



王牌、金牌、银牌、铜牌，最接近真题的才是好牌！

赢在思维 小学数学
培优竞赛
最热题型全归纳

题型最热——精心梳理历届初复试真题，按出现频率挑选最热题型
归纳最全——全面总结同类题目难中易，按重要程度归纳最热题型
题目最好——讲练结合并做到举一反三，按专题分类设置最热题型



主编☆蒋忠勇 孙璐怡 盛丹青



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

小学数学 培优竞赛

最热题型全归纳



请通过以下方式关注我们，获得更多增值服务

上架建议：小学教辅/小学奥数

重庆理工大学出版社



扫码关注官方微博

重庆理工大学出版社



扫码关注官方微信

购书热线 021-64250306

ISBN 978-7-5628-4125-8



9 787562 841258 >

定价：25.00元



赢在思维 小学数学
培优竞赛
最热题型全归纳

主编☆蒋忠勇 孙璐怡 盛丹青



华东理工大学出版社
EAST CHINA UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY PRESS

· 上海 ·

图书在版编目(CIP)数据

赢在思维. 小学数学培优竞赛最热题型全归纳. 5 年级 / 蒋忠勇, 孙璐怡, 盛丹青主编. —上海: 华东理工大学出版社, 2015.2
ISBN 978-7-5628-4125-8

I. ①赢… II. ①蒋… ②孙… ③盛… III. ①小学数学课—习题集 IV. ①G624.505

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 003057 号

赢在思维

小学数学培优竞赛最热题型全归纳(5 年级)

主 编 / 蒋忠勇 孙璐怡 盛丹青

策划编辑 / 郭 艳

责任编辑 / 郭 艳

责任校对 / 李 晔

封面设计 / 戚亮轩

出版发行 / 华东理工大学出版社有限公司

地 址: 上海市梅陇路 130 号, 200237

电 话: (021)64250306(营销部)

(021)64252174(编辑室)

传 真: (021)64252707

网 址: press.ecust.edu.cn

印 刷 / 常熟华顺印刷有限公司

开 本 / 787 mm×1092 mm 1/16

印 张 / 10.5

字 数 / 232 千字

版 次 / 2015 年 2 月第 1 版

印 次 / 2015 年 2 月第 1 次

书 号 / ISBN 978-7-5628-4125-8

定 价 / 25.00 元

联系我们: 电子邮箱 press@ecust.edu.cn

官方微博 e.weibo.com/ecustpress

淘宝官网 <http://shop61951206.taobao.com>





编 委 会

主 编	蒋忠勇	孙璐怡	盛丹青	
编 委	蒋忠勇	朱诗洁	许静妍	孙璐怡
	陈文瑜	张培贤	唐佳婉	倪昞雯
	盛丹青	黄凤仪	黄伊雯	董佳旎





小学是提升数学思维能力的重要阶段,随着学校和家长对各类竞赛的重视程度的提高,市面上关于培优、竞赛的辅导书应运而生,参差不齐.如何能使小学生在短时间内不仅有效地提高数学思维能力,还能够使他们在学习中体会到乐趣,并获得成就感,往往是老师和家长比较关注的问题.因此,本书编委将各大杯赛试题系统整理,按“一周一专题”的形式进行编排,将各类培优竞赛中最热题型进行分类归纳,旨在使读者触类旁通,从而大大提高学习效率.

本书主要有以下特点.

第一,强化思想方法,重视知识拓展.

解答大部分题目的“密钥”基本上都是基础公式或定理的延伸和转化,所以只有把基本概念理解透彻了,把基本公式熟练掌握了,才能灵活运用于每道题目.本书的每个专题都是先将基本概念和基本公式进行梳理讲解,既便于随时查找,又可以通过反复强化使读者熟记于心,做到一看便能看出解题的突破口.

第二,最热题型举例,勿忘举一反三.

我们推崇这样一种学习方法,即融会贯通,触类旁通;同时,我们拒绝这样一种学习态度,即囫圇吞枣,不求甚解.本书通过设置“铜牌例题”“银牌例题”“金牌例题”“王牌例题”,将近年来全国知名度较高的培优竞赛(如希望杯、中环杯、走美杯等竞赛)原题作为例题,进行详细解析.同时,在每道例题下面都附有“举一反三”,选择同解法或同类型的题目来让读者熟练掌握同一类型的题目.

第三,敢于大显身手,乐于小试牛刀.

任何一个知识点的牢固掌握都要经过多次的反复训练,因此本书每一周都设有一个“大显身手”版块,即有5~10道题的练习题,这些题目中既有对前面例题所阐述方法的巩固复习,又有稍高一个难度等级的题目加以提高练习.另外,本书在最后设有4套“小试牛刀”测试卷,供读者检测自己对整本书内容的掌握情况.

本书所提倡的系统学习方法反映出新课标的精神,即体现了时代性、趣味性、开放性、探索性和实践性,引导孩子们喜欢数学、学好数学.书中不足之处在所难免,希望读者在使用过程中遇到问题能够反馈给我们,使本套丛书做得更好.



第一周 速算与巧算	1	第十四周 情景应用	61
第二周 因数倍数与质数合数	6	第十五周 逻辑推理	66
第三周 整除问题和带余除法	11	第十六周 数字谜	72
第四周 新定义运算	15	第十七周 数阵图	79
第五周 平均数问题	18	第十八周 图形的分割与切拼	87
第六周 抽屉原理及其应用	22	第十九周 图形面积 I	93
第七周 行程问题 I	26	第二十周 图形面积 II	99
第八周 行程问题 II	32	小试牛刀 I	104
第九周 时钟问题	37	小试牛刀 II	107
第十周 盈亏问题	41	小试牛刀 III	109
第十一周 还原问题	45	小试牛刀 IV	111
第十二周 容斥原理	50	参考答案与解析	114
第十三周 工程问题	55		



第一周

速算与巧算



计算能力是学习数学的基础，小学生要学好数学，必须掌握正确、快速的计算方法，以提高计算效率。

速算和巧算，就是通过观察题目中数字的特点和变化规律，必要的时候对题中各个数进行适当的转化，并根据题目的特点灵活运用运算定律或其他比较巧妙的方法，解决较复杂的计算题。这既是一种技巧，也是一种思维训练，可以提高学生的观察、分析、判断能力，促进思维和智力的发展。

【解题技巧】

1. 掌握巧算中经常要用到的一些运算定律，如乘法交换律、结合律、分配律以及除法分配律等变式定律与性质。
2. 根据题目特点，灵活运用性质，如逆用公式等。

【基本公式】

1. 运算律的应用：
乘法分配率 $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$
乘法结合率 $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
商不变性质 $a \div b = (a \times n) \div (b \times n), (n \neq 0)$
2. 分组计算：对于组合后计算得出特殊值的项进行合并同类项，然后计算，会更加简便。
3. 裂项法和拆分法：将一个数变成两个或多个数，从而方便运算。
4. 凑整法：将一个接近整数的数凑成整数再减去其增加或减少的数。





(第十一届“走美杯”初赛)下面算式中结果最大的是_____.

A. $\frac{8}{9} + \frac{1}{2}$

B. $\frac{8}{9} - \frac{1}{2}$

C. $\frac{8}{9} \times \frac{1}{2}$

D. $\frac{8}{9} \div \frac{1}{2}$

【答案】D.

【解析】观察题目可以发现,显然 $A > B$. 再比较 A、C、D 即可. 因为 $\frac{8}{9} \div \frac{1}{2} = \frac{8}{9} \times 2$, 所以 $D > C$; 又因为 $\frac{8}{9} > \frac{1}{2}$, 所以 $D > A$, 即 D 最大.

【举一反三 1】

在 $\frac{17}{5}$ 、3.04、3.4 和 $3\frac{1}{3}$ 四个数中,第二小的数是_____.



(第八届“希望杯”决赛)计算: $2012 \times 0.318 + 201.2 \times 8.49 - 20.12 \times 6.7$
=_____.

【答案】2213.2.

【解析】

$$\begin{aligned} & 2012 \times 0.318 + 201.2 \times 8.49 - 20.12 \times 6.7 \\ &= 2012 \times 0.318 + 2012 \times 0.849 - 2012 \times 0.067 \\ &= 2012 \times (0.318 + 0.849 - 0.067) \\ &= 2012 \times 1.1 \\ &= 2012 \times (1 + 0.1) \\ &= 2012 \times 1 + 2012 \times 0.1 \\ &= 2012 + 201.2 \\ &= 2213.2. \end{aligned}$$

【举一反三 2】

(第五届“走美杯”决赛)计算: $223 \times 7.5 + 22.3 \times 12.5 + 230 \div 4 - 0.7 \times 2.5 + 1$
=_____.





$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \cdots + 49 \times 50 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

【答案】41650.

【解析】设 $S = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \cdots + 49 \times 50$.

$$1 \times 2 \times 3 = 1 \times 2 \times 3$$

$$2 \times 2 \times 3 = 2 \times 3 \times (4 - 1) = 2 \times 3 \times 4 - 1 \times 2 \times 3$$

$$3 \times 4 \times 3 = 3 \times 4 \times (5 - 2) = 3 \times 4 \times 5 - 2 \times 3 \times 4$$

.....

$$49 \times 50 \times 3 = 49 \times 50 \times (51 - 48) = 49 \times 50 \times 51 - 48 \times 49 \times 50$$

$$3S = 1 \times 2 \times 3 + 2 \times 3 \times 3 + 3 \times 4 \times 3 + \cdots + 49 \times 50 \times 3$$

$$= 49 \times 50 \times 51$$

$$\text{即 } S = 41650.$$

【举一反三 3】

$$1 \times 4 + 4 \times 7 + 7 \times 10 + \cdots + 49 \times 52 = \underline{\hspace{2cm}}.$$



(第十届“走美杯”决赛) 算式 $\frac{2^3}{1 \times 2 \times 3} + \frac{4^3}{3 \times 4 \times 5} + \frac{6^3}{5 \times 6 \times 7} + \cdots + \frac{2012^3}{2011 \times 2012 \times 2013}$ 的计算结果是_____.

【答案】 $1006 \frac{1006}{2013}$.

【解析】原式可变形为 $\frac{4}{3} + \frac{16}{15} + \cdots + \frac{2012 \times 2012}{2011 \times 2013}$, 把每个分数化为“1 + 分数单位”的形式, 再把每个分数单位进行拆分, 简单计算即可.

$$\text{原式} = \frac{4}{3} + \frac{16}{15} + \cdots + \frac{2012 \times 2012}{2011 \times 2013}$$

$$= 1 + \frac{1}{3} + 1 + \frac{1}{15} + \cdots + 1 + \frac{1}{2011 \times 2013}$$

$$= 1006 + \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \cdots + \frac{1}{2011} - \frac{1}{2013} \right)$$

$$= 1006 + \frac{1}{2} \times \frac{2012}{2013}$$





$$=1006 + \frac{1006}{2013}$$

$$=1006 \frac{1006}{2013}$$

【举一反三 4】

(第九届“走美杯”决赛) $99 \times \left(\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{32 \times 33} \right)$ 的计算结果是_____.

大显身手

1. 计算: $9.996 + 29.98 + 169.9 + 3999.5$

2. 计算: $9.9 \times 9.9 + 1.99$

3. 计算: $2.437 \times 36.54 + 243.7 \times 0.6346$

4. (第二十届“祖冲之杯”) 计算: $\left(\frac{49}{12} - \frac{63}{20} + \frac{77}{30} - \frac{91}{42} \right) \div \frac{4}{15}$





5. 计算: $\left(\frac{191919}{989898} + \frac{190190}{980980} + \frac{19001900}{98009800}\right) \div \frac{19}{98} \times \frac{9898}{1919}$

6. 计算: $76 \times \left(\frac{1}{23} - \frac{1}{53}\right) + 23 \times \left(\frac{1}{53} + \frac{1}{76}\right) - 53 \times \left(\frac{1}{23} - \frac{1}{76}\right)$

7. (第十四届“中环杯”初赛) 计算: $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 + \frac{1}{3}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \dots$
 $\times \left(1 + \frac{1}{10}\right) \times \left(1 - \frac{1}{10}\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

8. (第十八届“祖冲之杯”小学数学邀请赛) 计算 $\left(1 + \frac{7}{33}\right) + \left(1 + \frac{7}{33} \times 2\right) +$
 $\left(1 + \frac{7}{33} \times 3\right) + \dots + \left(1 + \frac{7}{33} \times 10\right) + \left(1 + \frac{7}{33} \times 11\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$





第二周

因数倍数与 质数合数



因数与倍数：整数除法里，如果被除数除以除数所得的商都是自然数而没有余数，就说被除数是除数的倍数，除数是被除数的因数。如 $15 \div 3 = 5$ ，则 15 是 3 的倍数，3 是 15 的因数。

自然数按因数的个数来分有四种：质数、合数、1、0。

质数（或素数）：只有 1 和它本身两个因数，如 2、3、5 等。

合数：除了 1 和它本身还有别的因数，如 15、18 等。

【解题技巧】

牢记质数概念，并对任意一个数能够熟练将其分解成 2 个或多个因数的乘积。

【基本公式】

1. 倍数特征：

数字	倍数特征	举例
2	个位上的数是 0、2、4、6、8	20、52、46、38 等
3	各个数位上的数字的和是 3 的倍数	150、36、45、1122 等
5	个位上的数是 0 或 5	10、15、20 等
8	最后三位是 8 的倍数	1008 等
11	奇数位的数字之和与偶数位的数字之和的差是 0 或 11 的倍数	231、1012 等

2. 1000 以内的质数表(共 168 个)





范围	质数
0~100	2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97
101~200	101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, 149, 151, 157, 163, 167, 173, 179, 181, 191, 193, 197, 199
201~300	211, 223, 227, 229, 233, 239, 241, 251, 257, 263, 269, 271, 277, 281, 283, 293
301~400	307, 311, 313, 317, 331, 337, 347, 349, 353, 359, 367, 373, 379, 383, 389, 397
401~500	401, 409, 419, 421, 431, 433, 439, 443, 449, 457, 461, 463, 467, 479, 487, 491, 499
501~600	503, 509, 521, 523, 541, 547, 557, 563, 569, 571, 577, 587, 593, 599
601~700	601, 607, 613, 617, 619, 631, 641, 643, 647, 653, 659, 661, 673, 677, 683, 691
701~800	701, 709, 719, 727, 733, 739, 743, 751, 757, 761, 769, 773, 787, 797
801~900	809, 811, 821, 823, 827, 829, 839, 853, 857, 859, 863, 877, 881, 883, 887
901~1000	907, 911, 919, 929, 937, 941, 947, 953, 967, 971, 977, 983, 991, 997



(第十届“走美杯”初赛)200 到 220 之间有唯一的质数,它是_____.

【答案】211.

【解析】在自然数中,除了 1 和它本身外,没有别的因数的数为质数.

【举一反三 1】

(第八届“走美杯”决赛)有一个三位数 N 是质数,它的各个数字各不相同且都是质数, N 最小是_____.



(第十届“走美杯”初赛)有五个互不相等的非零自然数. 如果其中一个数减少 45,另外四个数都变成原先的 2 倍,那么得到的仍然是这五个数. 这五个数的总和是_____.

【答案】93.

【解析】设这五个互不相等的非零自然数大小顺序为 $a < b < c < d < e$,根据题意可知,减少 45 的只能是 e ,所以得 $b = 2a, c = 2b, d = 2c, e = 2d, e - 45 = a$,所以得 $e = 16a$,解得 $a = 3, b = 6, c = 12, d = 24, e = 48$,这五个数的和为 93.

【举一反三 2】

一个正整数,它的 2 倍的因数恰好比它自己的因数多 2 个,它的 3 倍的因数恰好比它自己的因数多 3 个,那么这个数是多少?





金牌
例题

(第九届“走美杯”初赛)五个连续自然数,每个数都是合数,这五个连续自然数的和最小是_____.

【答案】130.

【解析】由于质数中,除了2之外,其余的质数都为奇数.又由于自然数中,奇数与偶数是相邻的,因此要找五个连续自然数都是合数的自然数,只要找到连续的奇数都是合数的自然数即可,从最小自然数找起可知,五个连续的最小的自然数为合数的最小为24、25、26、27、28,将它们相加可得:

$$24 + 25 + 26 + 27 + 28 = 130.$$

【举一反三 3】

(第八届“走美杯”决赛)9个连续自然数中,最大数是最小数的3倍.这9个数的和是_____.

银牌
例题

(第九届“走美杯”决赛)一个大于0的整数的每个数字不是7就是9,但不全是7也不全是9,并且它是7和9的倍数.满足上述条件的最小正整数是_____.

【答案】7777779779.

【解析】因为数字只包括7和9,那我们设有 x 个7, y 个9,则所有数位的数字之和为 $7x + 9y$,得到的值必须是9的倍数,设 $7x + 9y = 9z$,推得 $7x = 9(z - y)$.要使数字最小,则先考虑 x 为9的情况,即该数字中至少有9个7,则该数字各数位的和至少是 $7 \times 9 = 63$;则 y 的值可以从1开始随便取,该数字一定是9的倍数.下面开始讨论.

(1)若 y 为1,即数字中有9个7,1个9,且把9先看成是 $7 + 2$.设该数字为 $777777777 + 2 \times 10^n$,要使该数字为7的倍数,则 2×10^n 要为7的倍数,显然不可能.

(2)若 y 为2,即数字中有9个7,2个9,设该数字为 $777777777 + 2 \times 10^n + 2 \times 10^m$.要使该数字为7的倍数,则 $2 \times 10^n + 2 \times 10^m$ 要为7的倍数.因为要最小,所以 n 从取0开始试;当 n 取1时, $2 \times 10^n + 2 \times 10^m = 22$ 不成立;当 n 取2时, $2 \times 10^n + 2 \times 10^m = 202$ 不成立;当 n 取3时, $2 \times 10^n + 2 \times 10^m = 2002$ 成立.所以该数字为 $777777777 + 2 \times 10^0 + 2 \times 10^3 = 7777779779$.





【举一反三 4】

将 400 分成两个三位数之和,其中一个 是 9 的倍数,另一个是 17 的倍数,这两个数分别是多少?

大显身手

1. 因为 2003 是一个质数,所以 2003 年是一个质数年.在 2003 年以后的 10 年中还有一个质数年,这个质数年是下列选项中的()年.
A. 2005 B. 2007 C. 2009 D. 2011 E. 2013
2. (第六届“走美杯”决赛)自然数 N 有 20 个正约数, N 的最小值为_____.
3. (第六届“走美杯”初赛)若 $A, \overline{1A}, \overline{2A}$ 都是质数,则 $A =$ _____. ($\overline{1A}$ 是指十位数为 1,个位数字为 A 的两位数)
4. 小明写了四个小于 10 的自然数,它们的积是 360. 已知这四个数中只有一个合数.这四个数是_____.
5. 聪聪先求出自然数 N 的所有因数,再将这些因数两两求和,结果发现,最小的和是 3,最大的和是 2010,那么这个自然数 N 是_____.
6. 若 a, b, c 是三个互不相等的大于 0 的自然数,且 $a + b + c = 1155$,则它们的最大公因数的最大值为_____,最小公倍数的最小值为_____,最小公倍数的最大值为_____.
7. 从 1 到 30 的所有数中,删去若干个数,使得在剩下的数中,没有任何一个数是另外一个数的两倍.最少要删掉_____个数.
8. 把 7、14、20、21、28、30 分成两组,使每组三个数相乘,两组数的乘积相等.





9. 在 100 以内与 77 互质的所有奇数之和是多少?
10. 0~6 这 7 个数字能组成许多个没有重复数字的 7 位数, 其中有些是 55 的倍数, 这些数中最大的一个是几?
11. 100 以内因数个数最多的自然数有五个, 它们分别是几?
12. 爷孙两人今年的年龄的乘积是 693, 4 年前他们的年龄都是质数. 爷孙两人今年的年龄各是多少岁?

