

JIDUIFENXI JIQI
CHUBUYINGYONG

集对分析及其 初步应用

赵克勤 著



浙江科学技术出版社

集对分析及其初步应用

赵克勤 著

浙江科学技术出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

集对分析及其初步应用/ 赵克勤著. —杭州：浙江科学
技术出版社，2000. 3
ISBN 7-5341-1338-5

I . 集… II . 赵… III ①集论②集论-应用
IV . 0144

中国版本图书馆 CIP 数据核字(99)第 35633 号

集对分析及其初步应用

赵克勤 著

*

浙江科学技术出版社出版

浙江印刷集团公司印刷

浙江省新华书店发行

开本：787×1092 1/32 印张：6.625 字数：146 000

2000 年 3 月第 1 版

2000 年 3 月第 1 次印刷

ISBN 7-5341-1338-5/O · 21

定 价：12.00 元

责任编辑：周伟元

封面设计：孙 菁

内 容 简 介

集对分析 (Set Pair Analysis, 简记为 SPA) 是作者经过近 20 年思考于 1989 年提出的一种用联系数 $a + bi + cj$ 统一处理模糊、随机、中介和信息不完全所致不确定性的系统理论和方法。其特点是对客观存在的种种不确定性给予客观承认，并把不确定性与确定性作为一个既确定又不确定的同异反系统进行辩证分析和数学处理。集对分析的理论和方法至今已在科学技术和社会经济的许多领域得到应用。

本书是集对分析的第一本专著，较为系统地介绍了集对分析的基本概念与基本思想、方法以及主要应用成果。全书共 7 章，第一章到第五章介绍集对分析的基本概念和思想、理论、方法，第六章与第七章是集对分析在科学研究与工程技术以及社会、经济、人文等领域中的初步应用。全书思路清晰，思想新颖，创见颇多，方法易懂，涉及面广，可读性强，启发性大，有助于读者开拓思路和科技知识创新。

本书读者对象为高等院校教师、研究生、大学生，自然科学、工程技术与社会、经济等领域的科技人员、管理决策人员以及自学青年等。

前　　言

集对分析 (Set Pair Analysis, 简记为 SPA) 系作者于 1989 年正式提出。10 年过去了, 集对分析的第一本专著终于在广大科技人员的支持下问鼎于世, 在此向多年来关心和支持集对分析研究和应用的众多专家学者、志士同仁表示衷心感谢。

不确定性是自然界和人类社会中普遍存在的一种客观现象。不确定性的普遍性完全等同于确定性的普遍性, 而且与确定性一样古老和久远, 但由于历史和人类文明阶段发展的限制, 相当长的一段时期内, 人们认识和研究的仅是关于确定性的规律, 与之相应的数学是关于“常量”的数学, 从层次的角度看, “常量”是指在宏观和微观 2 个层次上都取确定值的量。然而, 历史的进步与社会的发展必然要把不确定性提到与确定性同样重要的位置。在这方面, 人们最早注意到的不确定性是宏观层次上的不确定性, 但很快发现, 相当普遍的一类宏观不确定性在微观层次上却是完全确定的, 笛卡尔的解析几何以及随后建立起来的微积分学基本上解决了这类宏观不确定性的描述、分析和计算问题。与此同时人们得到了“变量”的概念, 解析几何与微积分已被公认为是关于“变量”的数学, 从层次的角度看, 微积分中所称的变量是指在宏观上不确定取值而在微观上取确定值的量。

19 世纪, 随机不确定现象开始引起人们的注意, 经过众多数学工作者的努力, 古典概率、统计理论、公理化概率论先后被建立、发展和完善。进入 20 世纪, 模糊不确定现象又进入人

们的思维圈，美国学者查德 (L. A. Zadeh) 提出模糊集的概念，由此引发出来的模糊数学又逐渐为人们所理解、接受并得到广泛应用。但无论是概率论还是模糊集理论，它们都以康托尔的经典集合论作为理论基础，其基本思路是设法把随机不确定性和模糊不确定性在一定条件下转化为确定性，之后，用处理变量的数学来处理这些不确定性。例如，对于单个事件的随机不确定性，人们通过观察大量的随机试验，从宏观层次上来研究其规律性，进而形成概率的概念和建立随机不确定理论。对于模糊不确定性，也设法从统计的角度来确定其模糊不确定的程度。

但是，给出明天下雨的概率是 0.7，仅仅是对可能下雨这一不确定性的一种度量，这样的 0.7 与 7 在 10 中间占的比例是 0.7，在性质上完全不同，后者是一个确定量，前者应是一个不确定量；模糊隶属度的概念也与此类似，用查德的模糊数学可以计算出一个 60 岁的人属于老的程度是 0.8，而事实是，同样是 60 岁的人却有不同程度的老。如此尖锐的矛盾使我们意识到：对于随机、模糊这类不确定性，需要我们作深层次的思考，需要引进一个“不确定量”的概念。从层次的角度看，这里所说的不确定量是指在宏观上可以取确定的值，而在微观上不确定取值的一种量，这种不确定量也是一种常见量。对于这种不确定量，要同时从确定性和不确定性 2 个方面去描述之，于是形成联系数的概念，一种把一定范围内的确定性与不确定性联系起来的数，从而在一定意义上使集对分析从一个全新的角度来建立理论和提供方法。

有关集对分析的理论可简称为集对论。集对论一方面可看作是对集合论的进一步研究，另一方面又与当前正在兴起的有关非线性、分形、混沌等系统的复杂性理论相衔接，因为从层

次的角度看，显然还存在着在宏观和微观两个层次上都取不确定值的量，而这种不确定量与前面所说的不确定量又有根本的区别，我们把这种不确定量称为超不确定量。

耐人寻味的是，集对分析在 1989 年包头召开的全国系统理论会议上提出时，是以一种系统分析方法的面目问世，当时的论文题目是：集对与集对分析——一个新的概念和一种新的系统分析方法，但该论文中定义的集对概念和联系度 $\mu=a+bi+cj$ 纯粹是属于数学的。令人欣慰的是，当时的会议召集人之一，厦门大学的周济教授指出了集对分析的价值，会议的东道主乌杰教授以及到会的其他学者都对集对分析的研究表示关注和支持。集对分析最先在系统科学学术会议上提出，这件事本身意味着集对分析是系统科学与数学交融结合的产物。集对分析的发展也证实了这一点。

随着集对分析研究工作的逐步深入，其价值日益显示出来。包头会议之后，一大批活跃在学术领域的专家学者以各种不同的方式支持、研究、推广、应用集对分析，他们当中有中国工程院院士、哈尔滨建筑大学王光远教授，中国科学院系统科学研究所顾基发研究员，北京科技大学涂序彦教授，北方交通大学贺仲雄教授，苏州大学数学科学院陈华豪教授等。浙江的项浙学教授、徐德明教授、余潇枫教授、黄德才博士和浙江黄金机械厂的曾伟、王利品、陈祝生、陈青山、骆建松、楼宛华等多年来对集对分析的研究给予多方面的有力支持。正是由于集对分析自身具有强大的生命力，又有一大批专家和科技人员的厚爱与支持，才使得集对分析迅速得到发展，在自然科学、军事科学、社会经济和工程技术、人文教育等领域得到越来越广泛的应用。从 1995 年起的每年一次学术交流会议以及几十种刊物相继发表这方面的论文已近 300 篇。国内有关高等院校还把

集对分析作为研究课题，集对分析已被介绍到国外。

集对分析萌发于 20 世纪 60 年代作者读中学时学习恩格斯《自然辩证法》和数学专著《集合论》时的思考。经过多年研究，在 1988 年第 10 期《自然辩证法报》上发表了《自然辩证法有数学模型吗》一文，并作了肯定的回答，集对分析就是我答案中的内容。

我们希望集对分析这一新的学说随着本书的出版能更广泛地受到学术界、科技界、教育界的重视和推广应用，并在众人的共同努力下得到不断发展和完善。

赵克勤

1999 年 5 月

序 一

世界是不确定性与确定性的矛盾统一体。各种系统、各种事物，在某种条件下、某种层次上，体现出不确定性；而在另一种条件下、另一种层次上，体现出确定性。因此，如何运用对立统一的观点，从整体和全局上研究不确定性和确定性，是有待探讨的重要问题。

赵克勤同志以坚韧不拔的精神，在艰苦困难的环境中，提出并坚持研究集对分析的理论、方法，运用对立统一的观点，从整体和全局上，探讨不确定性与确定性的关系，具有独到的见解和新颖的思路。

本书是赵克勤同志关于集对分析的理论、方法及其应用研究成果的初步总结。内容包括：集对分析的基本概念、不确定性理论、集对势和同异反分析，以及集对分析常用方法及其在工程技术与社会经济等领域的应用。

集对分析已引起国内外学术界的关注，并初步应用于实际系统，这是赵克勤等我国学者们的辛勤劳动结果，应当支持和鼓励。

祝贺《集对分析及其初步应用》专著的出版。

希望集对分析的理论、方法及其应用研究不断发展，取得更大的成果。

中国人工智能学会理事长
涂序彦

1999年5月8日于北京科技大学

序 二

集对分析是一门新兴学科，自赵克勤 1989 年提出以来已在自然科学、社会经济等领域得到初步的应用。

集对分析运用联系数 $a+bi+cj$ 统一处理模糊、随机、中介和信息不完全所致不确定性；从同、异、反 3 个方面研究 2 个事物的确定性与不确定性，全面刻画了 2 个不同事物的联系。它对系统科学的深入研究和发展有着重要的意义。

21 世纪是信息时代，集对分析在信息处理和网络开发方面有着广阔的应用前景，我们相信随着信息科学的发展，集对分析的理论和方法的研究将不断深入，取得更多的成绩。

贺仲雄

1999 年 6 月于北方交通大学

目 录

第一章 绪论	1
1.1 不确定性理论需要有新的发展	1
1.2 集对分析对不确定性的认识和处理	4
第二章 集对分析的基本概念	9
2.1 集对及其表示	9
2.2 2个集合的同异反联系及其记法	11
2.3 联系度 μ 及其确定方法	15
2.4 联系度 μ 的结构、功能与信息	24
2.5 联系熵	33
2.6 联系数	34
2.7 不确定量	38
2.8 超不确定量	40
2.9 联系变量与联系函数	41
2.10 联系角	42
第三章 集对分析中的不确定性理论	44
3.1 从什么是对立说起	44
3.2 常见对立概念的 5 种类型及相应的特征方程	45
3.3 倒数型对立的阶	47
3.4 5 种对立类型的联系与转化	50
3.5 不确定性的分类	51
3.6 确定不确定性方程组及其系统数	53
3.7 确定不确定空间	55
3.8 不确定性在同异反平面上的分布	58
3.9 确定不确定空间中的点线面体	60

3.10 不确定性理论	64
第四章 集对势及其同异反分析	68
4.1 集对势	68
4.2 集对的同势	69
4.3 集对的反势	71
4.4 集对的均势	73
4.5 集对的无穷大势和不确定势	74
4.6 集对势的分级、分类和势序	76
4.7 集对势的演变与势轮	78
4.8 集对的势差与势能	80
4.9 i 的取值	83
4.10 系统势	88
第五章 集对分析的常用方法	92
5.1 直接比较分析法	92
5.2 i 取值分析法	93
5.3 纵横展开分析法	95
5.4 分解分析法	96
5.5 四则运算法	98
5.6 模糊分析法	102
5.7 概率分析法	103
5.8 向量分析法	104
5.9 几何模型法	107
5.10 极值优化法	110
第六章 集对分析在科学与工程领域中的应用	114
6.1 集对分析在数学、物理研究中的应用	114
6.2 集对分析在系统科学与信息研究中的应用	119
6.3 集对分析在降水预报与城市地面沉降控制中的应用	124
6.4 集对分析在农业、林业和生物研究等领域的应用	127
6.5 集对分析在管理科学中的应用	131

6.6 集对分析在人工智能与模式识别中的应用	137
6.7 集对分析在系统可靠性分析与系统优化中的应用	144
6.8 集对分析在电力负荷预报与系统控制中的应用	151
6.9 集对分析在交通和环境等方面的应用	155
6.10 集对分析在采矿和药检中的应用	159
第七章 集对分析在哲学和社会经济等领域中的应用	162
7.1 集对分析在哲学、社会科学研究中的应用	162
7.2 集对分析在经济领域中的应用	165
7.3 集对分析在决策中的应用	171
7.4 集对分析在教育测量评价与美学研究中的应用	175
7.5 集对分析在体育与军事中的应用	181
7.6 集对分析在独生子女心理分析中的应用	185
7.7 集对分析在新闻和语言方面的应用	187
参考文献	191

第一章 绪 论

1.1 不确定性理论需要有新的发展

1.1.1 问题的提出

在科学、技术、社会、经济、哲学、思维等诸多领域中，不确定性一直在困扰着人们的工作，以至于科学家们不得不创造出各种不确定性理论与方法。到目前为止，人们认识得比较清楚的是随机不确定性，但相应的概率论强调被观察对象的相对独立性，而事实上常常难以检验这种独立性，使得人们在不少情况下并不执行以概率论为基础建立起来的推理规则。例如人工智能专家傅京孙^[1]、蔡自兴、徐光佑曾举过以下的例子：

假定我们有以下规则：

如果，启动器发出刺耳噪声，那么，这是坏启动器的可能性是 0.75。

按概率论，上述规则自动地意味着存在另一条以下的规则：

如果，启动器发出刺耳噪声，那么，这是好启动器的可能性是 0.25。

但在许多场合，人们并不接受这样的规则。究其原因，在于好启动器与坏启动器之间存在中间过渡状态。对立事物之间的中间过渡状态在连续过渡时往往带有模糊性。对模糊不确定性的研究始于 20 世纪 60 年代美国学者查德 (L. A. Zadeh) 的工作^[2,3]，其中的隶属度概念是模糊数学的基石。但一方面，隶

属度的确定常常带有主观随意性；另一方面，隶属度也与概率论中的概率一样，用 $[0, 1]$ 区间的一个定值去描述和刻画不确定性，因而只描述和刻画了模糊不确定性的特定条件下的情形，忽视了模糊不确定性的本质。已有学者明确地指出，由查德开创的模糊系统理论或许应当在经典系统的框架之外发展。对立事物之间的中间过渡状态在离散过渡时则可以不带模糊性，从而形成一种有别于随机不确定性和模糊不确定性的所谓中介不确定性，如决策过程中的弃权，对弃权这种中介不确定性，传统决策理论认为是一种不可判定现象。此外，还有因信息不完全引起的不确定性，等等。对于这些不确定性，也常常需要我们作定量的分析和研究，但相应的理论难以为此提供满意的方法。

1.1.2 问题举例

为了能深入地研究以上问题，下面给出几个具体的例子，以便作进一步的讨论。

例 1.1.1 假定 100 岁算年老，问 60 岁的人算多大程度的年老？

例 1.1.2 某工程保障系统在某次考评时，确认其符合指定要求的程度为“0.86”，问余下的“0.14”是什么含义？这个“0.14”与“0.86”又有什么联系？

例 1.1.3 某地区在 1966 年到 1995 年这 30 年间有 9 年洪涝，有 6 年干旱，有 12 年风调雨顺，中间还有 3 年的水文资料因故缺少，如何根据这 30 年的情况分析该地区 1996 年发生洪涝的可能性？

例 1.1.4 一个方案让 10 个人评价，6 人赞同，3 人弃权，1 人反对，如何分析 3 个弃权人中的赞同倾向和反对倾向？

例 1.1.5 我国有两句成语，一句是“三个和尚没水喝”，另一句是“三个臭皮匠，抵个诸葛亮”。有人用“ $1+1+1 < 3$ ”表示前者，而用“ $1+1+1 > 3$ ”表示后者，问这 2 个式子算不算数学式子？

显而易见，以上 5 个例子都是我们日常生活和工作中经常会遇到的不确定性问题，其中：

例 1.1.1 是个模糊不确定性问题。按查德提出的模糊数学理论，可算得该题中 60 岁的人属于年老的程度是 0.8。事实上，同样是 60 岁的人却有着不同程度的老，例如，有的 60 岁看上去只有 50 多岁，有的 60 岁看上去像 70 岁的样子；另一方面，同是一个 60 岁的人，不同的观察者也会有不同的评价结果。那么，又如何根据所给条件客观地描述 60 岁的人属于年老的程度？

例 1.1.2 是一个模糊不确定性又夹带着由不知道引起的不确定性问题。这是由于考评是有人参与的一项工作，考评过程中难免会掺杂一些主观不确定性的东西；至于题中的“0.14”按传统评价方法可以理解为“不符合指定要求的程度”，它与“0.86”的关系是合起来刚好等于 1。我们知道，这“0.14”所表示的那一部分工作如果做好了，会对“0.86”产生“正效应”，如果做得不好也可能对“0.86”产生“负效应”。也就是说，从实际情况看，这里的“0.86”与“0.14”的关系也有着不确定性。既然如此，我们又如何来描述这里面的不确定性？

例 1.1.3 是一个随机不确定性夹带着模糊不确定性又夹带着由不知道引起的不确定性这样一个问题。这是由于：第一，由一个地区 30 年的水文资料去分析该地区第 31 年发生洪涝的可能性，这件事是个随机不确定问题；第二，“风调雨顺”是个模糊的概念，具有模糊不确定性；第三，30 年中有 3 年的水文资料因故缺少，这就自然地产生由不知道引起的不确定性。情况

如此复杂，我们又如何根据给出的已知条件来分析该地区 1996 年发生洪涝的可能性？

例 1.1.4 是个中介不确定性问题。因为“弃权”是一种中介现象，它介于赞同和反对之间。一般说来，方案评价决策中的弃权群体不一定是“铁板一块”，其中有赞同倾向，有反对倾向，当然也会有持完全中立态度；虽然如此，传统的决策理论认为“弃权”是一个不可判定问题，但集对分析认为“弃权”这种中介不确定现象是可以展开具体分析的。那么，又如何来分析例 1.1.4 中 3 个弃权人的赞同倾向和反对倾向？

例 1.1.5 所提的问题从传统数学角度看，可以立即回答“ $1+1+1 < 3$ ”与“ $1+1+1 > 3$ ”都不是数学式子，或者说是错误的式子；但另一方面，同样是 3 个人，配合协调得好可以有“三个臭皮匠，抵个诸葛亮”的效应，配合协调得不好则会出现“三个和尚没水喝”的情况，是司空见惯的事实。既然是事实，我们又如何从这样的事实出发来建立相应的不确定性理论呢？

不难看出，只有对已有的不确定性理论作出新的发展才能回答以上问题。

1.2 集对分析对不确定性的认识和处理

要对已有的不确定性理论作出新的发展，需要我们加深对不确定性的本质的认识。

不确定性的本质是什么？要回答这个问题，首先要弄清楚什么是不确定性。

1.2.1 不确定性的概念

从哲学的观点看，不确定是相对于确定而言的，没有了确