双曲綫的焦点。这样，对曲綫上任一点 B 或 B'（图 4），关系式 $F_1B-F_2B=$ 常数 a 或 $F_2B'-F_1B'=a$ 应該成立。据此，双曲綫由两个分支組成。直覌上显然，双曲綫到处是凸的，并且經过曲綫上任一点都可作一切綫。以后我們还要証明（参看第 9 頁上脚注 2）：切綫上除去切点外，同曲綫再沒有公共点。仿照椭圓的情形，可以証明，双曲綫的切綫平分过切点的二焦半徑的夹角（图 6）。

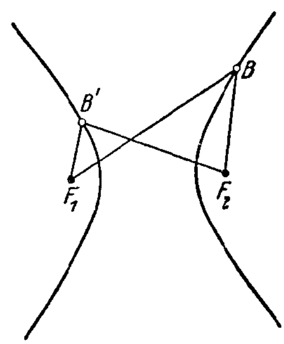

图 4

运用极限过程，可以从椭圓得出另外一种曲綫——拋物綫（图 5）。为了达到这个目的，先固定一个焦点，比如說 F_1，再固定同此焦点最近的頂点 S（所謂椭圓的頂点，是說椭圓与两焦点連綫的交点）。現在我們来考慮，假如第二个焦点 F_2 在 SF_1 的延长綫上移动，离 F_1 越来越远，椭圓将如何变化。我們說这些椭圓趋近于一极限曲綫，这极限曲綫就是拋物綫。从这个极限过程我們可导出拋物綫的一个簡单定义。闡述如下：

假如椭圓的焦距 F_1F_2 充分地大，而在繩綫作图中鉛笔始終貼

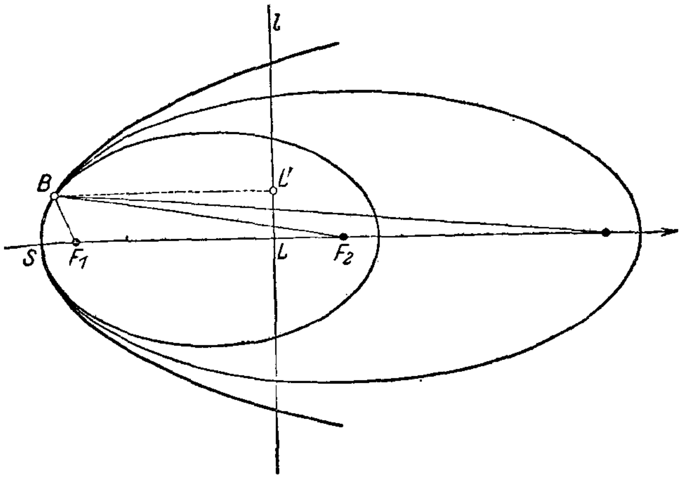

图 5

紧繩綫走动，一直走到頂点 S 的邻近，則由 F_2 引出的繩綫几乎平行于 SF_2 (图 5)。过 F_1F_2 上任一点 L 作直綫 F_1F_2 的垂綫 l，則有下面的近似的等式成立：

$$F_1B+BF_2=F_1B+BL'+LF_2=\text{常数}$$

(其中的 L' 是从 B 到 l 的垂綫的垂足)。如用一个新的常数去代替

$$\text{“常数}-LF_2\text{”},$$

便得到

$$F_1B+BL'=\text{常数}$$

(因为就一个定曲綫来說，LF_2 是常数)。距离 F_1F_2 越大，上式越正确，因之在极限的情形下，上式就严格地成立了。这样，我們說，抛物綫是这样的曲綫，从曲綫上任一点到一定点及一定直綫的距离之和是一常数。換句話說，从抛物綫上任一点到一定点的距离，等于从这点到一条定直綫的距离。这条定直綫是这样得到的：在 S 的和 l 不同的一側，与 S 的距离等于 SF_1 的某处作 l 的平行綫；这条直綫叫做抛物綫的准綫。

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com