



重庆市高职高专规划教材
应用高等数学系列

■ 总主编 曾乐辉

■ 总主审 龙 辉

应用高等数学

YINGYONG GAODENG
SHUXUE XITICE

习题册 (上册)

工科类

主 编 ■ 谢孝权
副主编 ■ 李春梅 洪 川



重庆大学出版社
<http://www.cqup.com.cn>

内容提要

本习题册内容包括函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分等,以教材为主线,章、节名和先后顺序均与教材吻合,与《应用高等数学(工科类)》(上册)配套使用.

本习题册各章节由内容提要、习题、自测试题三部分组成,内容提要概括了教材中的基本概念、基本法则、基本公式和基本方法;习题由浅入深,紧扣教材内容,并预留空白供解答用;自测试题可供学生测试学习效果.自测试题配有解答,供学生对照参考.

本习题册可供三年制高职高专工科类数学教学使用.

图书在版编目(CIP)数据

应用高等数学(工科类)习题册.上册/谢孝权
主编.一重庆:重庆大学出版社,2012.6
重庆市高职高专规划教材.应用高等数学系列
ISBN 978-7-5624-6716-8

I. ①应… II. ①谢… III. ①高等数学—高等职业
教育—习题集 IV. ①013-44

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 088557 号

重庆市高职高专规划教材
应用高等数学系列
应用高等数学(工科类)习题册(上册)

主 编 谢孝权
副主编 李春梅 洪 川
责任编辑:范春青 版式设计:范春青
责任校对:谢 芳 责任印制:赵 晟

*

重庆大学出版社出版发行
出版人:邓晓益
社址:重庆市沙坪坝区大学城西路 21 号
邮编:401331
电话:(023)88617183 88617185(中小学)
传真:(023)88617186 88617166
网址:<http://www.cqup.com.cn>
邮箱:fxk@cqup.com.cn(营销中心)

全国新华书店经销

重庆科情印务有限公司印刷

*

开本:787×1092 1/16 印张:7.5 字数:187 千
2012 年 6 月第 1 版 2012 年 6 月第 1 次印刷
印数:1—12 000
ISBN 978-7-5624-6716-8 定价:15.00 元

本书如有印刷、装订等质量问题,本社负责调换

版权所有,请勿擅自翻印和用本书
制作各类出版物及配套用书,违者必究

前言

根据教育部制定的《高职高专教育专业人才培养目标及规格》和《高职高专教育高等数学课程教学基本要求》精神,由一批富有高职高专教育教学经验的专家、教授组成的高等数学教材编写组,在认真总结了编写出版的国家示范高职院校《高等数学》及《应用高等数学》教材编写和使用经验,研究了高职高专教育面临的新形势和新问题的基础上,尝试了因材施教的创新举措,编写了《应用高等数学系列教材》。

为了进一步增强高等数学课程“培养能力,重在应用”的功能,编写组编写了与教材配套的习题册。习题册以教材为主线,章、节名和先后顺序均与教材吻合。习题选用以“必需、够用”为度,突出了高职高专数学课程为专业服务的特色。习题册中各节有内容提要,可使学生掌握本节的知识纲要。各节编有与教材对应内容配套的习题。每章末编有自测试题 A 卷和 B 卷,自测试题紧扣本章教学要求,便于进行形成性测试。自测试题配有解答,供学生做后对照参考。书中带 * 号为选学内容,各校根据情况选择使用。这样一本习题册极具可导、可练、可测性。

本习题册与《应用高等数学》(工科类)(上册)配套,内容包括函数、极限与连续、导数与微分、导数的应用、不定积分、定积分。

本习题册由重庆建筑工程职业学院谢孝权任主编,重庆机电职业技术学院李春梅与重庆建筑工程职业学院洪川任副主编。

第 1 章由重庆青年职业技术学院周凤杰、杨欢、杜峰编写;第 2 章由重庆工业职业技术学院李坤琼、孟渝、简辉春、汤华丽、孙婷雅、刘双编写;第 3 章由重庆机电职业技术学院李春梅编写;第 4 章由重庆航天职业技术学院余英,重庆海联职业技术学院卓中伟、邓礼君编写;第 5 章由重庆建筑工程职业学院谢孝权、洪川、蒋燕编写;第 6 章由重庆航天职业技术学院杨俊编写。

本习题册在编写过程中得到了重庆市数学学会高职高专委员会的指导,得到了在渝主要高职高专院校以及一些举办了高职高专教育的各级各类学校领导和教师的大力支持和帮助,在此表示诚挚的感谢。

由于本习题册是第一版,且编者水平有限,时间仓促,难免有缺点和错误,恳请读者批评指正。

《应用高等数学系列教材》编审委员会
2012 年 3 月

目 录

1	经济中常用的函数	1
1.1	初等函数	1
1.2	经济中常用的函数	4
	自测试题 1	7
	自测试题 1 解答	11
2	极限与连续	12
2.1	函数的极限	12
2.2	无穷小量与无穷大量	14
2.3	两个重要极限	17
2.4	函数的连续性	19
	自测试题 2	22
	自测试题 2 解答	29
3	一元函数的导数与微分及其应用	31
3.1	导数的概念与基本求导公式	31
3.2	求导法则与高阶导数	33
3.3	洛必达法则	37
3.4	函数的单调性与极值	39
3.5	曲线的凹凸性	42
3.6	导数在经济分析中的应用	44
3.7	微分	47
	自测试题 3	50
	自测试题 3 解答	54
4	一元函数的积分及其应用	56
4.1	不定积分的概念与基本积分公式	56
4.2	不定积分的积分方法	59
4.3	定积分的概念与性质	62
4.4	定积分的计算	66
4.5	无限区间上的广义积分	69
4.6	定积分的应用	72



自测试题 4	76
自测试题 4 解答	81
5 矩阵代数	82
5.1 矩阵的概念与运算	82
5.2 矩阵的初等变换与矩阵的秩	85
5.3 逆矩阵	88
5.4 线性方程组	91
自测试题 5	94
自测试题 5 解答	103
6 简单的线性规划	105
6.1 线性规划问题的数学模型	105
6.2 线性规划问题的图解法	112
自测试题 6	116
自测试题 6 解答	123
7 概率论初步	131
7.1 随机事件及基本关系	131
7.2 随机事件的概率	133
7.3 独立试验概型	135
7.4 随机变量及其分布	136
7.5 随机变量的数字特征	139
自测试题 7	141
自测试题 7 解答	145
8 数理统计基础	146
8.1 基本概念	146
8.2 参数估计	147
8.3 假设检验	150
自测试题 8	152
自测试题 8 解答	158
参考文献	160

1 经济中常用的函数

1.1 初等函数



内容提要

1) 函数的概念与基本性质

(1) 函数的定义: 函数的两要素——定义域和对应关系.

(2) 函数的定义域. 求函数的定义域时应遵守的原则:

①在式子中分母不能为零; ②在偶次根式内非负; ③在对数中真数大于零; ④两函数和(差)的定义域, 应是两函数定义域的公共部分.

(3) 函数式的值.

(4) 函数的几种基本性质:

①函数的有界性; ②函数的单调性; ③函数的奇偶性; ④函数的周期性.

2) 初等函数

初等函数是指由常数和基本初等函数经过有限次的四则运算和有限次的函数复合步骤所构成并可用一个式子表示的函数.

习题 1.1

A 组

1. 求以下函数的定义域.

$$(1) y = \frac{1}{1-x^2} + \sqrt{x+4}$$

$$(2) y = \sqrt[3]{5-x} + \lg(x^2 - 2x + 1)$$

$$(3) y = \arcsin \frac{x-3}{2}$$

$$2. \text{ 设 } f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x < 0 \\ x & 0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x \leq 2 \end{cases}, \text{ 求: } (1) f(-\frac{1}{2}), f(0), f(\frac{1}{2}), f(2); (2) \text{ 函数 } f(x) \text{ 的定}$$

义域.

3. 下列各对函数是否相同? 为什么?

$$(1) f(x) = \frac{x^2-4}{x-2} \text{ 与 } g(x) = x+2$$

$$(2) f(x) = 1 \text{ 与 } g(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$$

4. 指出下列各复合函数的复合过程.

$$(1) y = \frac{1}{(1-x^2)^3}$$

$$(2) y = 3^{2 \cos^2 x}$$



5. 判断下列函数的奇偶性.

$$(1) y = x \cdot \cos x$$

$$(2) y = x^2 - \cos x$$

$$(3) y = \lg \frac{1-x}{1+x}$$

$$(4) y = (\sqrt{x})^2$$

B 组

1. 已知 $f\left(\frac{x}{3} + 1\right) = 2(x+3)^2 + 4x - 5$, 求 $f(x)$.

2. 已知 $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$, 求 $f(1)$, $f(a+1)$, $f(-x)$, $f\left(\frac{1}{x}\right)$.

3. 求函数 $y = \sqrt{\frac{x^2-4}{x-2}}$ 的定义域.

4. 判断下列函数的单调性.

$$(1) y = x + \ln x$$

$$(2) y = 1 - x^2$$

5. 指出下列函数的奇偶性.

$$(1) y = \frac{a^x - a^{-x}}{x}$$

$$(2) y = \begin{cases} 1 - x & x \leq 0 \\ 1 + x & x > 0 \end{cases}$$

6. 求下列函数的反函数及其定义域.

$$(1) y = 1 + \lg(x + 1)$$

$$(2) \begin{cases} 2 - \sqrt{4 - x^2} & 0 \leq x \leq 2 \\ 2x - 2 & 2 < x \leq 4 \end{cases}$$

1.2 经济中常用的函数



内容提要

1) 总成本函数、总收入函数和利润函数

(1) 总成本函数: $C(q) = C_1 + C_2(q)$, 平均成本为 $\bar{C}(q) = \frac{C(q)}{q}$.

(2) 总收入函数: 总收益函数 $R = P(q) \cdot q$.

(3) 利润: 总利润函数 $L = R - C = R(q) - C(q)$.

2) 需求函数与供给函数

(1) 需求函数: $Q = f(P)$.

(2) 供给函数: $S = f(P)$.

(3) 均衡价格是方程 $Q = S$ 的解.



习题 1.2

A 组

1. 某产品的成本函数为 $C(q) = 4q^2 + 8q + 200$, 那么该产品产量为 10 的平均成本函数是多少?

2. 某厂生产某种产品 q 件时的总成本函数为 $C(q) = 20 + 4q + 0.01q^2$ (元), 单位销售价格为 $p = 14 - 0.01q$ (元/件), 求收益函数与利润函数的表达式.

3. 设某工厂生产某产品的固定成本为 2 000 元, 每生产 1 t 产品, 成本增加 60 元. 又已知需求函数 $q = 1\,000 - 10p$, 其中 p 为价格, q 为产量, 这种产品在市场上是畅销的. 试求: 成本函数、收入函数、利润函数.

4. 某厂生产某种商品, 销量在 100 件以内时每件 150 元, 100 ~ 200 件时按 9 折出售, 超出 200 件时按 8 折出售, 求该产品的总收入函数.

5. 已知鸡蛋收购价为 3 元/kg, 每月能收购 5 000 kg, 提高 0.1 元则收购量可增加 500 kg, 求鸡蛋的线性供给函数.



6. 某企业拟建一个容积为 V 的长方体水池, 设它的底为正方形, 如果池底所用材料单位面积的造价是四周单位面积造价的 2 倍, 试将总造价表示成底边长的函数, 并确定此函数的定义域.

B 组

1. 某产品的产量为 x kg, 固定成本为 $b(b > 0)$ 元, 每生产一个单位产品总成本增加 $a(a > 0)$ 元, 试将总成本 C 及平均成本 $\bar{C}$ 表示为 x 的函数.

2. 某商品的需求函数和供给函数分别为 $Q_d = 14 - 1.5P$, $Q_s = -5 + 4P$, 求均衡价格.

3. 某厂生产的某产品每吨售价 2 千元, 若每天生产 Q_t 的总成本为 C (千元), 且有 $C = Q^2 - 4Q + 5$. 求该厂的盈亏转折点.

4. 设某商品的需求函数与供给函数分别为 $Q(P) = 5 - 600P$ 和 $S(P) = P - 10$, 找出均衡价格, 并求此时的供给量与需求量.



5. 某厂生产的手掌游戏机每台可卖 210 元, 固定成本为 7 600 元, 可变成本为每台 50 元.

- (1) 要卖多少台手掌游戏机, 厂家才可保本(收回投资)?
- (2) 卖掉 200 台手掌游戏机, 厂家盈利或亏损了多少?
- (3) 要获得 1 300 元利润, 需要卖多少台手掌游戏机?

自测试题 1

A 卷

1. 判断题. (每小题 2 分, 共 20 分)

- (1) 函数 $y = \sqrt{x^2}$ 与函数 $y = x$ 相同. ()
- (2) 函数 $y = \sqrt{16 - x^2} + \frac{x-1}{\ln x}$ 的定义域为 $[-4, 1) \cup (1, 4]$. ()
- (3) 函数 $y = (\frac{1}{6})^{-x}$ 在其定义域内是单调递减函数. ()
- (4) $\arcsin(\sin x) = x, x \in \mathbf{R}$. ()
- (5) 任两个函数 $y = f(u), u = \varphi(x)$ 都可复合成复合函数 $y = f[\varphi(x)]$. ()
- (6) 初等函数是由基本初等函数与常数经四则运算和复合而成的一个式子表示的函数. ()
- (7) 凡是分段表示的函数都不是初等函数. ()
- (8) $y = (2^x + 2^{-x}) \ln(x + \sqrt{1+x^2})$ 是奇函数. ()
- (9) 两个单调递减函数之和仍为单调递减函数. ()
- (10) 定义在实数集上的周期函数的周期有无穷多个. ()

2. 填空题. (每小题 3 分, 共 15 分)

- (1) 已知 $f(x+1) = \frac{x+2}{x-3}$, 则 $f(5) =$ _____.
- (2) 函数 $y = \sqrt{x} + \sqrt{-x}$ 的定义域为_____.
- (3) 已知 $x = (\frac{1}{3})^{-\log_3 5}$, 则 $x =$ _____.
- (4) 复合函数 $y = \sqrt[3]{\log_5 x^2}$ 的复合过程是_____.
- (5) 奇函数图像关于_____对称, 偶函数图像关于_____对称.

3. 求下列函数的定义域.(每小题 6 分,共 24 分)

$$(1) y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - x - 6}}$$

$$(2) y = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$$

$$(3) y = 3^{\sqrt{-x}} + \ln(x+2)$$

$$(4) y = \frac{1}{\log_a(x-1)^2} + \sqrt{x+1}$$

4. 下列每组 $f(x)$ 与 $\varphi(x)$ 是否表示同一函数? 如果不是, 请指出 x 在哪个区间上时它们是相同函数?(每小题 5 分,共 10 分)

$$(1) f(x) = \sqrt{x^2} \text{ 与 } \varphi(x) = (\sqrt{x})^2.$$

$$(2) f(x) = 1 \text{ 与 } \varphi(x) = x^0.$$

5. 设生产某种产品 x 个时的成本函数为: $C(x) = 100 + 0.25x^2 + 6x$ (万元). 求: 当 $x = 20$ 时的总成本、平均成本和边际成本.(10 分)

$$6. \text{ 计算 } \log_2 \frac{4^7}{\sqrt{64}} - 6\log_2 \sqrt{2}. \text{ (9 分)}$$



7. 某物流公司承接货运业务,规定每吨货物的运价为:路程不超过 n km,则每千米 a 元;若超过 n km,则超过部分运价按 8.5 折优惠. 求每吨货物运价与路程间的函数关系. (12 分)

B 卷

1. 判断题. (每小题 3 分,共 15 分)

(1) 函数 $\sqrt{x^2-1}$ 的定义域为 $[-1,1]$. ()

(2) 已知 $f(x) = \begin{cases} x+1 & x \leq 0 \\ 2x-1 & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(0) = f(1) = 1$. ()

(3) 复合函数 $f[\varphi(x)]$ 的定义域即是 $\varphi(x)$ 的定义域. ()

(4) 若 $f(x)$ 在对称区间上有定义,则 $f(x) + f(-x)$ 是偶函数; $f(x) - f(-x)$ 是奇函数. ()

(5) 一个奇函数与一个偶函数的和是偶函数. ()

2. 选择题. (每小题 4 分,共 20 分)

(1) 函数 $f(x) = \frac{1}{|x|-x}$ 的定义域是().

- A. $(-\infty, 0)$ B. $(0, +\infty)$
C. $(-\infty, +\infty)$ D. $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

(2) 设 $f(e^x) = x$, 则 $f(10) = ()$.

- A. e^{10} B. 10^e C. $\ln 10$ D. $\ln e$

(3) 设函数 $f(x)$ 在 $(-a, a)$ ($a > 0$) 内有定义,则下列函数中不一定为偶函数的是 ().

- A. $[f(x)]^2$ B. $f(x) + f(-x)$
C. $f(x) \times f(-x)$ D. $f(x^2)$

(4) 下列式子为复合函数的是().

- A. $y = (\frac{1}{2})^x$ B. $y = \sqrt{x}$
C. $y = \sqrt{1 - (2 + x^2)}$ D. $y = x + 1$

(5) 下列函数中既是奇函数又是单调递增函数的是().

- A. $\sin^3 x$ B. $x^3 + 1$
C. $x^3 + x$ D. $x^3 - x$

3. 求下列函数的定义域. (每小题 5 分, 共 20 分)

$$(1) y = \frac{1}{\sqrt{3-x}} + \arccos \frac{x-2}{4}$$

$$(2) y = \frac{1}{\ln(4-x)} + \sqrt{x^2-4}$$

$$(3) f(x) = \begin{cases} x-1 & -1 \leq x \leq 0 \\ x^2+1 & 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

$$(4) y = \log_4(\log_5 x)$$

4. 判别下列函数的奇偶性. (每小题 5 分, 共 20 分)

$$(1) y = x^3 + \arcsin x + \sqrt[5]{x}$$

$$(2) y = \frac{a^x + 1}{a^x - 1}$$

$$(3) y = x^{2n} \quad (n \in \mathbf{Z})$$

$$(4) y = x^4 - x^2 - 5 \quad (-1 \leq x < 1)$$

5. 将下列函数分解成简单函数的复合. (每小题 5 分, 共 15 分)

$$(1) y = e^{-\sqrt{1+\sin x}}$$

$$(2) y = \ln^3 \tan \frac{x}{4}$$

$$(3) y = (x-1)^2 + 3$$

6. 计算 $2^{\log_4 12}$. (10 分)



自测试题 1 解答

A 卷

- (1) × (2) × (3) × (4) × (5) × (6) × (7) × (8) ✓ (9) ✓ (10) ✓
- (1) 6 (2) $\{0\}$ (3) 5 (4) $y = \sqrt[3]{u}; u = \log_5 v; v = x^2$ (5) 原点; y 轴
- (1) 定义域为 $(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$ (2) 定义域为 $[-1, 0) \cup (0, +\infty)$
(3) 定义域为 $(-2, 0]$ (4) $[-1, 1) \cup (0, 1) \cup (1, 2) \cup (2, +\infty)$
- (1) $f(x) = \sqrt{x^2}$ 与 $\varphi(x) = (\sqrt{x})^2$ 不是同一函数, 当 $x \in [0, +\infty)$ 时, 是同一函数.
(2) $f(x) = 1$ 与 $\varphi(x) = x^0$ 不是同一函数, 当 $x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 时, 是同一函数.
- 总成本 $C(x) = 100 + 0.25x^2 + 6x, C(20) = 320$ 万元;
平均成本 $\bar{C}(x) = \frac{100}{x} + 0.25x + 6, \bar{C}(20) = 16$ 万元;
边际成本 $C'(x) = 0.5x + 6, C'(20) = 16$ 万元.
- 原式 = 8.
- 设路程为 x km 时, 每吨货物运价为 y 元, 由题意得

$$y = \begin{cases} ax & 0 \leq x \leq n \\ 0.15an + 0.85ax & x > n \end{cases}$$

B 卷

- (1) × (2) ✓ (3) × (4) ✓ (5) ×
- (1) A (2) C (3) A (4) C (5) C
- (1) 定义域为 $[-2, 3)$ (2) 定义域为 $(-\infty, -2] \cup [2, 3) \cup (3, 4)$
(3) 定义域为 $[-1, 1]$ (4) 定义域为 $(1, +\infty)$
- (1) 奇函数 (2) 奇函数 (3) 偶函数 (4) 非奇非偶函数
- (1) $y = e^u, u = -\sqrt{v}, v = 1 + \sin x$.
(2) $y = u^3, u = \ln v, v = \tan w, w = \frac{x}{4}$.
(3) $y = u + 3, u = v^2, v = x - 1$.
- 原式 = $2\sqrt{3}$.

2 极限与连续

2.1 函数的极限



内容提要

1) 极限的概念

(1) 数列极限的定义.

(2) 函数极限的定义.

(3) 左右极限与极限的关系定理:

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$ 的充分必要条件是 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A$;

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ 的充分必要条件是 $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = A$.

2) 极限的四则运算法则

3) 求函数极限的方法

①利用初等函数的连续性;②利用极限四则运算法则;③利用两个重要极限;④利用有界变量与无穷小量的乘积仍为无穷小量;⑤利用无穷小量与无穷大量的倒数关系;⑥利用恒等变形(因式分解、根式有理化、通分、分子分母同除等);⑦利用左右极限存在定理.

习题 2.1

A 组

1. 选择题.

(1) 设 $y_n = 0.11 \cdots 1 \cdots$, 则当 $n \rightarrow \infty$ 时, 数列 y_n 的极限为().

A. 0.1

B. 0.2

C. $\frac{1}{9}$

D. 发散

(2) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 5x + 4} = (\quad)$.

A. 1

B. 0

C. ∞

D. $\frac{1}{3}$