

国家中等职业教育示范教育建设成果

数 学

S HUXUE

主 编 陈海滨 余春玲
刘远钦 郭永忠



重庆大学出版社

<http://www.cqup.com.cn>

数 学

主 编 陈海滨 余春玲
刘远钦 郭永忠

重庆大学出版社

内 容 简 介

本教材是中等职业教育课程改革规划教材,根据教育部 2009 年颁布的《中等职业学校数学教学大纲》(简称“教学大纲”)编写,经中等职业教育教材编审委员会审定通过。本教材坚持“教学大纲”对“课程教学目标”的定位,内容的选取严格遵循“教学大纲”对“认知要求和技能与能力要求”的规定。

本教材全册共 10 章,内容包括:集合,不等式,函数,指数函数与对数函数,三角函数,数列,平面向量,直线和圆的方程,立体几何,概率与统计初步。在内容编排上,体现了知识的基础性、衔接性、系统性、科学性;在内容结构上进行了模块化设计,注重对学生学习方法的指导。本教材突出职业教育特点,有较好的教学适用性。

本教材是中等职业教育基础课教材,可供各类中等职业学校各专业作为教材使用。

图书在版编目(CIP)数据

数学/郭永忠,陈海滨主编.—重庆:重庆大学出版社,2015.3

ISBN 978-7-5624-8919-1

I. ①数… II. ①郭…②陈… III. ①数学课—中等专业学校—教材 IV. ①G634.601

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2015)第 046303 号

数 学

主 编 陈海滨 余春玲 刘远钦 郭永忠

策划编辑:周 立

责任编辑:文 鹏 曾春燕 版式设计:周 立

责任校对:关德强 责任印制:赵 晟

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:邓晓益

社址:重庆市沙坪坝区大学城西路 21 号

邮编:401331

电话:(023) 88617190 88617185(中小学)

传真:(023) 88617186 88617166

网址:<http://www.cqup.com.cn>

邮箱:fxk@cqup.com.cn(营销中心)

全国新华书店经销

万州日报印刷厂印刷

*

开本:787×1092 1/16 印张:14.5 字数:215 千

2015 年 3 月第 1 版 2015 年 3 月第 1 次印刷

印数:1—3 050

ISBN 978-7-5624-8919-1 定价:39.80 元

本书如有印刷、装订等质量问题,本社负责调换

版权所有,请勿擅自翻印和用本书

制作各类出版物及配套用书,违者必究

前言

本教材为《数学》。是根据教育部 2009 年颁布的《中等职业学校数学教学大纲》的规定,结合中等职业教育发展中的实际情况,与时俱进编写而成。

本教材的编写“特色”:

1.注重知识内容的基础性

本教材知识内容的编写,立足于中等职业学校数学教学的实际情况,遵循中等职业学校的学生认知发展规律,由浅入深、由易到难、由具体到抽象,循序渐进。

2.注重知识结构的衔接性

本教材的知识结构,既注重与九年义务教育阶段课程内容的衔接,又兼顾与专业课程的衔接,还考虑与学生综合素质要求的衔接。保持中等职业学校数学教学的科学性、完整性、延续性,具有鲜明的职教特色。

3.注重章节内容的“模块化”设计

本教材的编写,针对中等职业学校学生的素质特点,将章节具体内容设计为以下 7 个模块:“问题导入”“知识探究”“应用举例”“归纳指引”“课堂练习”“课后习题”“综合复习题”。其中《归纳指引》个性鲜明,突出学习方法的引导,旨在培养学生的自主学习能力、实践创新能力和适应社会生活的能力。

学时分配可参考下表：

章内容	学时数	章内容	学时数
第1章 集合	10	第6章 数列	10
第2章 不等式	8	第7章 平面向量	10
第3章 函数	12	第8章 直线和圆的方程	18
第4章 指数函数与对数函数	12	第9章 立体几何	14
第5章 三角函数	18	第10章 概率与统计初步	16

本书由陈海滨、余春玲、刘远钦、郭永忠任主编,李敏青、廖苑芳、邓富才、黄美桂、罗云娟等任编委。

本书在编写过程中,参阅了大量的相关论著,并吸取了其中的最新研究成果和有益经验。在此特向原著者表示衷心的感谢。

由于编者时间仓促,水平有限,难免存在不足之处,敬请批评指正。

编 者

目 录

第 1 章 集合	1
1.1 集合的概念及表示法	1
1.2 集合之间的关系	8
1.3 集合的运算	12
1.4 逻辑用语	17
〈综合复习题 1〉	19
第 2 章 不等式	21
2.1 不等式的基本性质	21
2.2 区间	23
2.3 一元二次不等式及其解法	25
2.4 含绝对值的不等式简介	29
〈综合复习题 2〉	31
第 3 章 函数	33
3.1 函数的概念	33
3.2 函数的三种表示法	37

3.3 函数的性质	42
3.4 函数的实际应用举例	47
〈综合复习题 3〉	49
第 4 章 指数函数与对数函数	51
4.1 实数指数幂与幂函数简介	51
4.2 指数函数	57
4.3 对数	61
4.4 对数函数	66
〈综合复习题 4〉	70
第 5 章 三角函数	72
5.1 角的概念推广	72
5.2 弧度制	75
5.3 任意角的三角函数	78
5.4 同角三角函数的基本关系	85
5.5 诱导公式	88
5.6 正弦函数与余弦函数的图像和性质	93
5.7 已知三角函数值求指定范围内的角	100
〈综合复习题 5〉	103
第 6 章 数列	105
6.1 数列的概念	105
6.2 等差数列	109
6.3 等比数列	113

6.4 数列实际应用举例	117
〈综合复习题 6〉	119
第 7 章 平面向量	121
7.1 平面向量的概念	121
7.2 平面向量的运算	124
7.3 平面向量的坐标表示	129
7.4 平面向量的内积(数量积)	134
〈综合复习题 7〉	138
第 8 章 直线和圆的方程	140
8.1 两点间距离公式及中点公式	140
8.2 直线的方程	144
8.3 两条直线的位置关系	151
8.4 点到直线的距离	159
8.5 圆的方程	161
8.6 直线与圆的位置关系	165
8.7 直线的方程与圆的方程应用举例	166
〈综合复习题 8〉	168
第 9 章 立体几何	171
9.1 平面的基本性质	171
9.2 直线与直线、直线与平面、平面与 平面平行的判定与性质	174
9.3 直线与直线、直线与平面、平面与 平面垂直的判定与性质	180
9.4 空间几何体	187
〈综合复习题 9〉	196

第 10 章 概率与统计初步	199
10.1 分类、分步计数原理	199
10.2 随机事件和概率	203
10.3 直方图与频率分布	208
10.4 样本和抽样方法	212
10.5 用样本均值、标准差估计总体 均值、标准差	216
〈综合复习题 10〉	220

第 **1** 章

集 合

1.1 集合的概念及表示法

1.1.1 集合的概念

〈知识探究〉

日常生活中,我们所看到的、听到的、触摸到的、想到的各种各样的实物或一些抽象的符号,都可以视为对象,由某些确定的对象集聚在一起所组成的整体,就称为**集合**,简称**集**.组成集合的每个对象称为**元素**.

例如:把所有小于 10 的自然数 $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ 中的各个数都看成对象,所有这些对象汇集在一起,就构成了一个集合,其中的每个数即为此集合中的元素.

集合一般用大写英文字母 $A, B, C, \dots$ 表示, 它们的元素一般用小写英文字母 $a, b, c, \dots$ 表示. a 如果是集合 A 的元素, 就说 a 属于 A , 记作 $a \in A$; 如果 a 不是集合 A 的元素, 就说 a 不属于 A , 记作 $a \notin A$.

一般地, 把不含任何元素的集合称为**空集**, 记作 $\emptyset$. 例如方程 $x-2=x-3$ 的解所组成的集合即为空集, 因为这个集合不含任何元素.

对于给定集合有如下性质:

(1) 集合的元素具有确定性, 即作为一个集合的元素, 必须是确定的. 也就是说, 给定一个集合, 就可以确定任何一个对象是不是这个集合的元素.

(2) 集合的元素具有互异性, 即给定一个集合, 则集合的元素一定是互不相同的.

(3) 集合的元素具有无序性, 即元素排列顺序可以是任意的.

〈应用举例〉

例 1 下列语句能否确定一个集合?

- (1) 漂亮的女孩儿;
- (2) 方程 $x^2=9$ 的所有解;
- (3) 不等式 $x-5>0$ 的所有解.

解

(1) 因为漂亮没有具体的标准, 所指的对象“女孩儿”是不确定的, 所以不能构成集合.

(2) 方程 $x^2=9$ 的解为 -3 和 3 是确定的对象, 所以可以构成集合.

(3) 解不等式 $x-5>0$ 可得 $x>5$, 它们是确定的对象, 所以可以构成集合.

想一想

我们日常生活中的哪些事物可以汇集在一起, 构成一个集合呢?

思考与讨论

$0 \in \emptyset$ 吗?

〈知识探究〉

根据集合所含有的元素个数,可以将其分为有限集和无限集两类,含有有限个元素的集合称为**有限集**,含有无限个元素的集合称为**无限集**.例如上述例1中的(2)所构成的集合即为有限集,(3)所构成的集合即为无限集.

在例1的(2)中,集合的元素是 -3 和 3 ,它们都是方程 $x^2=9$ 的解,像这样,方程的所有解组成的集合称为这个方程的解集;同样,在例1的(3)中,由不等式的所有解所组成的集合称为这个不等式的解集.

由数所组成的集合称为数集.我们用某些特定的大写英文字母表示常用的一些数集:

所有非负整数所组成的集合称为**自然数集**,记作 $\mathbf{N}$;

所有正整数所组成的集合称为**正整数集**,记作 $\mathbf{N}^*$;

所有整数组成的集合称为**整数集**,记作 $\mathbf{Z}$;

所有有理数组成的集合称为**有理数集**,记作 $\mathbf{Q}$;

所有实数组成的集合称为**实数集**,记作 $\mathbf{R}$.

〈归纳指引〉

正确使用“ $\in$ 或 $\notin$ ”的关键是左边是元素,右边是集合.

〈课堂练习〉

1.用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填写:

(1) -3 $\underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}$; (2) 3.14 $\underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$;

(3) π $\underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Q}$; (4) $\sqrt{2}$ $\underline{\hspace{1cm}} \mathbf{Z}$;

(5) $\frac{1}{3}$ $\underline{\hspace{1cm}} \mathbf{R}$; (6) -1 $\underline{\hspace{1cm}} \mathbf{N}^*$.

2.判断下列所述是否构成一个集合.

(1)个子高的男同学;

(2)方程 $x^2-1=0$ 的所有解;

(3)不等式 $x-3>0$ 的所有解.

1.1.2 集合的表示方法

〈问题导入〉

我们已经知道了如何构成集合,那么如何表示一个集合呢?

常用的表示方法有列举法和描述法两种.

1. 列举法

〈知识探究〉

把集合的元素一一列举出来,中间用逗号隔开,写在花括号“{}”中,这种表示集合的方法称为**列举法**.例如,由小于5的自然数所组成的集合可表示为

$$\{0, 1, 2, 3, 4, \};$$

方程 $x^2 = 4$ 的所有解组成的集合可表示为

$$\{-2, 2\};$$

思考与讨论

集合 $\{\emptyset\}$ 是空集吗? $0, \emptyset, \{0\}, \{\emptyset\}$ 之间有什么区别?

当集合为无限集或元素很多的有限集时,可以在花括号内只写出几个元素,其他用省略号表示即可,但所写出的元素必须让人明白省略号表示哪些元素

例如,自然数集 $\mathbf{N}$ 为无限集,可表示为

$$\{0, 1, 2, 3, \cdots, n, \cdots\};$$

不大于100的全体自然数所组成的集合为有限集,可表示为

$$\{0, 1, 2, 3, \cdots, 100\}.$$

〈应用举例〉

例2 用列举法表示下列集合:

(1) 大于1小于10的所有奇数组成的集合;

(2) 方程 $x^2+x-6=0$ 的解集.

解

(1) 大于1小于10的所有奇数有3,5,7,9,它们所组成的集合可表示为

$$\{3, 5, 7, 9\}.$$

(2) 解方程 $x^2+x-6=0$ 得

$$x_1 = -3, x_2 = 2$$

所以该方程的解集为 $\{-3, 2\}$.

学习提示

用列举法表示集合时,一般不必考虑元素的排列顺序,如集合 $\{1, 2\}$ 与集合 $\{2, 1\}$ 表示的是同一个集合.

2. 描述法

〈知识探究〉

有的集合用列举法表示很不方便,甚至是不可能的,如“由大于2的所有实数组成的集合”,大于2的实数有无穷多个,而且无法用列举法将该集合的元素列出,此时用描述法来表示该集合则比较方便.

把描述集合元素的特征性质或表示集合中元素的规律写在花括号内,用来表示集合的方法称为**描述法**.例如上述“由大于2的所有实数组成的集合”,可以看出该集合的元素都具有如下性质:都是实数,都大于2.因此,该集合可用描述法表示为

$$\{x \in \mathbf{R} \mid x > 2\},$$

花括号内竖线左侧的 x 表示这个集合中的任意一个元素,元素 x 从实数集 $\mathbf{R}$ 中取值,竖线的右侧写出的是元素的特征性质.

如果从上下文可以明显看出,集合的元素为实数,则 $x \in \mathbf{R}$ 也可以省略不写,如上述的集合可表示为

$$\{x | x > 2\}.$$

〈应用举例〉

例 3 用描述法表示下列集合.

(1) 不大于 3 的所有实数构成的集合;

(2) 不等式 $10x + 1 \geq 0$ 的解集.

解 (1) 该集合的一个特征性质可以描述为小于或等于 3 的实数,即 $x \leq 3$,

所以这个集合可表示为

$$\{x | x \leq 3\}.$$

(2) 解不等式 $10x + 1 \geq 0$ 可得 $x \geq -\frac{1}{10}$, 所以该不等式的解集为

$$\left\{x | x \geq -\frac{1}{10}\right\}.$$

〈归纳指引〉

用列举法表示集合,可以明确地看到每个元素;而用描述法表示集合,可以清晰地反映出集合元素的特征性质.因此在具体的应用中要视情况灵活选用.

〈课堂练习〉

用适当的方法表示下列集合.

1. 小于 10 的正整数;

2. 不等式 $3x - 1 \geq 0$ 的解集.

想一想

由第一象限所有的点组成的集合怎么表示?

〈课后习题〉

习题 A

1. 指出下列哪些集合是空集?

(1) 方程 $x^4+2=0$ 的解集;

(2) 方程 $x+1=1$ 的解集.

2. 用符号“ $\in$ ”或“ $\notin$ ”填空.

(1) -3 _____ $\mathbf{N}$, 0.5 _____ $\mathbf{N}$;

(2) 2.8 _____ $\mathbf{Z}$, -6 _____ $\mathbf{Z}$;

(3) -0.1 _____ $\mathbf{Q}$, π _____ $\mathbf{Q}$;

(4) 1.6 _____ $\mathbf{R}$, π _____ $\mathbf{R}$.

3. 用列举法表示下述集合.

(1) 大于 3.2 小于 10.8 的整数;

(2) 方程 $x^2+10x+25=0$ 的解组成的集合;

(3) 16 的平方根.

4. 用描述法表示下述集合.

(1) 100 以内的自然数;

(2) 小于 -2 的实数;

(3) 不等式 $3 < x - 2 < 5$ 的解集.

习题 B

1. 用列举法表示下述集合.

(1) $\{x \in \mathbf{N} \mid 3 < x < 15\}$;

(2) 5 的平方根组成的集合;

(3) 所有负偶数组成的集合.

2. 用描述法表示下列集合.

(1) 由方程 $x^2-x-6=0$ 的根所组成的集合;

(2) 大于 3 且小于 5 的所有实数组成的集合.

1.2 集合之间的关系

1.2.1 子集

〈问题导入〉

观察下列集合:

$$(1) A = \{2, 4, 6\}, B = \{2, 4, 6, 8\};$$

$$(2) A = \{x | x \text{ 是长方形}\}, B = \{x | x \text{ 是平行四边形}\}.$$

可以看出, 上述集合 A 中的任意一个元素都是集合 B 的元素.

〈知识探究〉

一般地, 如果集合 A 中的所有元素都属于集合 B , 那么集合 A 就称为集合 B 的**子集**, 记作

$$A \subseteq B \text{ 或 } B \supseteq A$$

读作“ A 包含于 B ”或“ B 包含 A ”.

由上述子集的定义可知, 任意一个集合 A 都是它自身的子集, 即 $A \subseteq A$.

规定: 空集是任意一个集合的子集, 即对于任意一个集合 A , 都有 $\emptyset \subseteq A$.

如果集合 A 是集合 B 的子集, 且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A , 那么集合 A 称为集合 B 的**真子集**, 记作

$$A \subsetneq B \text{ 或 } B \supsetneq A,$$

读作“ A 真包含于 B ”或“ B 真包含 A ”, 可用图 1.1 所示图形来直观地表示.