

总主编 李朝东



中考

加油站

本册主编◎施巍

本册副主编◎黄小芬 李淑琴

数学

宁夏地区通用



黄河出版传媒集团
宁夏人民教育出版社

中考

加油站

本册主编◎施巍

本册副主编◎黄小芬 李淑琴

数学

宁夏地区通用

★★★★★



黄河出版传媒集团
宁夏人民教育出版社

图书在版编目(CIP)数据

中考加油站. 数学/李朝东主编;施巍分册主编. —银川:宁夏人民教育出版社,2011.1

ISBN 978-7-80764-382-1

I. ①中… II. ①李… ②施… III. ①数学课—初中—习题—升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2011)第006119号

中考加油站 数学

本册主编 施巍

责任编辑 虎雅琼

封面设计 王 丽

责任印制 刘 丽

黄河出版传媒集团 出版发行
宁夏人民教育出版社

地 址 银川市北京东路139号出版大厦(750001)

网 址 www.nxcbn.com

网上书店 www.hh-book.com

电子信箱 nxhhsz@yahoo.cn

邮购电话 0951-5014284

经 销 全国新华书店

印刷装订 宁夏捷诚彩色印务有限公司

开 本 787mm×1092mm 1/16 印 张 14.75 字 数 270千

印刷委托书号(宁)0006028 印 数 5000册

版 次 2011年1月第1版 印 次 2011年1月第1次印刷

书 号 ISBN 978-7-80764-382-1/G·1307

总定价 168.00元(共六册)

版权所有 翻印必究

黄河学典 胜定中考

■ 打开这本书您就打开了一幅中考全景图！

地区全——这里包容了来自全国课改实验区和非实验区共100多个地区最新中考试卷100多套。

考点全——所有必考知识点一网打尽。

题型全——中考常见题型穷尽列举，并附最新宁夏中考真题试卷。

■ 打开下面的每一个锦囊，您定能探寻到中考闯关的知识解码。

【考题经典】这里是最新经典考题的集中营。“思路点拨”向您展示解题的关键步骤，点拨解题思路和方法。“失误警示”提醒您哪些地方最容易出错，如何避免。

【考点前瞻】这一块让您明白过去曾经考了什么，是怎样考的。同时告诉您今年可能考什么，会怎么考。

【名题热身】这里有不同地区、不同题型、不同难易梯度的习题组合，这里是一块足以以假乱真的中考模拟演练场。

【指点迷津】这是“名题热身”栏目给读者的特别馈赠，在难度较大、技巧性较强的题目身后，总能发现“指点迷津”标牌下简洁实用的三言两语。

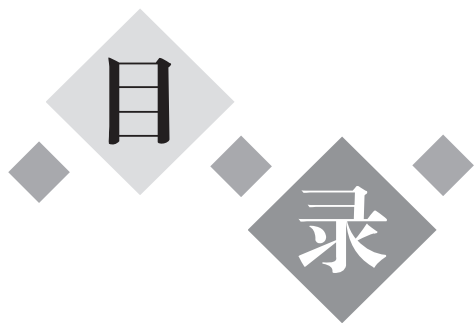
本书的缺陷在所难免，恳请教师和同学们给我们提出具体、翔实的意见，这是对我们工作的促进。在下一版图书修订时，我们将把您的意见附在书后，以示谢意，同时给予相应的奖励。

您好！感谢您使用《黄河学典·中考加油站》！

为了不断提高图书质量，恳请您写下使用本书的体会与感受，我们将真诚地吸纳。在修订时将刊登您的意见，并予以一定的奖励，以表达我们诚挚的谢意。

读者简介	姓 名		性 别		出生年月		学 科	
	所在学校			通讯地址				
	联系方式	(H) : 手机 :				(O) E-mail :		
您对本书习题的评价： 1. 新颖程度： 新颖 ☐ 一般 ☐ 陈旧 ☐ 2. 难易程度： 难 ☐ 合理 ☐ 易 ☐ 3. 题型设置： 全面 ☐ 不全面 ☐ 4. 例题数量： 过多 ☐ 适中 ☐ 过少 ☐ 5. 习题数量： 过多 ☐ 适中 ☐ 过少 ☐ 6. 习题答案： 详细到位 ☐ 过简 ☐			您对本书体例形式的评价： 1. 栏目设置： 过多 ☐ 适中 ☐ 过 少 ☐ 2. 题空： 过大 ☐ 正好 ☐ 过 小 ☐ 3. 版式： 美观 ☐ 一般 ☐ 不美观 ☐ 4. 封面： 美观 ☐ 一般 ☐ 不美观 ☐			您的购买行为： 1. 您购买本书的途径： 广 告 ☐ 教师推荐 ☐ 家长购买 ☐ 学校统一购买 ☐ 自己购买 ☐ 同学推荐 ☐ 2. 您购买本书的主要原因（可多选）： 广告宣传 ☐ 包装形式 ☐ 内 容 ☐ 图书价格 ☐ 封面设计 ☐ 书 名 ☐		
您对本书的其他意见：								

邮编: 750001



第一章 数与式

第1单元	有理数	1
第2单元	实数	4
第3单元	代数式	6
第4单元	整式	9
第5单元	分式	11
第6单元	二次根式	14

第二章 方程(组)与不等式(组)

第1单元	一元一次方程(组)	16
第2单元	分式方程	19
第3单元	一元二次方程	21
第4单元	不等式(组)	25

第三章 函数

第1单元	平面直角坐标系与函数的概念	29
第2单元	一次函数	34
第3单元	反比例函数	38
第4单元	二次函数	43
第5单元	函数综合问题	47

第四章 图形的认识

第1单元	直线与角	52
第2单元	三角形的基本概念和全等三角形	55
第3单元	特殊三角形及其解法	59
第4单元	平行四边形与多边形	64

第5单元	矩形、菱形和正方形	68
第6单元	梯 形	72
第7单元	圆的基本概念和位置关系	77
第8单元	正多边形与弧长、扇形面积的计算	81

第五章 图形与变换

第1单元	图形的轴对称与中心对称	86
第2单元	图形的平移与旋转	90
第3单元	图形的相似	95
第4单元	锐角三角函数	99
第5单元	视图与投影	106

第六章 图形与证明

.....	111
-------	-----

第七章 统 计

第1单元	众数、中位数、平均数、统计图	116
第2单元	极差、方差、标准差、频数与频率	123

第八章 概 率

.....	130
-------	-----

第九章 综合题型

第1单元	猜想、探索规律型问题	136
第2单元	开放性试题	140
第3单元	阅读理解题	145
第4单元	方案设计问题	150
第5单元	动态问题	157

参考答案	165
------------	-----

第1单元

有理数

考题经典

一、有理数的有关概念

例1 (2010·淮安) $-(-2)$ 的相反数是 ()

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. -2

思路点拨 本题考查了相反数的定义. 根据定义我们知道只有符号不同的两个数, 其中一个是一个的相反数. 本题首先将 $-(-2)$ 化为 2, 就是求 2 的相反数, 和 2 只有符号不同的数是 -2, 所以本题答案为 -2. 本题还可以这样考虑: 在数轴上表示两个互为相反数的点, 分别在原点的两旁, 且与原点的距离相等, 在数轴上与 2 到原点的距离相等的点对应的数是 -2.

答案点击 D

点评 有理数的有关概念:

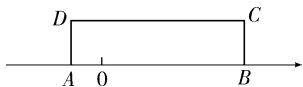
(1) 相反数: 一个具体的实数, 只需改变前面的符号, 就会得到原数的相反数. 一个正数的相反数是负数, 0 的相反数是 0, 一个负数的相反数是正数. 互为相反数的两个数的和为 0.

(2) 绝对值: 一个数的绝对值在数轴上表示这个数到原点的距离. 正数的绝对值是它本身, 0 的绝对值是 0, 负数的绝对值是它的相反数, 两数之差的绝对值在数轴上表示这两个数对应点的距离.

(3) 倒数: 一个非零数的倒数等于把这个数的分子变成分母, 同时把分母变成分子. 0 没有倒数. 互为倒数的两个数的乘积为 1.

二、数轴的概念

例2 (2010·河北) 如图, 矩形 $ABCD$ 的顶点 A, B 在数轴上, $CD = 6$, 点 A 对应的数为 -1, 则 B 点对应的数为_____.



思路点拨 本题主要考查数轴的有关知识, 由于 $AB = CD = 6$, 点 A 对应的数为 -1, 所以 B 点对应的数为 5, 故答案为 5.

答案点击 5

点评 规定了原点、长度单位和正方向的直线叫做数轴. 通常正方向向右, 在原点左边的数是负数, 在原点右边的数是正数, 数轴的功能有: 表示绝对值的几何意义, 两个数之间的距离, 比较两个数的大小等.

三、有理数的运算

例3 (2010·潼南) 计算: $(\pi - 3.14)^0 - |-3| + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - (-1)^{2010}$.

思路点拨 本题考查有理数的运算法则, 其中 $(\pi - 3.14)^0 = 1$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$, $(-1)^{2010} = 1$.

答案点击 原式 $= 1 - 3 + 2 - 1 = -1$.

点评 在进行有理数的混合运算时, 要合理运用有理数的四则运算法则、加减法法则、乘除法法则、指数幂的运算法则, 特别要注意的是: 加减法法则中的去括号法则, 乘除法法则中的同号相乘(除)得正, 异号相乘(除)得负, 指数幂的运算法则中的非零数的零次幂等于 1, 一个数的负指数幂等于这个数的倒数的正指数幂.

四、有理数表示相反意义的量(正负数的应用问题)

例4 (2010·广州) 如果 +10% 表示“增加 10%”, 那么“减少 8%”可以记作 ()

- A. -18% B. -8%
C. +2% D. +8%

思路点拨 本题考查正负数在生活中的应用问题. 正数和负数可以表示一对相反意义的量, 在本题中“增加”和“减小”就是一对相反意义的量, 既然增

加用正数表示,那么减少就用负数来表示,后面的百分比的值不变.

答案点击 B

点评 关于正负数在实际生活中的应用问题,用有理数表示互为相反意义的量是实际生活中经常会碰到的问题,如若增加记作正数,则减小记作负数;若上升记作正数,则下降记作负数;若向东行驶记作正数,则向西行驶记作负数等.

五、近似数与有效数字,科学记数法

例5 (2010·威海)据统计,截止到5月31日上海世博会累计入园人数 803.27 万人. 803.27 万这个数字用科学记数法(保留两位有效数字)表示为

- ()
- A. 8.0×10^2 B. 8.03×10^2
C. 8.0×10^6 D. 8.03×10^6

思路点拨 本题先将 803.27 万,写成 8 032 700,注意保留两位有效数字是对前面的数字而言的,与 10 及它的指数无关. 10 的指数等于整数位数减 1,整数数位是 7 位,所以 10 的指数应该为 6.

答案点击 C

名题热身

一、选择题

1. $-\frac{1}{2010}$ 的倒数是 ()

- A. -2 010 B. 2 010
C. $\frac{1}{2010}$ D. $-\frac{1}{2010}$

(2010·内江)

2. 如果 $\square \times \left(-\frac{3}{2}\right) = 1$, 则 $\square$ 内应填的实数是 ()

- A. $-\frac{3}{2}$ B. $-\frac{2}{3}$
C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

(2010·三明)

3. 下列各数中,相反数等于 5 的数是 ()

- A. -5 B. 5
C. $-\frac{1}{5}$ D. $\frac{1}{5}$

点评 将一个数用科学记数法表示为 $a \times 10^n$ ($1 \leq |a| < 10$) 的形式,其中 a 的有效数字就是 $a \times 10^n$ 的有效数字,且 n 等于这个数的整数位数减 1.

六、有理数运算规律的探索

例6 (2010·莱芜)已知: $C_3^2 = \frac{3 \times 2}{1 \times 2} = 3$, $C_5^3 =$

$\frac{5 \times 4 \times 3}{1 \times 2 \times 3} = 10$, $C_6^4 = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{1 \times 2 \times 3 \times 4} = 15$, ..., 观察上面

的计算过程,寻找规律并计算 $C_{10}^6 =$ _____.

思路点拨 本题考查有理数运算、归纳猜想. 观察各式,分子和分母都是几个连续的自然数相乘,且分子、分母的乘数的个数与 C 的上标相同,最大的数与 C 的下标相同,分母由 1 开始乘,因此 C_{10}^6 的分子是 6 个连续的自然数相乘,最大的数是 10,分母是由 1 开始的 6 个连续的自然数相乘.

答案点击 210

点评 有理数运算规律的探索题,是对能力要求较高的题,不仅要求学生能正确地进行运算,还要能从运算或运算的结果中寻找出规律.

(2010·青岛)

4. -6 的绝对值是 ()

- A. 6 B. -6
C. $\frac{1}{6}$ D. $-\frac{1}{6}$

(2010·芜湖)

5. 在 -1, 0, 1, 2 这四个数中,既不是正数也不是负数的是 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

(2010·安徽)

6. 数轴上的点 A 到原点的距离是 6, 则点 A 表示的数为 ()

- A. 6 或 -6 B. 6
C. -6 D. 3 或 -3

(2010·益阳)

7. 某市 2010 年元旦这天的最高气温是 8°C , 最低气温是 -2°C , 则这天的最高气温比最低气温高 ()

- A. 10°C B. -10°C
C. 6°C D. -6°C

(2010·襄樊)

8. 由四舍五入法得到的近似数 8.8×10^3 , 下列说法

法中正确的是 ()

- A. 精确到十分位,有 2 个有效数字
B. 精确到个位,有 2 个有效数字
C. 精确到百位,有 2 个有效数字
D. 精确到千位,有 4 个有效数字

(2010 · 青岛)

9. 2010 年 4 月 20 日晚,“支援青海玉树抗震救灾义演晚会”在莱芜市政府广场成功举行,热心企业和现场观众踊跃捐款 31 083. 58 元. 将 31 083. 58 元保留两位有效数字可记为 ()

- A. 3.1×10^6 元 B. 3.11×10^4 元
C. 3.1×10^4 元 D. 3.10×10^5 元

(2010 · 莱芜)

10. 观察下列各式:

$$1 \times 2 = \frac{1}{3}(1 \times 2 \times 3 - 0 \times 1 \times 2)$$

$$2 \times 3 = \frac{1}{3}(2 \times 3 \times 4 - 1 \times 2 \times 3)$$

$$3 \times 4 = \frac{1}{3}(3 \times 4 \times 5 - 2 \times 3 \times 4)$$

.....

计算: $3 \times (1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \cdots + 99 \times 100)$
等于 ()

- A. $97 \times 98 \times 99$ B. $98 \times 99 \times 100$
C. $99 \times 100 \times 101$ D. $100 \times 101 \times 102$

(2010 · 淮安)

11. 下面两个多位数 1248624.....、6248624....., 都是按照如下方法得到的: 将第一位数字乘以 2, 若积为一位数, 将其写在第 2 位上, 若积为两位数, 则将其个位数字写在第 2 位. 对第 2 位数字再进行如上操作得到第 3 位数字.....后面的每一位数字都是由前一位数字进行如上操作得到的. 当第 1 位数字是 3 时, 仍按如上操作得到一个多位数, 则这个多位数前 100 位的所有数字之和是 ()

- A. 495 B. 497
C. 501 D. 503

(2010 · 安徽)

二、填空题

12. 某种衬衫每件的标准价为 150 元, 如果每件以八折(即按标价的 80%)出售, 那么这种衬衫每件的实际售价应为 _____ 元.

(2010 · 哈尔滨)

13. 计算: $\left| -\frac{1}{2} \right| + 2^{-1} - 2^2 =$ _____.

(2010 · 三明)

14. 符号“ f ”表示一种运算, 它对一些数的运算结果如下:

$$(1) f_{(1)} = 0, f_{(2)} = 1, f_{(3)} = 2, f_{(4)} = 3 \cdots \cdots$$

$$(2) f\left(\frac{1}{2}\right) = 2, f\left(\frac{1}{3}\right) = 3, f\left(\frac{1}{4}\right) = 4, f\left(\frac{1}{5}\right) = 5 \cdots \cdots$$

利用以上规律计算:

$$f\left(\frac{1}{2010}\right) - f_{(2010)} =$$

(2010 · 巴中)

三、解答题

15. 计算: $|-2| - (2 - \sqrt{3})^0 + \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

(2010 · 德化)

16. 计算: $|-4| - (-3)^2 \div \frac{1}{3} - 2010^0$.

(2010 · 晋江)

第2单元

实数

考题经典

一、无理数与实数的概念

例1 (2010·巴中) 下列各数: $\frac{\pi}{2}$, 0, $\sqrt{9}$, 0.23, $\cos 60^\circ$, $\frac{22}{7}$, 0.300 03……, $1 - \sqrt{2}$ 中, 无理数个数为

- ()
- A. 2 个 B. 3 个
C. 4 个 D. 5 个

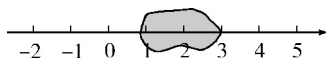
思路点拨 根据无理数的定义, 无限不循环小数是无理数. 其中 $\frac{\pi}{2}$, 0.300 03……, $1 - \sqrt{2}$ 是无理数. 要注意 $\sqrt{9} = 3$ 不是无理数, $\frac{22}{7}$ 也不是无理数.

答案点击 B

点评 无理数与有理数统称为实数, 实数与数轴上的点一一对应. 有理数都可以化成分数形式, 而无理数不能化成分数形式. 实数和有理数一样, 可以进行加、减、乘、除四则运算. 有理数的运算法则和运算律对实数仍适用.

二、估算、估计无理数的取值范围

例2 (2010·河南) 若将三个数 $-\sqrt{3}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{11}$ 表示在数轴上, 其中能被如图所示的墨迹覆盖的数是_____.



思路点拨 $-\sqrt{3}$ 是一个负数, 不可能在墨迹覆盖处; 而 $\sqrt{11}$ 大于 $\sqrt{9} = 3$, 也不在墨迹覆盖处; 只有 $\sqrt{7}$ 在 $\sqrt{4} = 2$ 和 $\sqrt{9} = 3$ 之间, 在墨迹覆盖处.

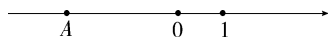
答案点击 $\sqrt{7}$

点评 由于实数与数轴上的点一一对应, 因此, 经常可以利用数轴来进行实数的大小比较, 在判断无理数对应点的位置时, 常把它与前后相近的实数进行比较. 对于二次根式形式的无理数的取值范围的估计, 还可以用平方法, 经平方后化为正整数, 再估

计其范围.

三、实数的大小比较

例3 (2010·金华) 如图, 若 A 是实数 a 在数轴上对应的点, 则关于 a , $-a$, 1 的大小关系表示正确的是 ()



- A. $a < 1 < -a$ B. $a < -a < 1$
C. $1 < -a < a$ D. $-a < a < 1$

思路点拨 由于点 A 是实数 a 在数轴上对应的点, 则 $-a$ 在数轴上对应的位置应在 1 的右边, 根据数轴上右边的点对应的数大于左边的点对应的数, 可得 $a < 1 < -a$.

答案点击 A

点评 实数的大小比较, 常将各个实数对应的点在数轴上表示出来, 然后根据数轴上右边的点对应的数大于左边的点对应的数, 可得各数的大小关系. 实数的大小比较, 常涉及到正负数的概念、相反数、倒数、绝对值以及实数的各种运算. 实数的大小比较, 还可以用作差比较法.

四、实数的运算

例4 (2010·内江) 已知 $a = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$, $b = 2\cos 45^\circ + 1$, $c = (2010 - \pi)^0$, $d = |1 - \sqrt{2}|$.

(1) 请化简这四个数;

(2) 根据化简结果, 列式表示这四个数中“有理数的和”与“无理数的积”的差, 然后计算结果.

思路点拨 先将四个数分别进行化简, 化简后再按题目的要求写出运算表达式进行运算. 化简后可以发现 a, c 为有理数, b, d 为无理数.

答案点击 (1) $a = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3$, $b = 2\cos 45^\circ + 1 = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 = \sqrt{2} + 1$, $c = (2010 - \pi)^0 = 1$, $d = |1 - \sqrt{2}| = \sqrt{2} - 1$.

(2) $\because a, c$ 为有理数, b, d 为无理数,

$$\therefore a+c-bd=3+1-(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)=4-(2-1)=3.$$

点评 实数运算时,通常先将各项单独化简,然后按照实数运算的法则进行运算,通常先括号内,后括号外;先乘除,后加减;若有指数或绝对值符号,要优先考虑进行指数运算或去掉绝对值符号.

五、定义新运算

例5 (2010·珠海)我们常用的数是十进制数,计算机程序使用的是二进制数(只有数码0和1),它们两者之间可以互相换算,如将 $(101)_2, (1011)_2$ 换算成十进制数应为:

$$(101)_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 4 + 0 + 1 = 5,$$

$$(1011)_2 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 11.$$

按此方式,将二进制数 $(1001)_2$ 换算成十进制数的结果是_____.

思路点拨 在十进制中是逢十进一,而在二进制中是逢二进一,上一位的1,相当于下一位的2, $(1001)_2 = 1 \times 2^3 + 0 + 0 + 1 = 9$.

答案点击 9

点评 对于定义新运算的问题,关键是理解新定义的运算符号的含义,新定义符号的运算法则,按照运算法则进行运算.

名题热身

一、选择题

1. 下列各数中无理数是 ()

A. 0.101001 B. 0 C. $\sqrt{5}$ D. $-\frac{2}{3}$

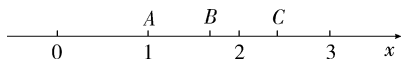
(2010·钦州)

2. 下列说法错误的是 ()

A. $\sqrt{16}$ 的平方根是 ± 2 B. $\sqrt{2}$ 是无理数
C. $\sqrt[3]{-27}$ 是有理数 D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 是分数

(2010·襄樊)

3. 如图,数轴上A、B两点对应的实数分别是1和 $\sqrt{3}$,若点A关于B点的对称点为点C,则点C所对应的实数为 ()



A. $2\sqrt{3}-1$ B. $1+\sqrt{3}$
C. $2+\sqrt{3}$ D. $2\sqrt{3}+1$

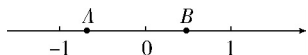
(2010·潍坊)

4. 若 $0 < x < 1$,则 x^{-1}, x, x^2 的大小关系是 ()

A. $x^{-1} < x < x^2$ B. $x < x^2 < x^{-1}$
C. $x^2 < x < x^{-1}$ D. $x^2 < x^{-1} < x$

(2010·怀化)

5. 如图所示,数轴上两点A、B分别表示实数a、b,则下列四个数中最大的一个数是 ()



A. a B. b C. $\frac{1}{a}$ D. $\frac{1}{b}$

(2010·孝感)

6. 下面四个数中与 $\sqrt{11}$ 最接近的数是 ()

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

(2010·淮安)

7. 2^8 cm 接近于 ()

A. 珠穆朗玛峰的高度 B. 三层楼的高度
C. 姚明的身高 D. 一张纸的厚度

(2010·义乌)

二、填空题

8. 计算

$$3^{-2} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(2010·晋江)

9. 在1, -2, $-\sqrt{3}$, 0, π 五个数中,最小的数是_____.

(2010·西安)

10. 化简 $\sqrt{8}-\sqrt{2}$ 的结果是_____.

(2010·梧州)

11. 若 $a < 0$,化简 $|a-3|-\sqrt{a^2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

(2010·乐山)

12. 若整数m满足条件 $\sqrt{(m+1)^2} = m+1$ 且 $m < \frac{2}{\sqrt{5}}$,则m的值是_____.

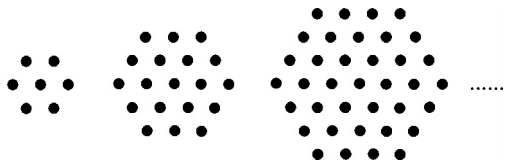
(2010·德化)

13. 先化简 $\sqrt{\frac{2}{3}} - \left(\frac{1}{6}\sqrt{24} - \frac{3}{2}\sqrt{12}\right)$,再求得它的近似值为_____. (精确到0.01, $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732$)

(2010·杭州)

14. 如图是用棋子摆参展的图案,摆第1个图案需要7枚棋子,摆第2个图案需要19枚棋子,摆第3个图案需要37枚棋子,按照这样的方式摆

下去,则摆第6个图案需要_____枚棋子,摆第 n 个图案需要_____枚棋子.



(2010·青岛)

15. 如图为手的示意图,在各个手指间标记字母 A, B, C, D . 请你按图中箭头所指方向(即 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow \dots$ 的方式)从 A 开始数连续的正整数 $1, 2, 3, 4, \dots$,当数到12时,对应的字母是_____;当字母 C 第201次出现时,恰好数到的数是_____;当字母 C 第 $2n+1$ 次出现时(n 为正整数),恰好数到的数是_____(用含 n 的代数式表示).

(2010·北京)

三、解答题

16. 计算: $(\pi - 3.14)^0 - |-3| + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} - (-1)^{2010}$.

(2010·潼南)

第3单元 代数式

考题经典

一、直接将未知数的值代入代数式求值

例1 (2010·怀化)若 $x=1, y=\frac{1}{2}$,则 $x^2+4xy+4y^2$ 的值是 ()

A. 2 B. 4 C. $\frac{3}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

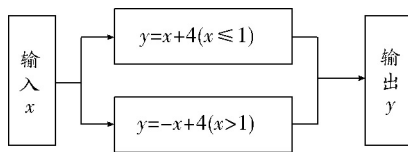
思路点拨 方法一:直接将 $x=1, y=\frac{1}{2}$ 代入 $x^2+4xy+4y^2$,计算可求得答案为4;方法二:先化简得原式 $=(x+2y)^2$,再将 $x=1, y=\frac{1}{2}$ 代入求值. 通常我们不直接代入求值,而通过化简后再代入求值.

答案点击 B

点评 关于代数式的求值问题,是各地中考每年的必考题.通常有两种思路:一是将未知数的值直接代入求值;二是先将代数式化简后再将未知数的值代入求值.

二、按照程序图求代数式的值

例2 (2010·楚雄)根据图中的程序,当输入 $x=2$ 时,输出结果 $y=$ _____.



思路点拨 程序图中有两个不同条件的计算程序,选择满足条件的计算程序,再将 x 的值代入求值. $x=2$,满足 $x>1$ 的条件,故将 $x=2$ 代入 $y=-x+4$ ($x>1$)中计算,可得结果为2.

答案点击 2

点评 根据所给程序求值的问题,是近几年中考中常出现的新题型,其原理是模仿计算机的计算程序进行计算.解决这种问题的注意点是看清程序中所必须满足的条件,按程序计算,不能把程序弄错.

三、用代数式表示实际问题中的量

例3 (2010·咸宁)惠民新村分给小慧家一套价格为12万元的住房.按要求,需首期(第一年)付房款3万元,从第二年起,每年应付房款为0.5万元与上一年剩余房款的利息的和.假设剩余房款年利率为0.4%,小慧列表推算如下:

	第一年	第二年	第三年	...
应还款 (万元)	3	$0.5 + 9 \times 0.4\%$	$0.5 + 8.5 \times 0.4\%$	...
剩余房款 (万元)	9	8.5	8	...

若第 n 年小慧家仍需还款,则第 n 年应还款_____万元($n > 1$).

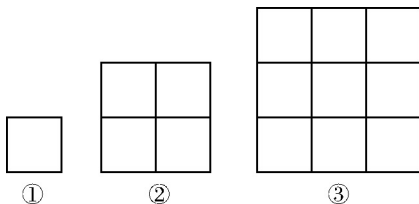
思路点拨 本题关键是要理解:“从第二年起,每年应付房款0.5万元与上一年剩余房款的利息的和.”从表中数据可见,第二年应还 $(0.5 + 9 \times 0.4\%)$,剩余8.5万元,第三年应还 $(0.5 + 8.5 \times 0.4\%)$,剩余8万元,……,第 n 年应还 $0.5 + [9 - (n - 2) \times 0.5] \times 0.4\%$ ($n > 1$).

答案点击 $0.54 - 0.002n$

点评 根据题意写代数式的问题,首先要理解题意,找出各量之间的内在联系,然后再用含字母的代数式表示出来.各量之间的关系有时比较复杂,需要通过画图或列表的方法寻找.

四、用代数式表示数量、图形或运算的规律

例4 (2010·楚雄)如图,用火柴摆出一列正方形图案,若按这种方式摆下去,摆出第 n 个图案用_____根火柴棒.(用含 n 的代数式表示)



思路点拨 第一个图案有4根火柴棒;第二个图案比第一个图案多8根火柴棒,共 $(4+8)=4 \times (1+2)$ 根火柴棒;第三个图案比第二个图案多12根火柴棒,共 $(4+8+12)=4 \times (1+2+3)$ 根火柴棒;第四个图案比第三个图案多16根火柴棒,共 $4 \times (1+2+3+4)$ 根火柴棒……因此第 n 个图案共有 $4(1+2+3+4+\cdots+n)=2n(n+1)$ 根火柴棒.

答案点击 $2n(n+1)$

点评 用代数式表示数、图形或运算的规律的问

题,通常先求出第一个数(或图形)的具体数值,再找出第二个数(或图形)比第一个数(或图形)多了几个,然后再找出第三个数(或图形)比第二个数(或图形)多了几个,根据共同点,找出各数(或图形)中的数量之间的规律,由此推出第 n 个数(或图形)用 n 表示的关系式.

五、整体换元思想求代数式的值

例5 (2010·内江)已知 $m^2 - 5m - 1 = 0$,则 $2m^2 - 5m + \frac{1}{m^2} =$ _____.

思路点拨 本题如果先由 $m^2 - 5m - 1 = 0$ 解出 m 的值再代入求值,显然比较麻烦,但如果注意到条件式与要求的关系式之间的关系,可以发现若先将 $2m^2 - 5m + \frac{1}{m^2}$ 化为 $m^2 - 5m + m^2 + \frac{1}{m^2}$,由条件可得 $m^2 - 5m = 1$,条件式两边除以 m ,得 $m - \frac{1}{m} = 5$,再平方可得 $m^2 + \frac{1}{m^2} = 27$,将两式整体代入即得.

答案点击 28

点评 整体代换的思想不仅在代数式的求值或运算中经常运用,在化简、解方程、函数式中也经常运用,能大大简化解题过程,提高运算速度,是一个值得掌握的数学思想方法.

六、利用几个非负数的和为0的性质求值

例6 (2010·巴中)若 $\sqrt{2x-y} + |y+2| = 0$,求代数式 $[(x-y)^2 + (x+y)(x-y)] \div 2x$ 的值.

思路点拨 因为 $\sqrt{2x-y}$ 与 $|y+2|$ 均为非负数,而 $\sqrt{2x-y} + |y+2| = 0$,故只有当 $\sqrt{2x-y} = 0$ 与 $|y+2| = 0$ 同时成立时,原等式才能成立,解得 $x = -1$, $y = -2$,代入原式即可求解.

答案点击 $[(x-y)^2 + (x+y)(x-y)] \div 2x$
 $= [x^2 - 2xy + y^2 + x^2 - y^2] \div 2x$
 $= (2x^2 - 2xy) \div 2x$
 $= x - y,$

由 $\sqrt{2x-y} + |y+2| = 0$,得 $2x - y = 0$, $y + 2 = 0$,解得 $x = -1$, $y = -2$.

把 $x = -1$, $y = -2$ 代入,得

原式 $= -1 - (-2) = 1$.

点评 若干个非负数的和为0时,只有当这几个非负数都同时为0时,和才能为0,这是实数的一个性质,在解题时,如果碰到几个非负数和的问题,常常要利用这一性质解题.

名题热身

一、选择题

1. 已知 $a - b = 1$, 则 $a^2 - b^2 - 2b$ 的值为 ()
 A. 4 B. 3
 C. 1 D. 0

(2010·威海)

2. 若 $x - y = \sqrt{2} - 1$, $xy = \sqrt{2}$, 则代数式 $(x - 1)(y + 1)$ 的值等于 ()
 A. $2\sqrt{2} + 2$ B. $2\sqrt{2} - 2$
 C. $2\sqrt{2}$ D. 2

(2010·临沂)

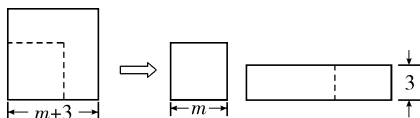
3. 若 $|m - 3| + (n + 2)^2 = 0$, 则 $m + 2n$ 的值为 ()
 A. -4 B. -1
 C. 0 D. 4

(2010·毕节)

4. 若 a, b 为实数, 且满足 $|a - 2| + \sqrt{b^2} = 0$, 则 $b - a$ 的值为 ()
 A. 2 B. 0
 C. -2 D. 以上都不对

(2010·荆门)

5. 如图, 边长为 $(m + 3)$ 的正方形纸片剪出一个边长为 m 的正方形之后, 剩余部分又剪拼成一个矩形(不重叠无缝隙), 若拼成的矩形一边长为 3, 则另一边长是 ()



- A. $2m + 3$ B. $2m + 6$
 C. $m + 3$ D. $m + 6$

(2010·衢州)

二、填空题

6. 通信市场竞争日益激烈, 某通信公司的手机市话费标准按原标准每分钟降低 a 元后, 再次下调了 20%, 现在收费标准是每分钟 b 元, 则原收费标准每分钟是 _____ 元.

(2010·黄冈)

7. 已知 $a \neq 0$, $S_1 = 2a$, $S_2 = \frac{2}{S_1}$, $S_3 = \frac{2}{S_2}$, $\dots$, $S_{2010} =$

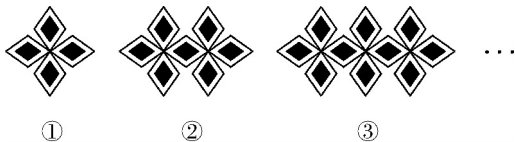
$\frac{2}{S_{2009}}$, 则 $S_{2010} =$ _____ (用含 a 的代数式表示).

(2010·衢州)

8. 若 $m^2 - n^2 = 6$, 且 $m - n = 3$, 则 $m + n =$ _____.

(2010·益阳)

9. 如下图是一组有规律的图案, 第 1 个图案由 4 个基础图形组成, 第 2 个图案由 7 个基础图形组成, $\dots$, 第 n (n 是正整数) 个图案中由 _____ 个基础图形组成.

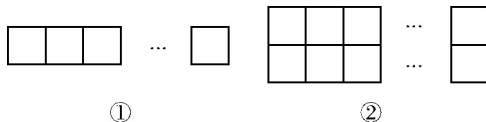


(2010·衡阳)

10. 观察等式: ① $9 - 1 = 2 \times 4$, ② $25 - 1 = 4 \times 6$, ③ $49 - 1 = 6 \times 8 \dots$ 按照这种规律写出第 n 个等式: _____.

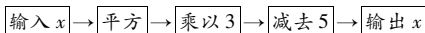
(2010·泰州)

11. 用 m 根火柴可以拼成如图①所示的 x 个正方形, 还可以拼成如图②所示的 $2y$ 个正方形, 那么用含 x 的代数式表示 y , 得 $y =$ _____.



(2010·宁德)

12. 按照下图所示的操作步骤, 若输入 x 的值为 -2, 则给出的值为 _____.



(2010·江西)

13. 为确保信息安全, 信息需加密传输, 发送方由明文 $\rightarrow$ 密文(加密), 接收方由密文 $\rightarrow$ 明文(解密), 已知加密规则为: 明文 a, b, c, d 对应密文 $a + 2b, 2b + c, 2c + 3d, 4d$. 例如, 明文 1, 2, 3, 4 对应密文 5, 7, 18, 16. 当接收方收到密文 14, 9, 23, 28 时, 则解密得到的明文为 _____.

(2010·临沂)

14. 若代数式 $x^2 - 6x + b$ 可化为 $(x - a)^2 - 1$, 则 $b - a$ 的值是 _____.

(2010·济宁)

三、解答题

15. 化简: $(1-3a)^2 - 2(1-3a)$.

(2010·南昌)

16. 先化简,再求值: $2a(a+b) - (a+b)^2$, 其中 $a = \sqrt{3}, b = \sqrt{5}$.

(2010·苏州)

第4单元
整式

考题经典

一、整数指数幂及其运算性质

例1 (2010·台州) 下列运算正确的是 ()

A. $a \cdot a^2 = a^2$

B. $(ab)^3 = ab^3$

C. $(a^2)^3 = a^6$

D. $a^{10} \div a^2 = a^5$

思路点拨 本题考查同底数幂的乘法、除法以及幂的乘方的运算,根据运算法则: $a \cdot a^2 = a^3$; $(ab)^3 = a^3b^3$; $a^{10} \div a^2 = a^{10-2} = a^8$, 所以对应的选择项都是错误的,只有 $(a^2)^3 = a^6$ 是正确的.

答案点击 C

点评 注意整数指数幂及其运算法则,同底数幂的乘法法则是底数不变,指数相加;同底数幂的除法法则是底数不变,指数相减;幂的乘方法则是底数不变,指数相乘.

二、单项式、多项式、合并同类项

例2 (2010·株洲) 在 $2x^2y, -2xy^2, 3x^2y, -xy$ 四个代数式中,找出两个同类项,并合并这两个同类项.

思路点拨 根据同类项的定义,字母相同且相同字母的指数也相同的两个单项式是同类项,所以 $2x^2y, 3x^2y$ 应为同类项.

答案点击 同类项是: $2x^2y, 3x^2y$; 合并同类项得: $5x^2y$.

点评 单项式是指用乘号连接几个字母或数字的式子. 多项式是指用加减号连接几个单项式的式子. 单项式和多项式都是整式,合并同类项是将同类的单项式相加减,合并同类项的方法是将系数相加,字母和字母的指数不变.

三、整式的加、减运算

例3 (2010·泰州) 已知 $P = \frac{7}{15}m - 1, Q = m^2 - \frac{8}{15}m$ (m 为任意实数), 则 P, Q 的大小关系为 ()

A. $P > Q$

B. $P = Q$

C. $P < Q$

D. 不能确定

思路点拨 判断两个多项式的值的大小的方法之一是作差法,由 $Q - P = m^2 - \frac{8}{15}m - \left(\frac{7}{15}m - 1\right) = m^2$

$$-m + 1 = \left(m - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0, \text{ 即 } Q > P.$$

答案点击 C

点评 整式的加减运算的主要过程是去括号,合并同类项. 进行去括号运算时要遵循去括号的规则,即若括号前是正号,则去掉括号后各项不改变符号;若括号前是负号,则去掉括号后各项要改变符号.

四、整式的乘法、除法运算

例4 (2010·日照)由 $m(a+b+c) = ma+mb+mc$, 可得: $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3 = a^3+b^3$, 即 $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3+b^3$. ①

我们把等式①叫做多项式乘法的立方公式.

下列应用这个立方公式进行的变形不正确的是 ()

- A. $(x+4y)(x^2-4xy+16y^2) = x^3+64y^3$
 B. $(2x+y)(4x^2-2xy+y^2) = 8x^3+y^3$
 C. $(a+1)(a^2+a+1) = a^3+1$
 D. $(x+3)(x^2-3x+9) = x^3+27$

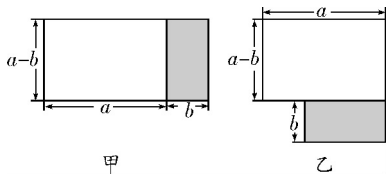
思路点拨 运用多项式的乘法运算法则或立方公式进行运算, 可知 A、B、D 均正确, 而 C 中, 左边 = $(a+1)(a^2+a+1) = a^3+a^2+a+a^2+a+1 = a^3+2a^2+2a+1$, 所以 C 错误.

答案点击 C

点评 多项式的乘法可以直接运用多项式的乘法运算法则进行运算, 对于可以运用乘法公式的可用公式进行运算. 初中阶段必须要熟练掌握的乘法公式是: 平方差公式和完全平方公式.

五、乘法公式、利用图形的剪拼等方法验证乘法公式

例5 (2010·湖州)将图甲中阴影部分的小长方形变换到图乙位置, 你能根据两个图形的面积关系得到的数学公式是_____.



名题热身

一、选择题

1. 下列命题中, 正确的是 ()
 A. 若 $a \cdot b > 0$, 则 $a > 0, b > 0$
 B. 若 $a \cdot b < 0$, 则 $a < 0, b < 0$
 C. 若 $a \cdot b = 0$, 则 $a = 0$, 且 $b = 0$
 D. 若 $a \cdot b = 0$, 则 $a = 0$, 或 $b = 0$
 (2010·广州)
2. 如果 $3x^{2n-1}y^m$ 与 $-5x^m y^3$ 是同类项, 则 m 和 n 的取值是 ()

思路点拨 由于两个图形的形状不同, 因此分别在两个图形中计算得出表示面积的代数式, 即用不同形式的代数式来表示相同大小的面积.

答案点击 $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

点评 根据剪拼前后的面积相等的原则, 用不同形式的代数式把它们表示出来. 因为面积是相同的, 所以两个代数式应是相等的. 通常情况下, 剪拼的图形都是规则的几何图形.

六、因式分解

例6 (2010·济宁)把代数式 $3x^3 - 6x^2y + 3xy^2$ 分解因式, 结果正确的是 ()

- A. $x(3x+y)(x-3y)$
 B. $3x(x^2-2xy+y^2)$
 C. $x(3x-y)^2$
 D. $3x(x-y)^2$

思路点拨 第一步先提取公因式 $3x$, 得 $3x(x^2-2xy+y^2)$; 第二步再将 $x^2-2xy+y^2$ 用完全平方公式分解因式.

答案点击 D

点评 多项式的因式分解首先要熟练掌握乘法公式, 然后按照因式分解的步骤进行因式分解. 因式分解的步骤是“一提二用三分四查”, 即第一步是先看是否有公因式, 若有公因式, 则先提取公因式; 第二步是看是否可以运用乘法公式(指平方差公式和完全平方公式); 第三步是进行重新组合后看是否可以运用公式进行因式分解; 第四步是检查一下分解有没有进行到底.

- A. 3 和 -2 B. -3 和 2
 C. 3 和 2 D. -3 和 -2

(2010·红河)

3. 下列说法或运算正确的是 ()
 A. 1.0×10^2 有 3 个有效数字
 B. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$
 C. $a^2 + a^3 = a^5$
 D. $a^{10} \div a^4 = a^6$
 (2010·盐城)

4. 下列运算中, 正确的是 ()
 A. $5m - 2m = 3$ B. $(m+n)^2 = m^2 + n^2$