中国科学院地質研究所

赤平极射投影在地質科学上的应用

何作霖編著

科学出版社

中国科学院地质研究所

赤平极射投影
在地质科学上的应用

何作霖編著

科学出版社

1959

內 容 簡 介

本书的論述是以赤平极射投影的方法在地質科学上的应用为主題、全书共分为六章：

第一、二章介紹了赤平极射投影的基本理論；第三章論述赤平极射投影在晶体学上的应用；第四、五、六章是作者在研究光性矿物学及岩組学中所遇到的問題，以許多实例論述了赤平极射投影在地質构造学和岩組学上的应用。

本书除可供广大光性矿物学、地質学者之参考外，对天文、航海和制图学工作者亦有很大的参考价值。

赤平极射投影
在地質科学上的应用

編著者　何作霖

出版者　科学出版社
北京朝阳門大街117号
北京市书刊出版业营业許可証出字第061号

印刷者　中国科学院印刷厂

总經售　新华书店

1959年9月第一版　书号：1862　字数：103,000
1959年9月第一次印刷　开本：787×1092 1/18
（京）0001—3,000　印张：5 4/9　插頁：3

定价：0.75元

序　言

赤平极射投影是把物体的位置投影于球面上，然后再把它們投影于赤道平面，化立体为平面，主要用它來測算物体間的方向和角度。它是完全用图解来代替公式化的演算，既可迅速解释，又便于观察。精确程度往往不超过十余分的誤差，若欲精确計算，可用弧三角求之，但初步作图还是必要的步驟。

赤平极射投影最初应用于天文学，以后应用于地图学、航海学。到了1823年才首先被納奥曼(Neumann)应用于晶体学，1839年米勒(Miller)更充分利用它来解释晶形晶面，1901年奔菲尔特(Penfield)利用赤平极射投影繪制晶体和計算軸率，有了詳細的著述。1893年弗德洛夫(Von Federow)充分利用于旋轉台，1904年罗森布施和吳里夫(Rosenbusch und Wülfing)应用于晶体光学。到現在赤平极射投影在晶体学上的应用可說是很普遍了。1911年勃克(Boeke)曾著有赤平极射投影的应用，基本理論都已透澈地叙述了。1920年布赫尔(Bucher)首用于地質构造学上，到了1944年著有赤平极射投影图在地質构造学上的应用。1930年森德尔(Sander)应用于岩組学。以后学者对此的注意愈来愈广。湼芬(Nevin)在他的构造地質学內，也曾作为解析构造問題的一部分。1954年菲利普斯(Phillips)著有赤平极射投影在地質构造学的应用，理論与实例都相当完备。勃克、布赫尔和菲利普斯三人的著作比較系統而且深入浅出，便于学习。其他各学者的著作，都是出現在他們的論文內而作为解释問題的方法。

赤平极射投影虽是用为解决方向与角度的問題，但是有关直綫問題的解析，如能联合应用，也可很簡便地表示出来，达到"多、快、好、省"。本书搜集材料不甚丰富，所述实例也难免有不少錯誤，还希望讀者提出宝貴的意見和指教，作为以后的改进。

何作霖 1958年11月25日

目　录

第一章　赤平極射投影的定义

1. 赤平极射投影的定义

赤平极射投影是表示物体上点、綫与面的角距关系的平面投影，并不涉及面的大小，綫的絕对长度或点与点間的絕对距离。例如天文学上两个星体的距离是指自观察点所繪的两条視綫間的角距；晶体学上比較晶体的异同只是看晶面与晶面的角距而不管面的形状与大小，观察晶稜与晶稜的方位而不管它的絕对长度。比較角距与方位，必然要設立一个原点作为标准，自此点向四外八方射出若干放射綫作为角度綫以量度方位。換言之，就是把所有点綫与面自中心开始投影于圓球面上，它們的位置与角距就可在球面上量度了，如图 1。但是球面投影既不易观察又不易表示，于是把球面上的点、綫再以南极或北极为发射点投影于赤道平面上，这种投影称为赤平极射投影，如图 2。因表示的目的不同，有时如射綫自南极开始，只投影上半球上的点与綫，有时自北极开始投影下半球上的点与綫，有时利用南北两极为发射点投影上下两半球上的点与綫，因为被投影的点与綫都在发射点相对的半球面上，所以它們的投影都是在

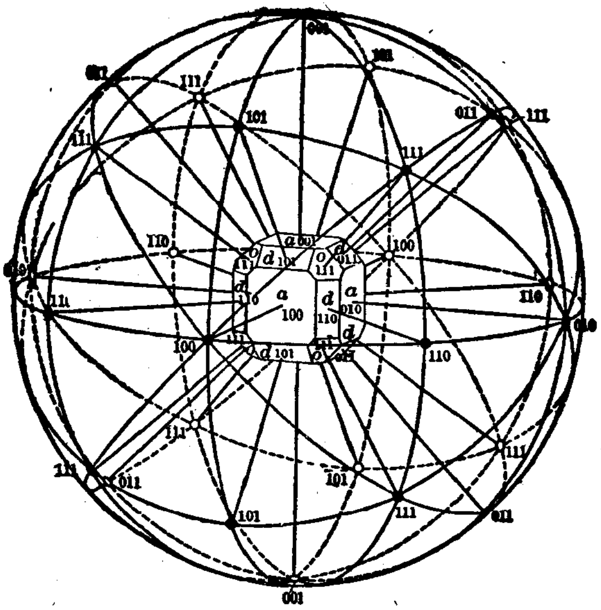

图 1

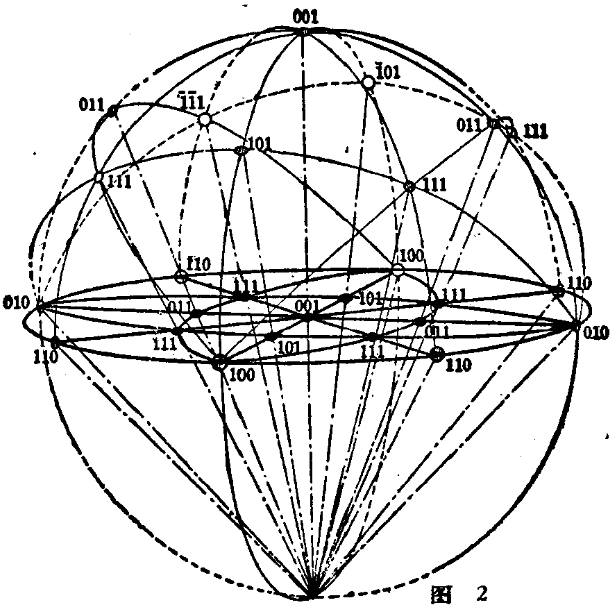

图 2

赤道大圓以內，如图3。但是遇有必要时，同极的半球面上各点与綫也可投影在赤道平面上，不过要落在赤道大圓以外了，如图4。

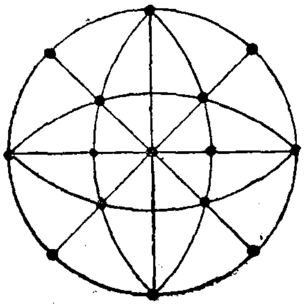

图 3

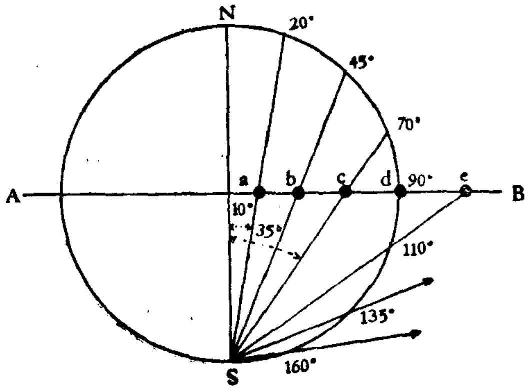

图 4

2. 点的投影

投影图普通都以南极S为发射点，犹如自S仰观上半球上各点，視綫与赤平面相交的一点就是投影点，如图5。P 是球面上的任意一点，与北极N点相距为 $NOP=\theta$，画 SP 为視綫，与赤平面相交于 A，OA 为投影点与中心的距离，OA 的絕对长度可以下式求出，$\triangle OPS$ 为等边三角形，$OPS=OSP$ 因此 $OSP=\frac{1}{2}\theta$，AOS 为直角三角形，

$$OA=OS\ \tan\frac{1}{2}\theta\text{，}OS\text{ 为圓球的半径，設等于 1，于是 }OA=\tan\frac{1}{2}\theta\cdots(1\cdot1)$$

P 点围繞N点旋轉一週，它的投影点 A 以 OA 为半径也围繞 O 点旋轉一週。NQ 分为 $90°$，各分度点都投影在 OQ 直綫上。当球体以 NS 为軸旋轉一週时，各投影点画成同心圓，如图6。下半球各点投影在赤平大圓之外，如图7。$NQP>90°$，所以 $NSP>45°$，由公式(1·1)可知 OA 大于 OS，A 点是必落于大圓之外。連 OP 并引长之与上半

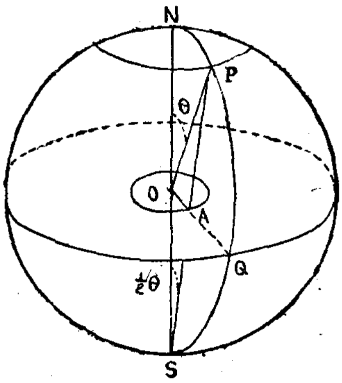

图 5

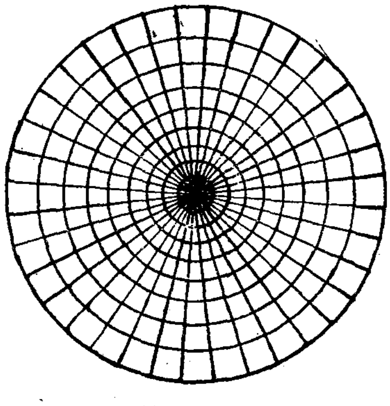

图 6

球相交于 P'，OP' 称为 P 的对蹠点，投影为 A'。为作图方便，不致使下半球各点投影于大圆以外，常用它的对蹠点投影来表示，因为每逢上半球有一点，就可連想到下半球也有一个对蹠点存在。所以 A 与 A' 可表示的位置有相同的意义。

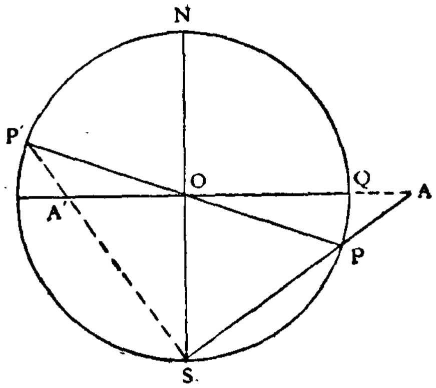

图 7

图5的 P 与 A 都在 $NPQS$ 直立平面內，所以 OAQ 就是代表 P 点的方向，在赤平面的圓週上量度它的位置。图6的放射綫代表直立圓的方向綫。

3. 面的投影

(1) 經过球体中心的各面的投影

a. 經过球体中心的直立平面　这类平面都包含 NS，它与球面相交是一个大圓。圓的半径等于球体的半径，如图5。自S仰观半球上經过N点的圓，視綫也包括

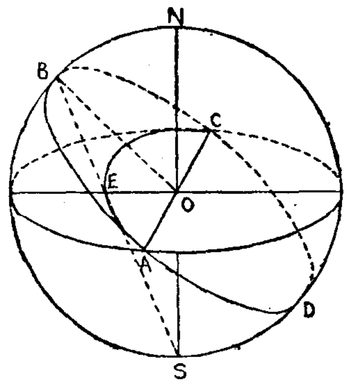

图 8a

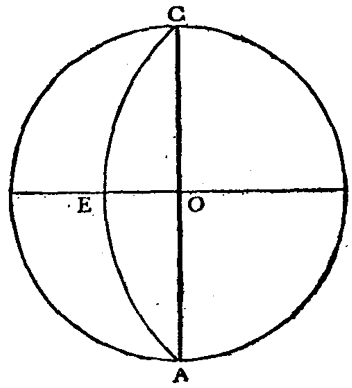

图 8b

在此平面內，所以半圓的投影是 OQ 直綫。因此，这类圓的投影是經过圓心所画的直径，直径两端相距180°，如图6。这些直綫称为大圓。

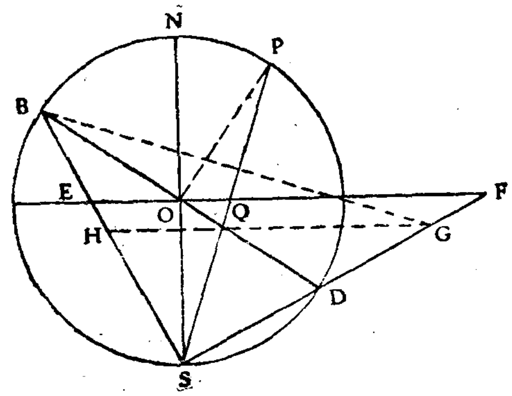

图 9

b. 經过球体中心的傾斜平面

如图8a。$ABCD$ 与赤平面相交于 A 与 C 两点，与直立大圓相交与 B 于 D 两点。自S仰观大圓，ABC 投影在赤平面上为 AEC，如图8b。A，E 与 C 三点恰好在一个弧上，也就是說 AEC 是一个弧的一部份。因此傾斜大圓的投影是否为圓，关系以后的作图，証明如下。

图9 BD 表示一个平面，E 为 B 的投影，F 为 D 的投影，E 和 F 为大圓的直

径两端投影于赤平面上的两个点。BDS 为一圆錐体的剖面，BD 为其底，是一个圆，S 为其頂角。OP 垂直于 BD，P 是大圓 BND 的中心，P 的投影为 Q。SQP 平分 BSD，所以是圓錐体的軸。繪 BG 垂直于 SP，取 $BH = DG$，繪 GH。于是 $\triangle BDG = \triangle GHB$，因 BG 是共同綫，$BH = GD$，$\angle HBG = \angle DGB$。所以 $BD = GH$。BD 是一个圓，所以 GH 也是一个圓，它們是圓錐体的共軛切面，$\triangle SOF$ 是一直角三角形但 $\triangle HSG$ 也是直角三角形，$\angle ODS = \angle OSD$，$\angle BDG = \angle GHB$，因此 $\angle ODS = \angle SHG$，所以 $\angle OFS = \angle SGH$，于是 GH 与 EF 是平行綫，也就是平行面。因为 GH 是一圓，所以 EF 也是一个圓。BD 是球面上大圓的直径，EF 是投影图上大圓的直径。

(2) 不經球体中心的各面的投影

a. 不經过球心而垂直于赤平面的平面　除經过球心的是一个大圓之外都是小圓，它的直径都小于球体的直径，如图 10a，$CDEF$ 为垂直赤平面的平面，与球体相交为一小圓。小圓与平面大圓相交于 D 与 F 点，但是 C 点在赤平面上的投影却为 G 点，繪为极射赤平投影如图 10b。DGF 在一圓弧上，其理如图 11 所示。CE 为小圓，C

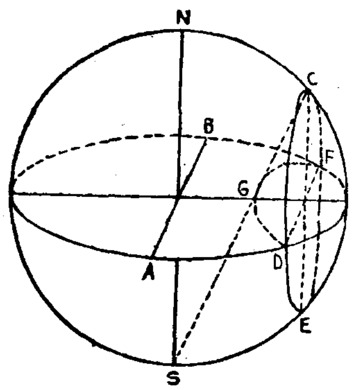

图 10a

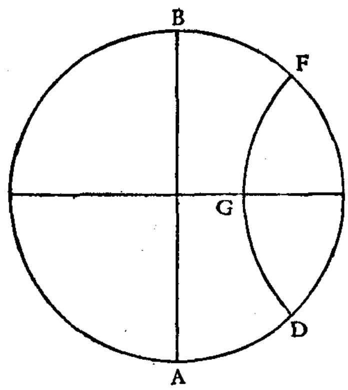

图 10b

点投影于 G，E 点投影于 H。P 点是小圓的圓心。繪 SP，成为圓錐体 CSE 的軸，CE 为其底，是一个小圓，S 为頂角。繪 CH 垂直于 SP，取 $CK = HE$，繪 HK。于是 $\triangle CEH = \triangle HKC$，也就是 $\triangle HML = \triangle CML$，$\angle HML = \angle CML$，这类小圓的圓心永远在 P 点。若是小圓在 SQN，它的圓心就在 Q 点，所以圓錐軸不是 SP 就是 SQ。因此 $\angle OPS = 45°$，所以 $\angle CML = 45°$。于是 CE 也垂直于 HK，HK 与赤平面 GR 平行。HK 即是一个圓，GR 也是一个圓。它的直径也就是投影图的直径。

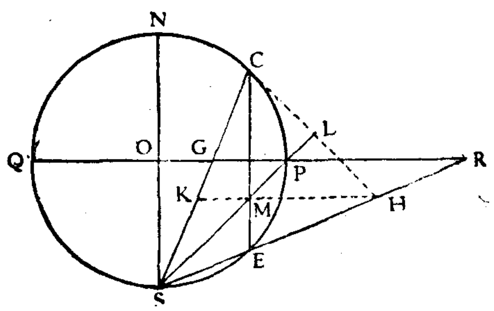

图 11

b. 不經过球心而且傾斜的平面　　如图 12a, CD 为平面与球面相切之小圓，中心为 P。AB 为小圓的投影。图 12b 为沿 NPS 所作的剖面图。SP 为圓錐軸，取 $CG = LD$，繪 LG。CD 与 LG 为圓錐的共軛切面，所以都是圓。繪 DR 平行于赤道平面 EW，

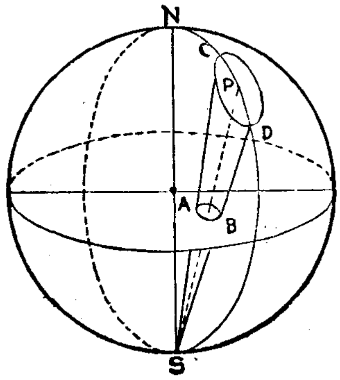

图 12a

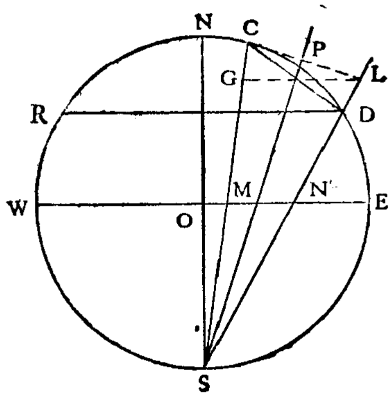

图 12b

$$\widehat{SD} = \widehat{SR} \quad \therefore \angle SCD = \angle SDR$$

但 $\angle SCD = \angle SLG$，所以 $\angle SLG = \angle SDR$

LG 平行于 DR，

因此也平行于赤平面 EW，所以 MN' 也必是一个圓的直径。

由 (1) (2) 两項的原理得出如下的定律：**球面上一个圓，它的赤平极射投影也是一个圓，不論大圓或小圓都是如此。**但經过球心的大圓都变为直径。

(3) 包括发射点 S 的平面投影为一直綫

如图 13。因发射点在此平面內，所以无論 SA，SB 或 SC 各发射綫也都在此平面內，它的投影等于一个平面与赤道平面相交的一条直綫 ADC。除此之外尙有經过球心而且包含发射点 S 的平面，它的投影就要經过投影图的中心而成放射状排列的直径，如图 6。

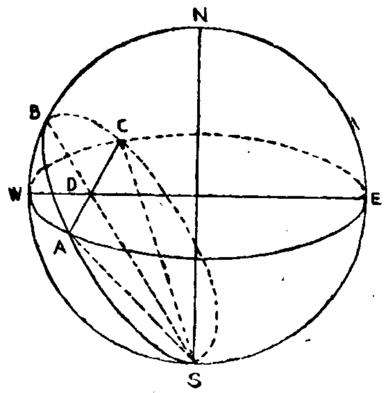

图 13

4. 綫 的 投 影

直綫一条与球面相交为 AB 两点，如图 14。ABS 成为一平面，包括发射点 S，这与图 13 类似，所以它的投影必是一直綫 CD。如果此綫平行于經过 S 的一条直綫时，如图 15，BC 平行于 AS，于是 NS，AS，BS 与 BC 都在同一平面內，BC 的投影与 oabd 直綫相合。

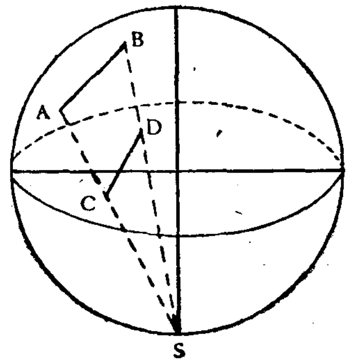

图 14

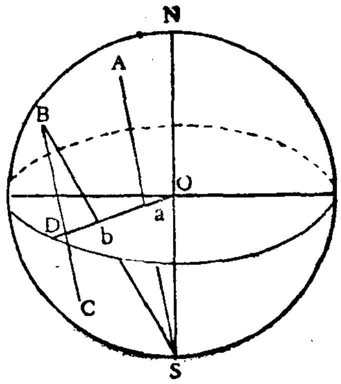

图 15

5. 投　影　网

为便于迅速作图或量度方位角，1897 年苏联学者弗德洛夫 Federow，发表了一个投影网如图16，每5°繪一放射状直綫，表示經过球心的大圓。同心圓表示平行赤道平面的各小圓。东西傾斜或南北傾斜的大圓表示經过球心向东西傾斜或南北傾斜

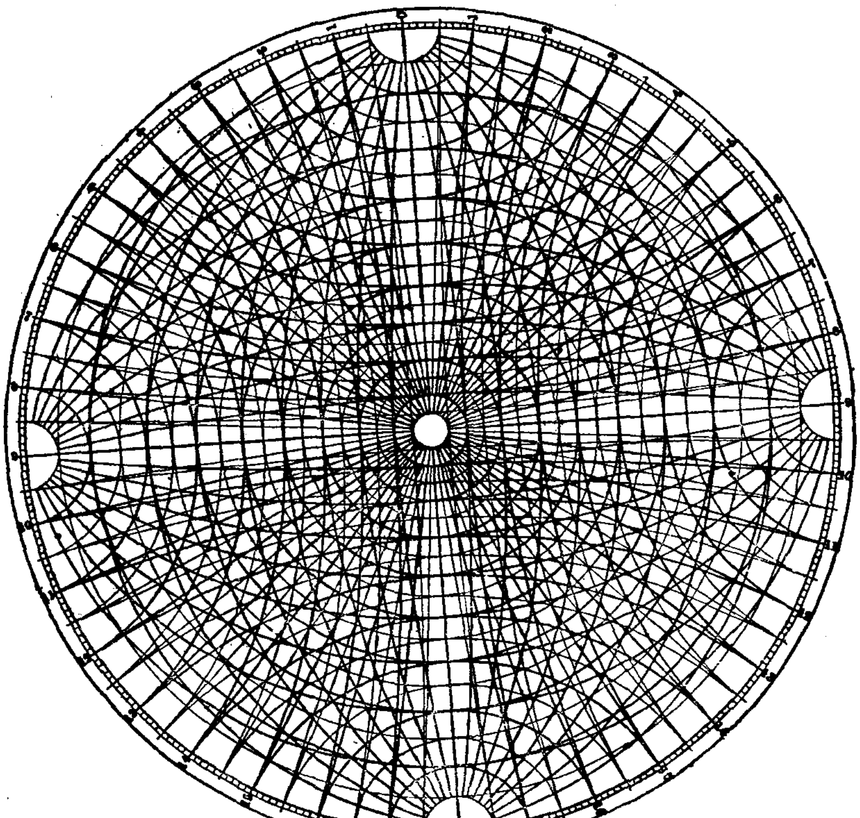

图 16

的各圓。以南北或东西为中心的小圓表示垂直赤平面的各小圓。投影网的直径为20厘米。1902年苏联学者吳尔福（Wulff）发表了一个吳氏投影网，如图17，只包含經过球心而向东西傾斜的大圓与平行东西而垂直赤平面的小圓。每2°繪一綫，圓的

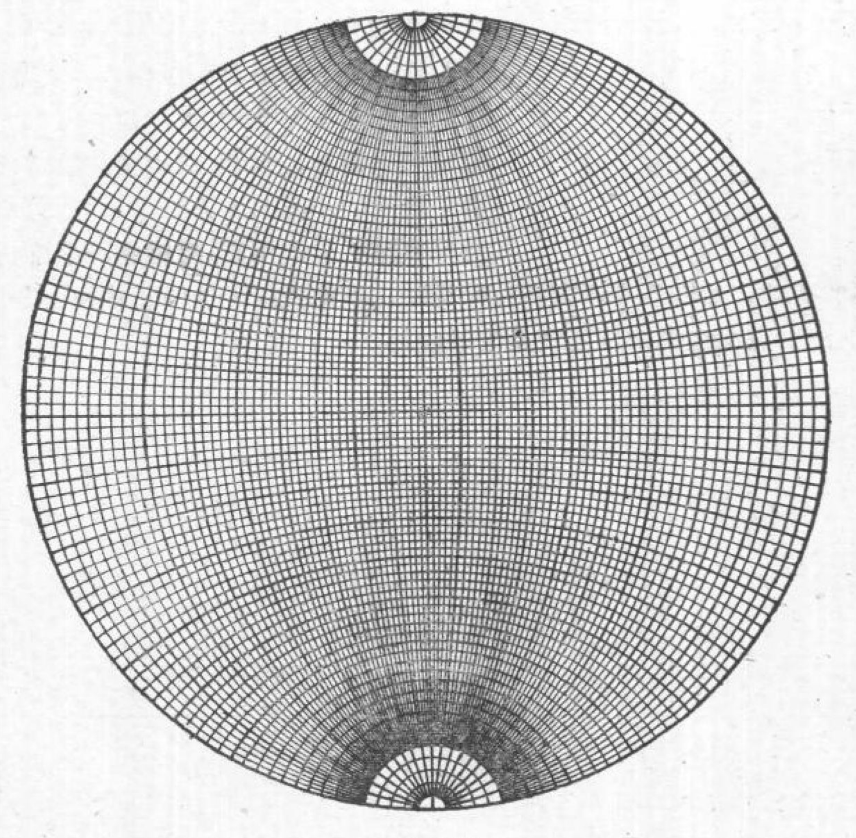

图 17

直径为20厘米，使用較为方便，多为学者采用。由前面的証明知赤平极射投影图上的大圓及小圓都是一个圓弧，所以如要把圓心求出，就可以用圓規将圓弧繪出。但是事实上靠近中心的大圓或小圓几近于直綫，圓心距离太远，很难用圓規作图。此时可改用弯尺替代圓規，如图18。弯尺是吳尔福于1893年創製，弗德洛夫于同年以数理証明弯尺的弧度确实等于圓的弧度。此后弧度甚小的大圓可以解决了。

图 18

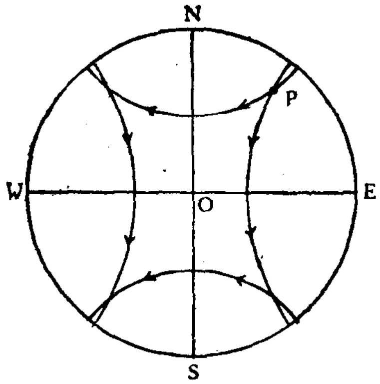

图 19

投影网不但可以量度角距或测定方位，又可观察一点在球面上移动的軌跡。例如某点 P 为 N 45°E，距中心直立軸为 60°。今設 P 点以 SN 为軸轉动，如图 19，求出其軌跡。将投影网舖在繪有 P 点的透明紙下，然后轉动投影网使与透明紙上的南北东西相合，P 点将沿其所在的小圓向左方轉动，当 P 点轉至基圓之时，再継續向下轉动，它的对蹠点要在第四象限出露，沿同緯度的小圓向左方移动，再达到基圓，对蹠点又自第一象限出露，継續轉动漸漸达于原点，完成一週的轉动。如果 P 点以东西为軸轉动，就把投影网的南北綫轉至与透明紙的东西綫相合，P 点所在的緯度綫就是它的軌跡。

第二章　一些基本作圖法則及原理

1. 經过两极点繪一大圓

投影图内所有各点称为极点，投影图的赤平大圓称为基圓。图 20a PQ 为已知两极点。先求出 P（或 Q）的对蹠点。法連 PO，以 PO 为軸轉 90°，以 S 为发射点，連 SP 并引长之与球面相交于 A。連 AO 并引长之与球面相交与 B。AB 两点是未投影时的位置。A 点投影于 P，B 点投影于 M，P 与 M 是投影对蹠点，都在一个大圓上。因此 PQM 在一个大圓上。由 PQM 三点求出圓心 C 点，以 CP 为半径繪圓弧 PQM。

若使用投影网来繪 PQ 大圓，更較簡捷。将此图平舖于吳氏投影网上，轉动投影网使 PQ 落于同一大圓上为止，然后描出大圓，如图 20b。

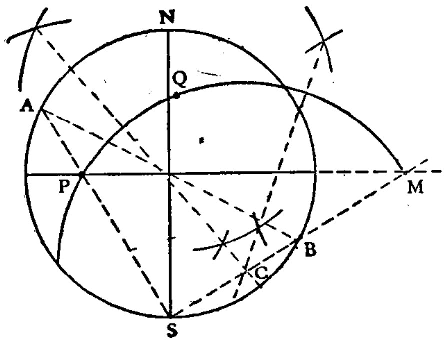

图　20a

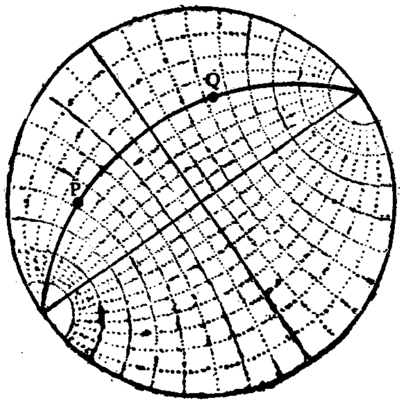

图　20b

2. 大圓与基圓相交于基圓直径的两端

球面上的大圓必然是通过球心的平面与球体相交的一个圓，旣然通过球心，不論是直立或是傾斜它們在投影图上都是經过直径的两端（参看图 3 的投影）。

3. 知一大圓，求其极点

大圓是表示經过球心的一个平面，垂直此平面作一綫与球面相交之点称为极点。大圓的极点也就是垂直大圓的一个投影点。图 21a ACB 为大圓，A 点与 B 点必在直径的两端。經过 O 点作垂綫 OC，极点必在此綫上。ACB 大圓傾斜度等于 AD，自 D 量度 90° 得一点 E。連 BE，投影于赤平面上 F 点，F 即是大圓的极点。

若使用投影网可将此图平舖于投影网上，轉动投影网使 ACB 大圓合于投影网上的一大圓，在 OC 垂綫上自 C 向右 90° 处得一点 F，即为极点，如图 21b。

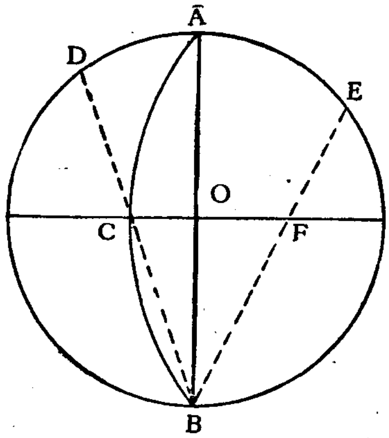

图 21a

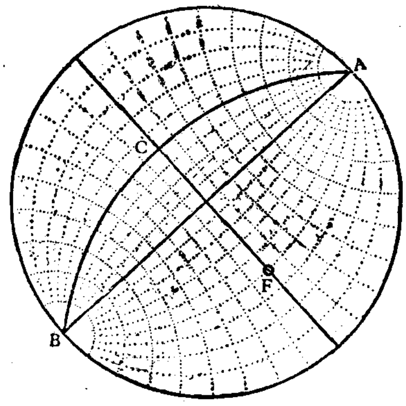

图 21b

4. 知极点求大圓

图 22a P 为极点。連 OP，作垂綫 NS。連 SP，并引长之与球面相交于 A，自 A 量度 90° 得 B 点。連 SB，与 OP 相交于 C 点。N，C，与 S，三点在此大圓之內。求中心 D，繪圓弧 NCS。

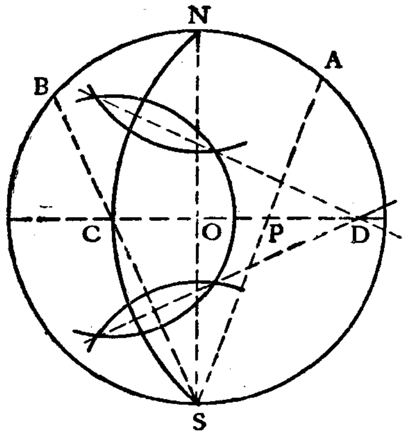

图 22a

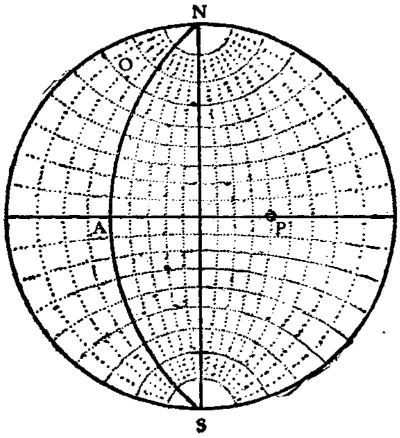

图 22b

若使用投影网可将此图平舖于投影网上，轉动图紙使 P 在投影网的 EW 綫上。自 P 量度 90° 得一大圓，照繪于图上，即所求之大圓，如图 22b。

5. 求投影大圓的作图圓心

作图圓心求法有三种，可随条件自由选择。

图 23a 系普通法，平分 AC 作垂綫，平分 BC 作垂綫，二平分綫相交于 D 点、D 点即作图圓心。图 23b 平分 AC 作垂綫，平分 AB 作垂綫，二平分綫相交于 D 点，D 点即作图圓心。 图 23c 自 A，B 与 C 各繪圓弧 a，b 与 c，用不等半径又各繪圓弧 a'，

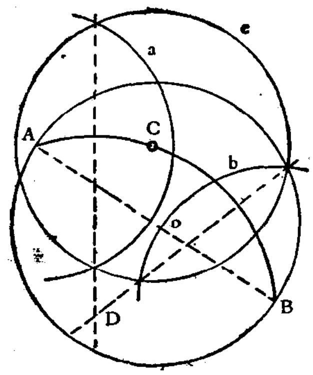

图 23a

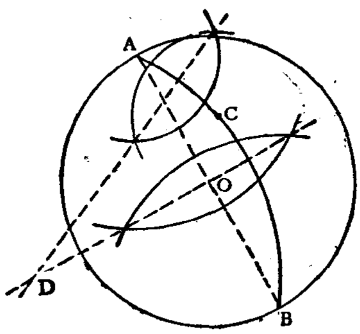

图 23b

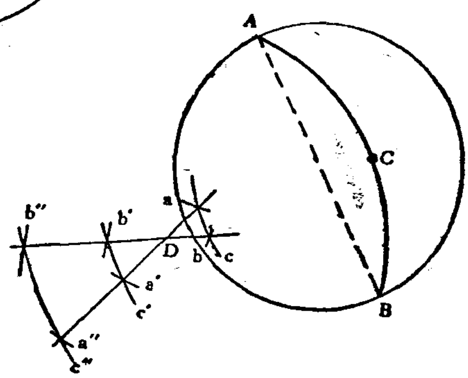

图 23c

b' 与 c'，若 $a\ c$ 二弧之交点与 $a'\ c'$ 二弧之交点分别在对方时(或左方右方)，連結相对的两点，二綫交于 D 点：若圓弧相交于同方时，如 $a'\ c'$ 与 $a''\ c''$ 两弧，連結同方的两点，二綫相交于 D 点。D 点即为作图圓心。半径太长的大圓，用前二法有时感覚繪图紙不够用，那末 23c 較为便利。

6. 繪一小圓，已知其半径与其中心

图 24a，C 为中心，小圓半径为 20°。SCP 为投影射綫，C 为 P 点的投影。以 P 为圓心在其左右 20° 得出两点 L 与 M，它們的投影为 A 与 B。AB 为投影小圓的直径。平分 AB，得出作图圓心 D，即可繪出小圓。

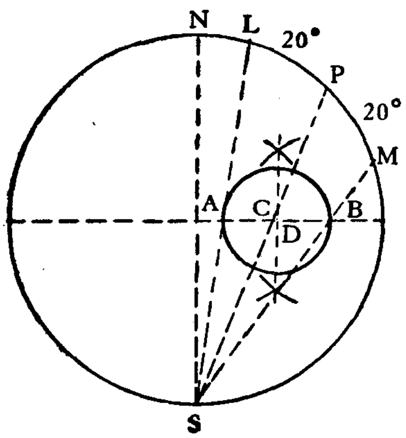

图 24a

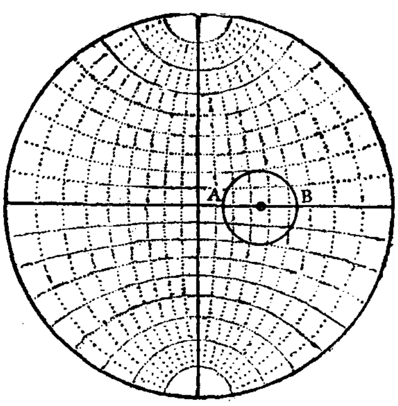

图 24b