

九
數
通
考

九數通考卷十

虞山屈曾發省園氏輯

句股章第九

句股說

橫濶曰句直長曰股兩隅斜去曰弦其形得長方之半故其一
角必直如其一角不能成方則爲三角形而非句股矣因句股
一角必直故立於圓界之正一半而自直角所作垂線遂成連
比例三率是以直角相對界所作方形之積必與兩旁二界所
作兩方形之積等而句股弦彼此相求之法於此生焉其法所
該有四一句股弦三者知其二而得其一或知其二而得其積

一句股形自其直角對弦界求垂線。一句股形內容方圓等形。一句股弦三者知其一復知其餘二者之較。或二者之和而得其二。或知其兩較或兩和或一較一和而得其三。此四者皆句股之正法。理一定而數隨之者也。至如句三股四弦五之類。倍之至於億兆而總不越此一定之分者。名之曰正句股。槩以比例推之。則三者止有其一。即可得其二。或有積而即得其三界。此爲數一定而法隨之者也。一一按類列題發明如左。

句股名義

設如句二十七步股三十六步弦四十五步其和較之法雖雜出多端然皆不外句股弦方積相求之理較有句股較句弦較

股弦較如句股相減餘

九

爲句股較句弦相減餘

十

爲句弦較

股弦相減亦餘

九

爲股弦較也和句股和句弦和股弦和如

句股相加得

六十

爲句股和句弦相加得

七十

爲句弦和股弦

相加得

八十

爲股弦和也和較相疊則又有弦和和謂弦與句

股和相和得

一百

也又有弦和較謂弦與句股和相較得

十

又有弦較和謂弦與句股較相和得

五十

也又有弦較較謂弦

與句股較相較得

三十

也又有句與股弦和相和或名曰句和

和股與句弦和相和或名曰股和和皆得

一百

即弦和和也又

有句與股弦和相較或名曰句和較股與句弦較相和或名曰

股較和皆得

五十

即弦較和也又有股與句弦和相較或名曰

股和較句與股弦較相和或名曰句較和皆得三十即弦較較

也又有句與股弦較相較或名曰句較較股與句弦較相較或

名曰股較較皆得十即弦和較也

句股弦相求訣

句股求積法見方田章丈量田地中

句股求弦各自乘乘來相併要分明開方便見弦之數

法術從來有現成句弦求股要推詳各自乘來各一張

以少減多餘作實實求股數要開方弦股求句皆一例

算師熟記不相忘

設如有句三尺股四尺求弦幾何答曰五尺法以句三自乘

得

九尺

以股

四尺

自乘得

十六尺

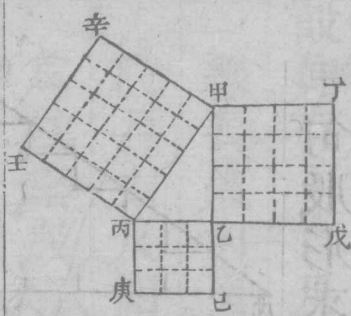
相加得

二十五尺

開平方得

五尺

即弦也



如圖甲乙丙句股形其甲乙股所作丁戊乙甲

正方形積乙丙句所作乙己庚丙正方形積相

併必與甲丙弦所作甲丙壬辛正方形積等各

得二十五尺也

設如有句五尺弦十三尺求股幾何答曰十二尺法以句五尺

自乘得二十五尺以弦十三尺自乘得一百六十九尺相減餘一百四十四尺開平

方得十二尺即股也

設如有股二十一尺弦二十九尺求句幾何答曰二十尺法

以股二十一尺自乘得四百四十一尺以弦二十九尺自乘得八百四十一尺相減餘

四百尺開平方得二十尺即句也

句股弦相求

設如圓柱高二丈一尺周四尺以繩自底至末繞柱七周與柱

適齊問繩長幾何答曰三丈五尺法以柱周四七因之得

二丈八尺為股柱高一丈二尺為句求得弦三十尺即繩之長此法蓋合

七句股為一句股算也如圖甲乙為柱高二十一尺甲丙為

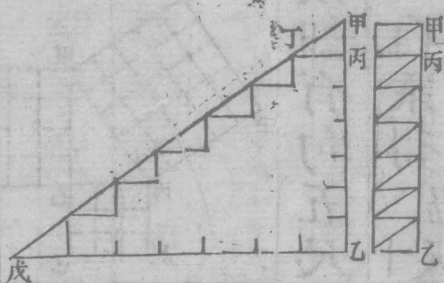
七分之一若將柱面平鋪之成一平面則丙丁

即柱周四尺甲丁即繩繞柱之一周成甲丙丁

句股形今柱高為甲丙之七倍繩長為甲丁之

七倍故將柱周亦加七倍成甲乙戊句股形甲

乙為句乙戊為股求得甲戊弦即繩長也



句股形求中垂線法

設如有句六尺股八尺弦十尺欲自直角對弦界作垂線問垂

線長幾何又弦分二段長各幾何答曰垂線長四尺八寸大

段長六尺四寸小段長三尺六寸法以弦^{十尺}爲一率句^{六尺}

爲二率股^{八尺}爲三率推得四率^{四尺八寸}卽垂線之長也如圖甲

乙丙句股形作甲丁垂線則分爲甲丁乙甲丁丙兩句股形

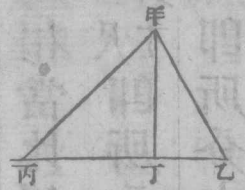
皆與原形爲同式故原甲乙丙句股形之乙丙弦與甲乙句

之比同於今所分甲丁丙句股形之甲丙弦與甲丁句之比

爲相當比例四率也又以句^{六尺}自乘得^{三十尺}以弦^{十尺}除之得

三尺卽所分之小界以股^{八尺}自乘得^{六十尺}以弦^{十尺}除之得^{六尺}

四寸卽所分之大界如圖原甲乙丙句股形之乙丙弦與甲乙



句之比同於今所分甲丁乙句股形之甲乙弦
與乙丁句之比爲連比例三率而原甲乙丙句
股形之乙丙弦與甲丙股之比又同於今所分

甲丙丁句股形之甲丙弦與丁丙股之比亦爲連比例三率
是以原甲乙丙句股形之甲乙句又爲今所分甲丁乙句股
形之弦者爲中率自乘而以原甲乙丙句股形之乙丙弦爲
首率除之得末率乙丁爲垂線所分之小界原甲乙丙句股
形之甲丙股又爲今所分甲丁丙句股形之弦者爲中率自
乘而以原甲乙丙句股形之乙丙弦爲首率除之得末率丁
丙爲垂線所分之大界也

句股形內容方圓訣

句股容方法最良

以句乘股實相當

併其句股數為法

以法除實便知方

句股容圓法可知

句弦股數併為奇

三數併來為法則

句股相乘倍實宜

法除倍實為圓徑

算者詳之不用疑

設如有句五尺股十二尺問內容方邊幾何答曰三尺五寸二

分九釐有餘

法以句

五尺

與股

十二尺

相加得

十七尺

為一率句

五尺為二率股

十二尺

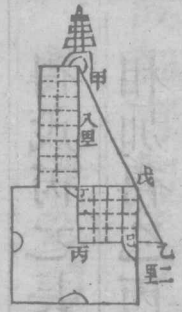
為三率推得四率即內容方邊如圖甲乙

丙句股形試依乙丙句數將甲乙股引長至戊為句股和十

七尺自戊與乙丙句平行作戊丁線又將甲丙弦引長至丁



則成甲戊丁同式句股形復自丙角與甲戊線
 平行作丙壬線則成丙壬戊乙正方卽爲甲戊
 丁句股形所容之方故甲戊丁句股形之甲戊股與乙丙方
 邊之比同於甲乙丙句股形之甲乙股與己辛方邊之比也
 設如有方城一座四正有門自南門直行八里有一塔自西門
 直行至二里切城角望見塔問城每面幾何答曰八里 法
 以西門外二里爲餘句與南門外八里爲餘股相乘得內容方十六里開平方
 得四里倍之卽爲城每一面之里數如圖甲乙丙句股形乙己
 爲西門外二里甲丁爲南門外八里戊己與戊丁皆爲城每
 邊之一半而甲丁戊句股形與戊己乙句股形爲同式故乙



已與已戊之比同於戊丁與丁甲之比爲相當
 比例四率且戊已與戊丁皆爲一體故又爲相
 連比例三率是以乙已首率與甲丁末率相乘

開方而得戊丁或戊已皆爲中率爲城每邊之一半也

設如有甲乙丙句股形內容丁巳丙戊長方形但知丁戊寬爲

戊丙長四分之一從甲至戊爲四尺從乙至巳爲九尺問長

方及句股各幾何答曰長方長十二尺濶三尺股長十六尺

句濶十二尺法以甲戊四尺爲餘股與乙巳九尺爲餘句相乘得三

尺六爲內容長方之積用四歸之得九尺開方得三尺爲巳丙卽長

方之濶以四因之得十二尺爲戊丙卽長方之長以戊丙十二

加甲戌尺四得尺十六為股以己丙尺三加乙己尺九得尺十二為句如

圖丁己乙句股形與甲戌丁句股形皆與甲乙丙句股形為

同式故丁己乙句股形之乙己句與丁己股之比即同於甲

戌丁句股形之丁戌句與甲戌股之比而乙己首率與甲戌

四率相乘之數必與丁己二率與丁戌三率相

乘之數等是以乙己與甲戌相乘即為丁己丙



戌長方形積也丁戌既為戊丙四分之一則以四歸之即成

丁戌線所作之正方形積故開方得丁戌之濶又四因之而

得戊丙之長也既得丁戌而丁戌與己丙等故己丙與乙己

相加得乙丙之句而戊丙與甲戌相加得甲丙之股也

設如有句八尺股十五尺弦十七尺問內容圓徑幾何答曰六

尺法以句八尺與股十五尺相乘得一百二十倍之得二百四十併

句股弦三數共四十尺為法除之得六尺即內容圓徑如圖甲乙

丙句股形內容丁圓形試自圓中心至甲乙丙三角作丁甲

丁乙丁丙三線則分甲乙丙句股形為甲丁乙甲丁丙乙丁

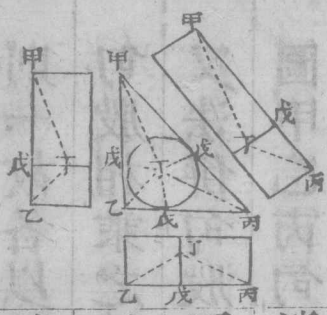
丙三三角形句股弦三線皆為三角形之底邊而丁戊半徑

皆為其垂線矣今倍句股相乘所得之長方積

原比甲乙丙句股形積大四倍即如將所分三

三角形各倍垂線即全徑乘底邊所得之三長方

積合為一長方也三長方之長雖各不同而濶



則一故各以長除積而得濶者卽如合句股弦三邊數以除句股相乘之積而得容圓全徑也

又法併句股二數得

三十二

內減弦

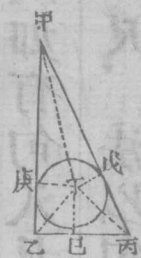
十七尺

餘

六尺

卽容圓全徑如

圖甲乙丙句股形自圓中心作丁甲丁乙丁丙三線又作丁戊丁己丁庚三垂線則丙戊與丙己等甲戊與甲庚等乙己乙庚二段今於句股相併數內減去弦數卽如甲乙股內減去與甲戊等之甲庚乙丙句內減去與丙戊等之丙己所餘者止乙庚與乙己皆爲圓之半徑二半徑相



合非圓全徑耶

較求句股弦總訣

以句與股弦較求股弦以股與句弦較求句弦以弦與句股較求句股數也

股較求股句自乘

股較自乘減句盈

減下句餘為實數

股較倍之為法行

法實相除為股數

句較求句一樣成

弦較求弦句自乘

弦較除之為實情

仍加弦較須折半

就得弦長數即成

設如有句十五尺股弦較五尺求股弦各幾何答曰股二十尺

弦二十五尺

法以句

十五尺

自乘得

三百二十五尺

另以股弦較

五尺

自乘得

二十五尺

相減餘

二百尺

為實倍較

五尺得十尺

為法除之得

二十

尺為股長數

或以二百尺折半得一百尺為實則即以較五尺除之不用倍較矣

加較

五尺得二十

五尺為弦斜數如圖甲乙丙丁為弦自乘方積甲庚己戊為股

以除兩長方積而得股也。既得股則加較即得弦矣。

已與戊己辛丁二長方形其長即股其濶即股弦較故倍較

磬折形積內減己壬丙辛一小方積餘庚乙壬

自乘方積故乙丙丁戊己庚磬折形與句自乘

方積等而已壬丙辛即股弦較自乘方積也於

若用弦較求弦法以句自乘得

二百二十五尺

以股弦較尺五

尺五

除之得

五十四

爲股弦和仍加較

五尺得五尺

折半爲弦

丙減較

尺五

餘爲股如圖甲乙丙丁爲弦自乘方

甲庚己戊爲股自乘方故乙丙丁戊己庚磬折

形與句自乘方積等今將戊己辛丁移爲辛壬

