大学物理解题指导

王 莱 陈宜生
吴亚非 李增智 周佩瑶 编

天津大学出版社

内 容 提 要

本书是与陈宜生等编《大学物理》配套的教学参考书。对该教材中除用计算机求解之外的601道习题全部给出了解答。有的解答较为详尽，有的解答较为简练，有的只给出了结果，目的是助学习《大学物理》课程的大学本科生一臂之力，尽快提高他们分析问题、解决问题的能力。

本书可作为工科院校各专业本科生学习《大学物理》的参考书。

图书在版编目(CIP)数据

大学物理解题指导/王莱等编．—天津：天津大学出版社，2000．1(2001．4重印)
ISBN 7-5618-1267-1

Ⅰ．大…　Ⅱ．王…　Ⅲ．物理学-高等学校-解题
Ⅳ．04-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2000)第10252号

出　版　天津大学出版社
出版人　杨风和
地　址　天津市卫津路92号天津大学内(邮编：300072)
电　话　发行部：022-27403647　邮购部：022-27402742
印　刷　天津市宝坻县第二印刷厂
发　行　新华书店天津发行所
开　本　850mm×1168mm　1/32
印　张　13.375
字　数　348千
版　次　2000年1月第1版
印　次　2001年4月第2次
印　数　5001—10000
定　价　18.00元

前　言

《大学物理》是工科院校本科教学中一门重要的基础课，对培养和提高学生的科学素质起着其他课程不能替代的特殊作用。在《大学物理》教学过程中，做习题是一个重要的环节。学生通过做习题可以起到复习、巩固所学知识，加深对教学内容的理解，提高运用所学理论解决实际问题的能力，以及扩大知识面等作用。这本《大学物理解题指导》是与陈宜生等编《大学物理》教材配套的教学参考书。本书对该教材中除用计算机求解之外的601道习题全部给出了解答。有的解答较为详尽，有的解答较为简练，个别题只给出了结果。在解题过程中，力求做到思路明晰，条理清楚。需要指出的是，本书所给出的解答并不是唯一的解答，同学们可以尝试用其他方法解答同一道习题，以提高自己分析问题、解决问题的能力。我们希望同学们做习题时要深入钻研，每做一题应对该题的物理内容有透彻的理解，而不要仅满足于得出一个正确的答案。在此，我们引用著名物理学家索末菲当年对他的学生、诺贝尔奖金获得者海森伯说过的一句话，供同学们参考：

“通过孜孜不倦地做习题，就可以明了，哪些知识你已经掌握，哪些还没有。”

本书作者分工如下：王莱编写第一章和第二章；陈宜生编写第三章、第四章、第六章和第七章；吴亚非编写第五章；李增智编写第八章、第九章和第十章；周佩瑶编写第十一章和第十二章。此外，由吴亚非用计算机绘制全部插图，李增智负责统稿。由于编者水平所限，书中缺点错误在所难免，恳请广大教师和同学批评指正。

编　者

1999年6月

目　　录

第一章 质点力学

A

1. 对一个质点来说，$\mathrm{d}v/\mathrm{d}t$、$\mathrm{d}r/\mathrm{d}t$、$\mathrm{d}s/\mathrm{d}t$、$\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t$、$|\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t|$各表示什么物理意义？

答 切向加速度 a_t、径向速度 v_r、速率 v、加速度 $\boldsymbol{a}$、加速度的值。

2. 质点的切向加速度 a_t、径向速度 v_r、速率 v、加速度 $\boldsymbol{a}$、加速度的大小 a 分别如何表示？

答 $a_t=\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}, v_r=\dfrac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}, v=\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$或 $v=\dfrac{|\mathrm{d}\boldsymbol{r}|}{\mathrm{d}t}, \boldsymbol{a}=\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}, a=\dfrac{|\mathrm{d}\boldsymbol{v}|}{\mathrm{d}t}$。

3. 若第 2 题中的各量均等于零，分别表明为哪种运动状态？

答 匀速率运动、圆周运动、静止、匀速运动、匀速运动。

4. 如图 1-1 所示，将质量为 M 的物体用二条细绳系住并悬挂起来，用手握住下面一条绳子的下端，用力向下拉动，试分析这两条绳子中的张力是否相等？哪个大些？

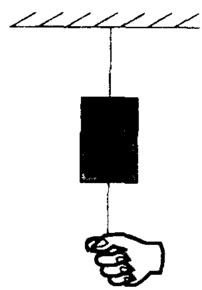

图 1-1 题 4 图

答 设细绳形变而物体的瞬时加速度为 $\boldsymbol{a}$，加速度的大小决定两条绳子中张力大小的比较。

$$Mg+T_{下}-T_{上}=Ma$$
$$T_{上}-T_{下}=M(g-a)$$

$a<g$,则 $T_{上}$ 较大;$a>g$,则 $T_{下}$ 较大;$a=g$,则两绳中张力大小相等。

5. 如图 1-2 所示,细绳跨过两个定滑轮,两端各悬挂一个小物块。两物块质量相等,并等高。若使其中一个物块作绕自身平衡位置的摆动,另一物块是否会时而向上,时而向下地运动呢?还是保持静止的状态呢?

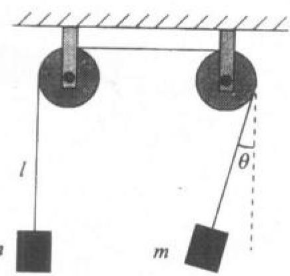

图 1-2 题 5 图

答 会时上时下地运动。例如:

右物摆过平衡位置时,

$$T-mg=mv^2/l,\ T>mg$$

右物摆过最高位置时,

$$T-mg\cos\theta=0,\ T<mg$$

6. 如图 1-3 所示,质量为 m 的小圆珠被穿在一条铅垂面内圆弧形的光滑轨道上,可沿轨道自由滑移。设小珠从 A 点开始,由静止状态起始向下滑动。在运动中,小珠加速度的方向是否指向轨道圆心?如不是,加速度的方向与水平方向间的角度改变的规律是什么?速率是均匀增加的吗?

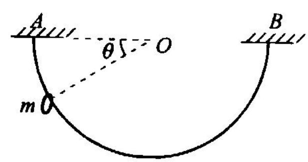

图 1-3 题 6 图

答 下滑过程中,小珠加速度的方向不一定指向轨道圆心。

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=a_t=g\cos\theta\\[2ex]\dfrac{v^2}{R}=a_n=2g\sin\theta\end{cases}$$

显见速率的增加是非均匀的。加速度与水平方向间的夹角

$$\alpha = \arctan\frac{a_t}{a_n} - \theta = \arctan\left(\frac{1}{2}\cot\theta\right) - \theta$$

7. $\boldsymbol{F}_1 = 4xy\boldsymbol{i} + 2x^2\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{F}_2 = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j}$ 中哪一个力为保守力？

答 保守力 $\boldsymbol{F}$ 等于势能函数的负梯度，即 $\boldsymbol{F} = -\nabla E_p$，所以有 $\nabla\times\boldsymbol{F} = 0$。$\boldsymbol{F}_1$ 为保守力，$\boldsymbol{F}_2$ 也为保守力。

8. $m(\mathrm{d}\boldsymbol{v}/\mathrm{d}t) = m\boldsymbol{g} - b\boldsymbol{v}$，这是描述一个质点在地表重力场中运动规律的微分方程。等号右边第二项表明空气阻力的大小与该质点的速率成正比例，b 为比例系数。若选定以速度 $\boldsymbol{v}_0$ 垂直地表运动的物体群为第二参考系；选定以加速度 $\boldsymbol{g}$ 运动的物体群为第三参考系，并假设 $t=0$ 时参考系的速度为零。试写出质点在第二、第三参考系中的运动微分方程。

解 设第二参考系中的参量用脚标 2 表示，第三参考系中的参量用脚标 3 表示。

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_2 + \boldsymbol{v}_0,\ \therefore m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_2}{\mathrm{d}t} = m\boldsymbol{g} - b\boldsymbol{v}_2 - b\boldsymbol{v}_0$$

$$\boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}_3 + \boldsymbol{g},\text{即 } m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_3}{\mathrm{d}t} = m\boldsymbol{a} - m\boldsymbol{g} = -b\boldsymbol{v}$$

而第三参考系相对地的速度为 $\boldsymbol{g}t$，所以 $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}_3 + \boldsymbol{g}t$

从而 $$m\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}_3}{\mathrm{d}t} = -b\boldsymbol{v}_3 - b\boldsymbol{g}t$$

9. 依据科里奥利力，分析一下北半球上，围绕高压中心的风向是顺时针的还是逆时针的？在南半球上，围绕低压中心的风向又如何呢？

答 风向均为顺时针旋转。

10. 有两个坐标系，其原点重合。带撇坐标系相对不带撇的静止坐标系旋转，其角速度 $\boldsymbol{\Omega}$ 为恒量。设 $\boldsymbol{i}'$ 为带撇坐标系中沿 X' 轴向的单位矢量，试写出相对于静止坐标系 $\mathrm{d}\boldsymbol{i}'/\mathrm{d}t$ 及 $\mathrm{d}^2\boldsymbol{i}'/\mathrm{d}^2t$ 的表达式。

答　$\dfrac{d\boldsymbol{i}'}{dt}=\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{i}'$　$\dfrac{d^2\boldsymbol{i}'}{d^2t}=\boldsymbol{\Omega}\times(\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{i}')$

11. 对如图 1-4 所示的均质薄板，有几种方法可用来求出它的质心位置？哪个方法简单？

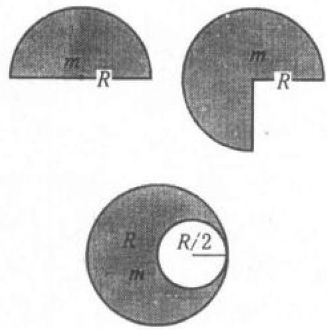

图 1-4　题 11 图

答　依据质心定义或利用对称性法、补偿法均可。半圆及 3/4 圆薄板的质心均在其对称半径上，距离圆心分别为 $4R/3\pi$ 和 $4\sqrt{2}R/9\pi$。带孔薄板的质心在其对称轴上，距圆心 $R/6$。

12. 两个小球质量分别为 m_2,m_3，由一个劲度为 k 的轻弹簧连接起来，将它们放在水平桌面上，处于静止状态。另一质量为 m_1 的小球沿着弹簧轴线以速率 v_0 向小球 2 靠近，$m_1=m_2=m_3/4$。若 1、2 两球相撞后粘为一体，那么，碰撞后系统质心的速率为 $v_0/2$，$v_0/4$，还是其他的数值？1、2 合体球的速度会不会改变方向？3 球的速率有时是否会大于质心的速率？

答　依据动量守恒定律，碰后质心速率为 $v_0/6$。合体球的速度会有反方向的时候，其最小速度值为 $-v_0/6$。当然 3 球的速率有时会大于质心速率，其最大速度值为 $v_0/3$。

13. 在势能函数 $V(r)=-k/r$（k 为大于零的常数）的有心力场中运动的粒子，其轨道可能是直线吗？可能的轨道形状有几种？在粒子对力心的角动量一定时，沿哪一种轨道运动，粒子的能量最小？

答　当粒子初始静止或速度沿径向时，其轨道是一直线。轨道还可能为双曲线、抛物线、椭圆、圆。沿圆轨道运动时，粒子能量最小，其值为 $-mk^2/(2L^2)$，L 为角动量的值，圆轨道半径为

$L^2/(mk)$。

14. 两小球在光滑的水平面上对心完全弹性碰撞，初始时刻 B 球静止，A 球以速率 v_1 向 B 球运动，A 球质量为 m_1。试分析如何选取 B 球的质量 m_2，才能使碰后 B 球的速率大些？动能最大？或动量大些？

答 依据动量守恒与碰后分离速度与碰前接近速度的关系可知：m_2 尽量小，碰后 B 球速率就大些；当 $m_1 = m_2$，碰后 B 球的动能最大；m_2 尽量大，碰后 B 球动量就大些。

15. 若质点围绕静止质点作平面轨道运行，相对的位矢在相等时间内扫过相等的面积，能否由此判定两质点间的相互作用力的性质。

答 不难证明，该运动质点对静止质点的角动量守恒，则质点受到的是有心力，为保守力。

B

16. 某物的运动规律为 $\mathrm{d}v_x/\mathrm{d}t = -kv_x^{3/2}t$，$k$ 为常数，当 $t=0$ 时，该物体的速度为 v_{x0}。写出其速度 v_x 随时间 t 改变的函数关系式。

解 $$\int_{v_{x0}}^{v_x} v_x^{-\frac{3}{2}}\mathrm{d}v_x = -\int_0^t kt\,\mathrm{d}t, \therefore \frac{1}{\sqrt{v_x}} = \frac{1}{\sqrt{v_{x0}}} + \frac{k}{4}t^2$$

17. 如图 1-5 所示，一小船停于河中，河岸高出水面 h，船上的人以匀速率 v_0 收绳，写出小船运动的微分方程，并分析船向岸边靠拢的加速度 a 随绳子角度 θ 的变化规律。

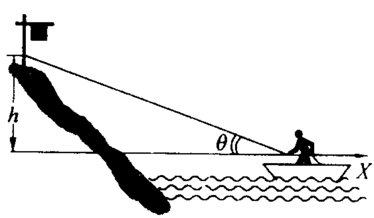

图 1-5 题 17 图

解 (1)由 $x^2+h^2=l^2$ 及$\dfrac{dl}{dt}=-v_0$ 可得

$2x\dfrac{dx}{dt}=-2lv_0$ 或 $x\dot{x}+lv_0=0$,小船运动的微分方程为

$$x\ddot{x}+\dot{x}^2-v_0^2=0$$

$$(2)a=\frac{dv}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{v_0}{\cos\theta}\right)=\frac{v_0\sin\theta}{\cos^2\theta}\dot{\theta}$$

$$v_0=-\frac{dl}{dt}=-\frac{d}{dt}\left(\frac{h}{\sin\theta}\right)=\frac{h\cos\theta}{\sin^2\theta}\dot{\theta}$$

将上面两式联立,可得

$$a=\frac{v_0^2}{h}\tan^3\theta$$

18.小球沿半径为 R 的圆周运动,其加速度与速度的夹角不随时间改变,保持为 $\theta_0(\theta_0>90°)$。若时刻 $t=0$,小球速率为 v_0,求小球通过的弧长 Δs 与时间 t 的关系。若 $\theta_0<90°$,小球的运动情况如何?

解 $\begin{cases} a_n=\dfrac{v^2}{R} \\ a_t=\dfrac{dv}{dt} \end{cases}$ 依据题意有$\dfrac{a_n}{a_t}=\tan\theta_0$

将式$\dfrac{dv}{v^2}=\dfrac{1}{R\tan\theta_0}dt$ 经两步积分可得

$$\Delta s=-R\tan\theta_0\ln\frac{R\tan\theta_0-v_0t}{R\tan\theta_0}$$

19.一质点作直线运动,其相对起点 O 的位移 y 随时间 t 改变的情况如图 1-6(a)中抛物线所示。在 a 点处该曲线的切线与 y 轴的夹角为 30°,分析质点的运动类型,并画出质点的 v-t 图。

解 y 随 t 变化的关系一定可表示为

$y=A(t-1)^2-B$,代入题设条件

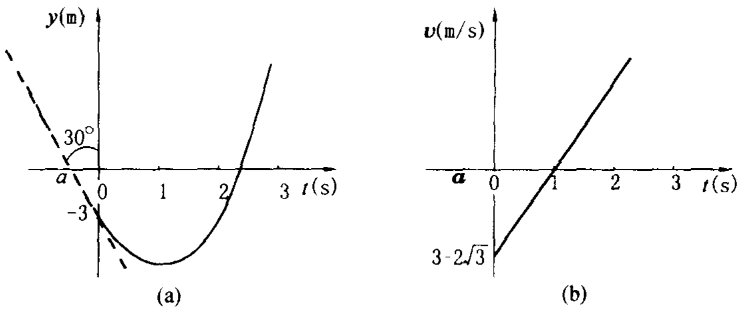

图 1-6　题 19 图

$$\begin{cases} t=0 \quad y=-3 \\ y=0 \quad \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}=\tan(-60^\circ)=-\sqrt{3} \end{cases}$$

可求解得出

$$y=\frac{-3+2\sqrt{3}}{2}(t-1)^2-\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$$

或表示为

$$y=\frac{-3+2\sqrt{3}}{2}t^2-(-3+2\sqrt{3})t-3$$

该质点作匀加速直线运动，其速度随时间变化的曲线（$v-t$ 图）如图 1-6(b)所示。

20. 一辆汽车从静止出发，在平直公路上加速前进，其发动机的功率 P 恒定。假设汽车所受到阻力 f 的大小不变，它会作匀加速运动吗？若不能的话，汽车加速度将如何改变？其最终的运动状态如何？

解　发动机的功率 $P=Fv$ 恒定，汽车启动时速度小，发动机的牵引力 F 很大，车的速度增大的会很快。随速度的加快，F 减小，使车速的增快减慢。所以，汽车作非匀加速运动，加速度随速度改变的规律为 $a=(P/v-f)/m$。最终汽车以所能达到的最快

速度 $v_{max}=P/f$ 作匀速直线运动。

21. 某质点的运动方程为 $x=at, y=b-ct^2, z=d$,(a,b,c 均为正数),且 $a^2<2bc$,试分析该质点轨道的曲率半径是否有时会恰好通过原点? 并求出届时质点的位矢。

解 若 $d\neq 0$,轨道的曲率半径不可能通过原点。

若 $d=0$,则在 $\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{v}=0$ 成立时,轨道的曲率半径通过原点,求解过程如下:

$$\boldsymbol{r}\cdot\boldsymbol{v}=xv_x+yv_y=a^2t-2ct(b-ct)=0$$

可得 $$t_1=0, t_{2,3}=\pm\sqrt{\frac{2cb-a^2}{2c^2}}$$

届时质点的位矢

$$\boldsymbol{r}_1=b\boldsymbol{j},\quad \boldsymbol{r}_{2,3}=\pm\frac{a}{2c}\sqrt{4bc-2a^2}\,\boldsymbol{i}+a\boldsymbol{j}$$

22. 图 1-7 中小球系于细绳的一端,质量为 m,并以恒定的角速度 $\boldsymbol{\omega}_0$ 在光滑水平面上围绕一半径为 R 的圆周运动。细绳穿过圆心小孔,若手握绳的另一端用力 $\boldsymbol{F}$ 向下拉绳,使小球运转的半痉减小一半,试求 $\boldsymbol{F}$ 力对小球所作的功。

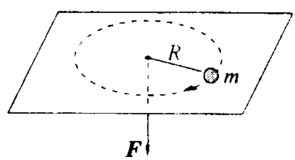

图 1-7 题 22 图

解 依据角动量守恒,

$$mR^2\omega_0=m\left(\frac{R}{2}\right)^2\omega, \text{则 } \omega=4\omega_0$$

依据动能定理,力 F 所作的功

$$A=\frac{1}{2}I\omega^2-\frac{1}{2}I_0\omega_0^2=\frac{3}{2}mR^2\omega_0^2$$

23. 如图 1-8 所示,两物块的质量分别为 m_1, m_2,用两个相同

的轻弹簧将它们连为一体，静置于一水平桌面上。弹簧的劲度为 k。现在缓慢地用力施于上面一个弹簧的上端，向上慢慢提起，直到使下面的物块刚刚能脱离桌面为止。试问外力在此过程中作了多少功？

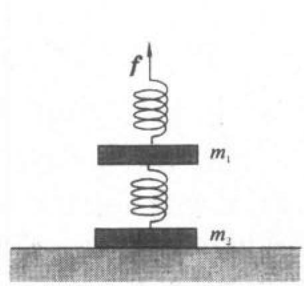

图 1-8　题 23 图

解　初始时两块物间弹簧处于压缩态，形变

$$\Delta x=\frac{m_1 g}{k}$$

末态两物块间弹簧与上面的弹簧均处于拉伸态，形变分别为

$$\Delta x'=\frac{m_2 g}{k}$$

$$\Delta x''=\frac{(m_1+m_2)g}{k}$$

依据功能关系，外力作功

$$\begin{aligned}A&=E_{p2}-E_{p1}\\&=m_1 g(\Delta x'+\Delta x)+\frac{1}{2}k\Delta x''^2+\frac{1}{2}k\Delta x'^2-\frac{1}{2}k\Delta x^2\\&=\frac{g^2}{k}(m_2^2+2m_1m_2+m_1^2)\end{aligned}$$

24. 在桌面上有一孔，一质量均匀分布的绳子，其一部分在桌面上，另一部分通过孔下垂。在下垂部分重量的作用下，绳子逐渐通过孔下落。设绳全长为 L，运动开始时下垂部分长为 L_0，求绳端自桌面刚好滑下时的速度。

解　设绳子与桌面间的摩擦系数为 μ，有

$$\mu(L-L_0)\lambda g=L_0\lambda g,\ \mu=\frac{L_0}{L-L_0}$$

依据动力学方程或功能关系，有

$$\frac{1}{2}g(1+\mu)(x^2-L_0^2)-\mu gL(x-L_0)=\frac{1}{2}Lv^2$$

代入 $x=L$,可得出绳端自桌面刚好滑下时的速度为

$$v=\sqrt{g(L-L_0)}$$

25. 试求题 6 中轨道对小珠的作用力 N 随角度 θ 变化的关系式,并绘出 N-θ 图。

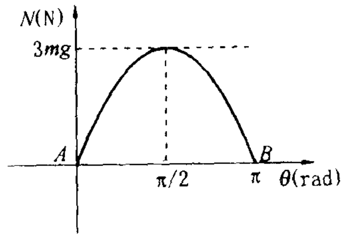

图 1-9 N-θ 图

解 $$\begin{cases}\dfrac{dv}{dt}=a_t=g\cos\theta\\ m\dfrac{v^2}{R}=N-mg\sin\theta\end{cases}$$

对第一式积分,有

$$\int_0^v v\,dv=\int_0^\theta Rg\cos\theta\,d\theta$$,得

$$\frac{1}{2}v^2=Rg\sin\theta,$$

代入第二式,可得

$$N=mg\sin\theta+m\frac{v^2}{R}=3mg\sin\theta$$

N-θ 图如图 1-9 所示。

26. 一维保守力场的势能分布如图 1-10 所示。某物体质量为 m,初始时刻被固定于 50cm 处,试说明该物体被释放后将作周期性的运动,并求其周期 T 的大小。

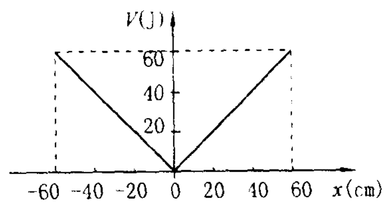

图 1-10 题 26 图

解 依图中所示,$V=100|x|$(x 以 cm 为单位),从而可得保守力

$$f = 100\ \mathrm{N} \quad (-0.5\mathrm{m} < x < 0)$$

$$f = -100\ \mathrm{N} \quad (0 < x < 0.5\mathrm{m})$$

物体在指向 0 点力的作用下，将围绕 0 点作周期性运动。物体加速度的大小为 a，从 50cm 处回到 0 点所用时间 Δt 为 1/4 周期。依据机械能守恒，有

$$V + \frac{1}{2}mv^2 = E$$

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = v = \pm\sqrt{\frac{2}{m}(E - V)}$$

对上式积分，可得

$$\Delta t = \int_{0.5}^{0} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{\frac{2}{m}(50 - 100x)}} = 0.1\sqrt{m}$$

$$T = 0.4\sqrt{m}\ \mathrm{s}$$

27. 有一根劲度为 k，质量可被忽略不计的轻弹簧，其一端被固定在电梯内顶壁上，另一端系着一个质量为 M 的物体。当电梯以恒定的加速度 $\boldsymbol{a}$ 上升时，物体相对电梯恰好处于静止状态。此刻，若电梯的加速度突然变为零，在此之后从电梯内观察，物体的最大速率 v_m 是多大？

解 电梯系原为非惯性系，物体受力平衡，为

$$Mg = f_{惯} + f_{弹} = -Ma + k\Delta x'$$

加速度变为 0 后，系统为惯性系。依据机械能守恒，物体将围绕新的平衡位置往复谐振动，经过平衡位置时，弹簧形变伸长为 $\Delta x = Mg/k$，而物体的速率最大，根据

$$\frac{1}{2}k\Delta x'^2 - Mg(\Delta x' - \Delta x) = \frac{1}{2}Mv_\mathrm{m}^2 + \frac{1}{2}k\Delta x^2$$

求解可得 $\quad v_\mathrm{m} = \sqrt{\frac{M}{k}}a$

28. 球状中子星的质量均匀分布，密度为 ρ，试问当中子星转动周期 T 为多大时，其赤道上的物体将会飞离而去？

解 当作用于赤道上物体的惯性离心力大于引力时，物体将会飞离而去，即

$$m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 R > G\frac{Mm}{R^2}$$

或 $$T<\sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}$$

29. 如图 1-11 所示，有一质量为 m 的小球，由静止状态开始沿着光滑的 1/4 圆弧形沟槽滚下。沟槽质量为 M，半径为 R，设该沟槽被放于光滑的水平桌面上，求小球离开沟槽时相对沟槽速度 $\boldsymbol{v}'$ 的大小。

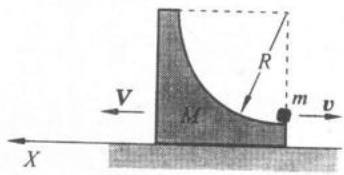

图 1-11　题 29 图

解 小球沟槽系统在水平方向动量守恒，且机械能守恒，即

$$\begin{cases} m\boldsymbol{v} + M\boldsymbol{V} = 0 \\ \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 = mgR \end{cases}$$

式中 $\boldsymbol{v}$、$\boldsymbol{V}$ 分别表示在小球离开沟槽时小球与沟槽相对桌面的速度。求解可得

$$|\boldsymbol{v}| = \sqrt{\frac{2MgR}{m+M}}$$

则小球离开沟槽时相对沟槽速度 $\boldsymbol{v}'$ 的大小为

$$v' = -\sqrt{\frac{2(m+M)gR}{M}}$$（负号表明其方向与沟槽速度 V 的方向相反）

30. 如图 1-12 所示，两个质量相同的小球分别用细线悬挂于 A，B 两点，悬点的高差恰为球 2 悬线的长度。处在平衡静止状态

时，两球等高，中心距离等于球的直径。若把小球 1 在竖直平面内拉开一个角度 $\theta=60°$，并由静止开始将球 1 释放。设两球碰撞时恢复系数为 e，求相碰后小球 2 摆开的最大角度 ϕ。

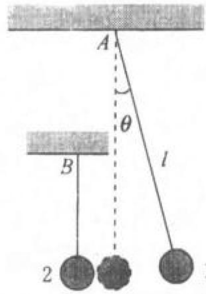

图 1-12　题 30 图

解　对此非弹性碰撞，下面的关系成立，即

$$\begin{cases} m_1 v_{10} = m_1 v_1 + m_2 v_2 \\ v_{10} e = v_2 - v_1 \end{cases}$$

其中　　$m_1 = m_2,\ v_{10} = \sqrt{2gl(1-\cos\theta)}$

求解可得碰后小球 2 的速率

$$v_2 = \frac{1}{2}(1+e)\sqrt{gl}$$

其摆开的最大角度

$$\phi = \arccos\left[1 - \frac{(1+e)^2}{4}\right]$$

31. 如图 1-13 所示，长为 $2l$ 不计质量的细杆与两个质点相连接，两质点的质量分别为 m_1, m_2，构成一个刚性哑铃。哑铃杆的中点 O 与一定轴连接，杆与轴的夹角保持为 θ 不变，并使哑铃绕定轴旋转，角速度为 $\omega\boldsymbol{j}$。试求哑铃转经图中位置时，系统对于 O 点的角动量 $\boldsymbol{L}$。

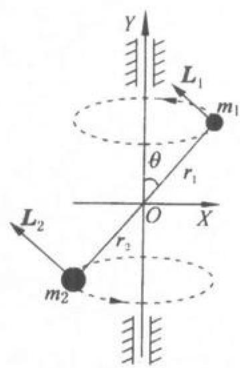

图 1-13　题 31 图

解　$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{L}_1 + \boldsymbol{L}_2$

$\boldsymbol{L}_1$ 与 $\boldsymbol{L}_2$ 分别为质点 1、2 对 O 点的角动量

$$\boldsymbol{L}_1 = \boldsymbol{r}_1 \times m_1 \boldsymbol{v}_1$$