

尹冠生 主编



理论力学

Theoretical Mechanics

西北工业大学出版社

(陕)新登字 009 号

【内容摘要】 本书是根据教育部高等学校工科本科理论力学课程教学基本要求(多学时)和教育部工科力学课程教学指导委员会面向 21 世纪工科力学课程教学改革的要求编写而成。全书共三篇十六章,分别阐述了静力学、运动学、动力学部分的基础理论,注重叙述分析问题、解决问题的思路及方法。书中例题类型多,章后有习题,适用于课堂教学。

本书可作为高等工业学校机械、土建、水利和动力等类专业理论力学课程的教材,也可供夜大学、函授大学、自考等相关专业及有关工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/尹冠生主编. —西安:西北工业大学出版社,2000.8
ISBN 7-5612-1261-5

I. 理... II. 尹... III. 理论力学-高等学校-教材 IV. 031

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 31704 号

*

©2000 西北工业大学出版社出版发行
(邮编:710072 西安市友谊西路 127 号 电话:8491147)
全国各地新华书店经销
西安市向阳印刷厂印装

*

开本:787 毫米×1 092 毫米 1/16 印张:25 字数:612 千字
2000 年 8 月第 1 版 2000 年 8 月第 1 次印刷
印数:1—6 000 册 定价:25.00 元

购买本社出版的图书,如有缺页、错页的,本社发行部负责调换。

前 言



本书是根据教育部高等学校工科本科理论力学课程教学基本要求(多学时)和教育部工科力学课程教学指导委员会面向 21 世纪工科力学课程教学改革的要求编写而成。在编写过程中,采纳了部分专业教师及大学物理教师的建议,精简了部分经典内容和过分强调计算技巧的内容,注重教学基本要求及能力的培养,对与大学物理课程重复的内容只作复习性的介绍。全书内容约需 90 学时。

本书叙述问题深入浅出,注意分析问题和解决问题的思路及方法的总结,例题较多,习题类型、难度分布得当,既适用于课堂教学,又便于自学。本书是西安公路交通大学新编工科力学系列课程教材之一。在编写过程中,注意在满足教学基本要求的前提下,精选内容,理论联系实际,旨在通过本课程的学习,培养学生将工程实际问题抽象简化为力学模型和进行力学计算的能力,是在总结了我们多年教学经验的基础上编写的。

本书共分三篇十六章。第一篇静力学(第一、二、三、四章)由王爱勤同志编写,第二篇运动学(第五、六、七章)由冯振宇同志编写,第三篇动力学(第八、九、十、十一、十二、十三、十四、十五、十六章)由尹冠生同志编写。全书由尹冠生同志定稿并任主编。

在本书编写过程中,西安公路交通大学理论力学教研室的教师给了多方面的帮助,王虎同志对全书进行了认真的审阅,提出了不少宝贵的意见。为使本书尽快出版,西北工业大学出版社的同志们付出了辛勤的劳动,做了大量的工作,在此一并表示衷心的感谢。

由于编者水平有限,书中定有不少缺点和错误,诚恳希望读者提出批评指正。

编 者

2000 年 3 月

目 录



绪论	1
----	---

第一篇 静 力 学

引 言	4
第一章 静力学基础	5
§ 1-1 静力学的基本概念	5
§ 1-2 静力学公理及其推论	6
§ 1-3 约束和约束反力	11
§ 1-4 物体的受力分析及受力图	15
习 题	19
第二章 平面力系	23
§ 2-1 力在轴上的投影和力对点之矩	23
§ 2-2 平面力偶理论	26
§ 2-3 平面力系的简化	28
§ 2-4 平面力系的平衡条件和平衡方程	32
§ 2-5 物体系的平衡、静定和静不定问题	40
习 题	45
第三章 空间力系	53
§ 3-1 力在直角坐标轴上的投影	53
§ 3-2 力对点之矩和力对轴之矩	54
§ 3-3 空间力偶理论	58
§ 3-4 空间任意力系的简化	62
§ 3-5 空间力系的平衡条件与平衡方程	65
§ 3-6 空间力系平衡问题举例	66
§ 3-7 重心	71
习 题	76

第四章 刚体静力学专门问题	82
§ 4-1 平面静定桁架	82
§ 4-2 摩擦与考虑摩擦时的平衡问题	86
习 题	100

第二篇 运 动 学

引 言	106
第五章 运动学基础	107
§ 5-1 点的运动学	107
§ 5-2 刚体基本运动的有关问题	116
习 题	121
第六章 点的合成运动	125
§ 6-1 点的合成运动的基本概念	125
§ 6-2 点的速度合成定理	127
§ 6-3 点的加速度合成定理	131
习 题	139
第七章 刚体的平面运动	145
§ 7-1 刚体平面运动的基本概念及平面运动的描述	145
§ 7-2 求平面运动刚体内各点的速度	148
§ 7-3 求平面运动刚体内各点的加速度	158
§ 7-4 运动学综合应用举例	167
习 题	172

第三篇 动 力 学

引 言	178
第八章 质点动力学基础	180
§ 8-1 动力学的基本定律	180
§ 8-2 质点运动的微分方程	181
§ 8-3 质点动力学的两类基本问题	182
习 题	189

第九章 质点系动力学基础	193
§ 9-1 质点系的质心.....	193
§ 9-2 动量的概念及其计算.....	194
§ 9-3 动量矩的概念及其计算.....	196
§ 9-4 转动惯量.....	199
习 题.....	206
第十章 达朗伯原理	209
§ 10-1 惯性力 达朗伯原理	209
§ 10-2 刚体惯性力系的简化	211
§ 10-3 达朗伯原理应用举例	215
§ 10-4 绕定轴转动刚体的轴承动反力	222
习 题.....	227
第十一章 质点系动力学基本定理	233
§ 11-1 质点系的动量定理	233
§ 11-2 质点系的动量矩定理	242
习 题.....	252
第十二章 动能定理	260
§ 12-1 力的功和功率	260
§ 12-2 动能的计算	264
§ 12-3 动能定理	267
§ 12-4 势力场、势能、机械能守恒定律	274
§ 12-5 动力学基本定理的综合应用	280
习 题.....	285
第十三章 虚位移原理	294
§ 13-1 约束及约束方程	294
§ 13-2 虚位移、虚功和理想约束.....	296
§ 13-3 虚位移原理	298
§ 13-4 自由度和广义坐标	305
§ 13-5 以广义坐标表示的质点系平衡条件	307
习 题.....	313
第十四章 动力学普遍方程和拉格朗日方程	317
§ 14-1 动力学普遍方程	317
§ 14-2 拉格朗日方程	320

习 题.....	326
第十五章 机械振动基础	331
§ 15-1 单自由度系统的自由振动	333
§ 15-2 单自由度系统的有阻尼自由振动	341
§ 15-3 单自由度系统的无阻尼受迫振动	346
§ 15-4 单自由度系统的有阻尼受迫振动	350
§ 15-5 转子的临界转速	354
§ 15-6 隔振	355
习 题.....	358
第十六章 碰撞	366
§ 16-1 碰撞现象、碰撞力	366
§ 16-2 碰撞过程的基本定理	366
§ 16-3 恢复因数	368
§ 16-4 碰撞问题举例	370
§ 16-5 碰撞冲量对绕定轴转动刚体的作用、撞击中心	374
习 题.....	376
附录 习题答案	380

绪 论

一、理论力学的研究对象和内容

理论力学是研究物体机械运动一般规律的科学。

所谓机械运动是指物体在空间的位置随时间的变化。物体的运动有各种各样,表现为位置的变动、发光、发热、电磁现象、化学过程,还包括人们头脑中的思维活动等不同的运动形式。机械运动是物质运动的最简单、最初级的一种形式,是人们在生产和生活中经常遇到的。例如:各种交通工具的运行、机器的运转、大气和河水的流动、人造卫星和宇宙飞船的运行、建筑物的振动、等等,都是机械运动。物体的平衡(例如相对于地球静止、匀速直线运动)是机械运动的特殊情况,因此理论力学也研究物体的平衡规律。

由于物体之间相互的机械作用,即力的作用,使物体的运动状态发生改变。理论力学研究物体机械运动的一般规律,具体地说就是研究力与机械运动改变之间的关系。

理论力学所研究的内容是以伽利略和牛顿所建立的基本定律为基础、研究速度远小于光速的宏观物体的机械运动、属于古典力学的范畴。19世纪后半期,由于近代物理的发展,发现许多力学现象不能用古典力学的定律来解释,因而产生了研究高速(接近光速)物质运动规律的相对论力学和研究微观粒子运动规律的量子力学。在这些新的研究领域内,古典力学内容已不再适用。但在研究低速(远小于光速)、宏观物体的运动,特别是一般工程上的力学问题时,古典力学的结果是足够精确的。目前,在古典力学基础上诞生的各个新的力学分支正在迅速地发展。

本课程内容分为静力学、运动学和动力学三部分。

静力学:研究物体在力作用下的平衡规律即物体平衡时作用力所应满足的条件,同时也研究力的一般性质及其力系的简化方法。

运动学:从几何学的观点来研究物体的运动(如轨迹、速度和加速度等),而不研究引起运动的物理原因。

动力学:研究作用于物体上的力与其运动变化之间的关系。

二、理论力学的研究方法

力学是最古老的科学之一,它的产生和发展的过程就是人类对于物体运动认识的深化过程,而这种认识是通过长期的生产实践和无数次的科学实验而形成的。经过无数次的“实践—理论—实验”的循环反复过程,使认识不断提高和深化,逐步总结和归纳出物体机械运动的一般规律。

(1) 观察和实验是理论力学发展的基础。在力学的萌芽时期,人类通过从事建筑和农业等劳动,以及对自然现象的直接观察,建立了力的概念,并得出杠杆原理等一些力学的规律。实验是力学研究的重要一环,理论力学中的摩擦定律和惯性定律等就是直接建立在实验的基础上

的。从近代力学的研究和发展来看,实验更是重要的研究方法之一。

(2) 在观察和实验的基础上,经过抽象化建立力学模型,上升到理论。由于人们所观察到的材料是复杂多样的,一时不易认识它的本质,所以,必须从这些复杂的现象中,抓住主要的因素,撇开次要的、局部的、偶然的因素,才能深入到现象的本质,理解事物的内在联系,这就是抽象的过程。通过抽象,把所研究的对象简化为理想模型。例如,在研究物体的机械运动时,略去了物体的变形,就得到了刚体的模型;略去了物体的几何尺寸,就得到了质点的概念。正确的抽象,不仅简化了所研究的问题,而且更深刻地接近了实际。如果客观条件改变了,事物的内在矛盾就会转化,这时,就需要计入新的主要因素,建立新的模型,使它更接近于实际。

通过抽象,进一步把人类长期以来从直接观察、实验,以及生产活动中得来的经验与认识到的个别特殊规律,加以分析、综合、归纳,找出事物的普遍规律,从而建立起一些最基本的普遍定律作为本学科的理论基础。

(3) 根据基本理论,进行数学演绎推理,得出各种形式的定理和结论。

在理论力学中,广泛地利用数学这一有利工具。数学不仅用在逻辑推理方面,而且运用于量的计算方面,力学现象之间的关系是通过数量来表示的,计算技术对力学的应用和发展有着巨大的作用。近代计算机的发展和普及,不仅能完成力学问题中大量的繁杂的数值计算,而且在逻辑推演、公式推导等方面也是非常有效的工具。当然,数学不能脱离具体的研究对象,只有将数学运算与力学现象的物理本质紧密地联系起来,才能得出符合实际的正确结论。而这些结论还必须回到实践中接受实践的检验,只有当理论正确地反映了客观实际时,才能认为这个理论是正确的。

三、理论力学的学习目的

(1) 学习理论力学是为学习一系列后续课程打基础。例如,材料力学、结构力学、弹性力学、水利学、机械原理(含有振动理论)等课程,都要以理论力学为基础。在很多专业课程中,也或多或少地用到理论力学的知识。因此,学好理论力学是掌握各个工程专业所需的完整知识中的一个重要组成部分。

(2) 理论力学是解决工程实际问题的重要基础理论。有些工程问题可以直接应用理论力学的一些定理和结论去解决,有些则需要用理论力学与其它专业知识共同来解决。因此学习理论力学是为解决工程问题打下一定的基础。

(3) 理论力学的分析和研究方法具有一定的典型性。学生在学习过程中,逐步形成正确的逻辑、思维,以及对待实际问题具有抽象、简化和正确进行理论分析的能力,因此,本课程有助于培养学生辩证唯物主义世界观以及分析问题和解决问题的能力。

四、理论力学的学习方法

(1) 正确地理解并能灵活应用课程中所涉及的基本概念、公理定律、定理和结论。

(2) 对所学的基本理论及解题方法进行恰当的分类,如对杆的、轮的动力学问题应分别采用什么样的方法来解决,各需要什么样的运动学补充方程,一个自由度及两个自由度的动力学问题一般采用什么方法求解更容易一些,等等,即善于将学过的知识、掌握的解题方法进行归纳、总结,举一反三,找出一些规律性的东西。

(3) 解题是理论力学学习中的一个重要的环节,只有通过必要的、相当数量的解题训练,

才会深刻地理解理论、概念、公式及定理的细节和实际运用的灵活技巧,并从中发现学习中存在的问题;解题时特别应注意的问题是:严格按例题的解题步骤要求认真做题,一个受力图、加速度矢量图或速度矢量图的正确与否直接影响结果的正确性;不要总是用以前掌握的本课程以外的一些知识来解理论力学的题目,要用所掌握的理论力学的方法解题,这样才能巩固新知识。

(4) 学习新知识,复习学过的内容。理论力学课程学习周期长,课时多,不能学了后面的,忘了前面的。静力学、运动学是动力学的学习基础,其受力分析方法、力系简化方法及一系列的运动学关系经常被用于动力学的解题过程,只有经常不断地复习前面的知识,才能适时地、正确地将其用于动力学的学习中。

第一篇 静 力 学



引 言

静力学是研究力系的简化及物体在力系下平衡条件的科学。

“平衡”是指物体相对于惯性参考系保持静止或作匀速直线运动。如桥梁、机床的床身、作匀速直线飞行的飞机等都可视为处于平衡状态。平衡是物体运动的一种特殊形式。

在静力学中,主要研究三方面问题:

(1) 物体的受力分析 即分析物体共受多少力,及其每个力的大小、方向和作用点位置,以便对所研究的力系作初步了解。

(2) 力系的简化 即用一个简单的力系来等效替换一个复杂的力系,从而抓住不同力系的共同本质,明确力系对物体作用的总效果。

(3) 建立力系的平衡条件 即研究物体平衡时,作用在物体上的各种力系所需满足的条件。

在工程实际中存在着大量的静力学问题,例如,当对各种工程结构的构件(如梁、桥墩、屋架等)进行设计时,须用静力学理论进行受力和计算;机械工程设计时,也要应用静力学的知识分析机械零部件的受力情况作为强度计算的依据;对于运转速度缓慢或速度变化不大的构件的受力分析通常都可简化为平衡问题来处理。另外,静力学中力系的简化理论与物体的受力分析方法可直接应用于动力学和其它学科,而且动力学问题还可从形式上变换成平衡问题应用静力学理论求解。因此,静力学在工程中有着广泛的应用,在力学理论中占有重要的地位。

第一章 静力学基础

静力学的基本概念、公理及物体的受力分析是研究静力学的基础。本章着重介绍刚体和力的概念以及静力学公理,阐述工程中常见的约束及约束反力的分析,最后,介绍物体的受力分析及画受力图。

§ 1-1 静力学的基本概念

1. 工程实际对象的力学分析程序

如图 1-1 所示,当对工程实际对象(桥梁、汽车、建筑物等)进行受力分析时,首先要将其理想化,即合理地抽象为“力学模型”,这样才能进行数学描述,得到“数学模型”,这个过程简称为“建模”,然后进行求解。一般用计算机数值求解。继之对所得结果加以分析,尤其要和实验结果相比较,如误差符合要求则结束分析,否则,常须修改力学模型再分析。可见,力学模型的合理性直接决定计算结果的正确性,它是力学分析的基础和前题。

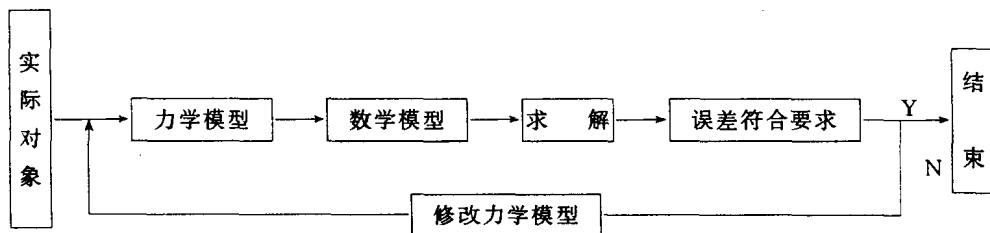


图 1-1

2. 物体的理想化模型——刚体

在理论力学中,静力学采用的力学模型是刚体,故又称刚体静力学。

所谓刚体是大量质点的集合。这些质点彼此的相对距离在受力前后保持不变,即刚体是在力作用下不变形的物体,这是一个理想化的力学模型。实际物体在力的作用下其内部各点间的相对距离总会有变化,刚体模型可以看成是对这些距离施加约束的结果(认为距离不变)。为此,在分析假设为刚体的某物体的受力时,忽略其变形也就不必考虑它的材料力学性质,这是刚体静力学与变形体静力学的重要区别。

实际物体能否简化为刚体,主要取决于研究问题的性质,例如在研究飞机的平衡问题或飞行规律时,可将飞机视为刚体。但在研究飞机的颤振问题时,机翼等的变形虽然非常小,但也必须把飞机看作弹性体模型。另外,在计算某些工程结构时,若忽略其变形而采用刚体模型,则问题可能无法求解。

3. 力的概念

力是物体之间的相互机械作用。

物体之间的机械作用方式大致有两种：一种是通过物体之间的直接接触发生作用，如机车牵引车厢的拉力、两物体发生碰撞等；另一种是通过场的形式发生作用，如地球以重力场使物体受到重力的作用、电场对电荷的引力或斥力等。尽管各种物体间相互作用力的来源和性质不同，但在力学中将撇开力的物理本质只研究各种力的共同表现，即力对物体产生的效应。

力对物体的作用效应有两种：使物体的运动状态发生变化和使物体变形。前者称为力的外部效应或运动效应，后者称为力的内部效应或变形效应。理论力学将物体视为刚体，因而只研究力的运动效应，至于力的变形效应将在后续力学课程中介绍。

实践表明，力对物体的作用效应取决于力的三要素，即力的大小、方向和作用点。又从后面公理3可知力的合成服从平行四边形法则，所以力是矢量，而且力是定位矢量。

在作图时，我们可用一个矢量表示力的三要素，如图1-2所示。该矢量的长度($\overline{AB}$)按一定比例表示力的大小，矢量线的方位和箭头的指向表示力的方向，矢量的始端(点A)或终端(点B)表示力的作用点。

表示力的矢量称为力矢，力矢线段所在的直线称为力的作用线(如图中虚线)。我们常用黑体字母 $\boldsymbol{F}$ 表示力矢，而用普通字母 F 表示力的大小。书写时，为简便起见，常在普通字母上方加一带箭头的横线表示力矢。

本书采用国际单位制(SI)，其中力的单位用牛顿(N)或千牛顿(kN)。

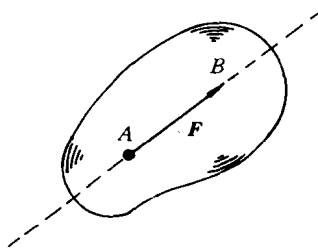


图 1-2

4. 力系

同时作用在物体上力的集合或者是一群力称为力系。若力系由 n 个力 $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \dots, \boldsymbol{F}_n$ 组成，则该力系表示成 $(\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \dots, \boldsymbol{F}_n)$ 。

工程中常见的力系，按其作用线所在的位置，可以分为平面力系和空间力系；又可以按其作用线的相互关系，分为共线力系、平行力系、汇交力系和任意力系等等。

分别作用于同一刚体上的两组力系 $(\boldsymbol{F}_{11}, \boldsymbol{F}_{12}, \dots, \boldsymbol{F}_{1n})$ 和 $(\boldsymbol{F}_{21}, \boldsymbol{F}_{22}, \dots, \boldsymbol{F}_{2m})$ ，如果它们对该刚体的作用效果完全相同，则称此两组力系互为等效，表示为 $(\boldsymbol{F}_{11}, \boldsymbol{F}_{12}, \dots, \boldsymbol{F}_{1n}) \sim (\boldsymbol{F}_{21}, \boldsymbol{F}_{22}, \dots, \boldsymbol{F}_{2m})$ 。

如果力系 $(\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \dots, \boldsymbol{F}_n)$ 与一个力 $\boldsymbol{F}_R$ 等效，即 $(\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \dots, \boldsymbol{F}_n) \sim \boldsymbol{F}_R$ ，那么力 $\boldsymbol{F}_R$ 称为该力系的合力，而力 $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \dots, \boldsymbol{F}_n$ 称为合力 $\boldsymbol{F}_R$ 的分力。力系 $(\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \dots, \boldsymbol{F}_n)$ 用其合力 $\boldsymbol{F}_R$ 代替，称为力的合成，反之，一个力 $\boldsymbol{F}_R$ 用其分力 $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \dots, \boldsymbol{F}_n$ 代替，称为力的分解。

如果力系 $(\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_2, \dots, \boldsymbol{F}_n)$ 作用在刚体上，并不改变该刚体原有的运动状态，则该力系称为平衡力系。

§ 1-2 静力学公理及其推论

人们在长期的生活和生产实践中，对力的基本性质进行了概括和归纳，得出了一些显而易

见的、能深刻反映力的本质的一般规律,这些规律的正确性已为长期的实践反复证明,从而为人们所公认,称为静力学公理。静力学的全部推论都可借助于数学论证,从这些公理推导出来,因此,它们是静力学的理论基础。

公理 1 二力平衡条件

作用在刚体上的两个力,使刚体保持平衡的必要和充分条件是这两个力大小相等,方向相反,且在同一直线上,如图 1-3 所示。即

$$F_1 = -F_2 \quad (1-1)$$

该公理指出了作用在刚体上最简单的力系的平衡条件,对刚体而言,这个条件既必要又充分,但对非刚体来讲,这个条件并不充分。

以后常遇到仅在两点受力作用而处于平衡的刚体,这类刚体称为二力体。如果它是杆件则称为二力杆。如果是结构中的构件就称为二力构件。由公理 1 可知,二力体无论其形状如何,所受两个力必沿两力作用点的连线。例如图 1-4(a) 所示的矿井巷道支护的三铰拱,其中 BC 不计自重时就可视为二力构件,其受力分析如图 1-4(b) 所示。

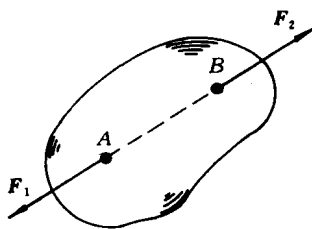


图 1-3

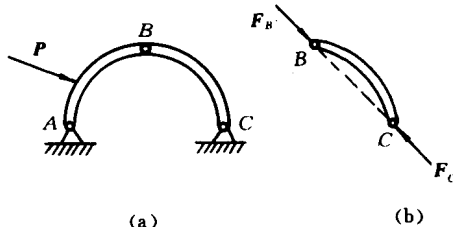


图 1-4

公理 2 加、减平衡力系公理

在已知力系上加上或减去任意的平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用。也就是说,彼此只相差一个或几个平衡力系的两个力系是等效的。

此公理为研究力系的等效替换与力系的简化提供了重要的理论依据,它同样也只适用于刚体而不适用于变形体。

推论 1 力的可传性

作用于刚体上某点的力,可以沿着它的作用线移到刚体内任意一点,并不改变该力对刚体的作用。

证明 如图 1-5(a) 所示,设有力 F 作用在刚体上 A 点,由公理 2 可在此力作用线上任取一点 B ,并加上一对平衡力 (F_1, F_2) ,且使 $F = -F_1 = F_2$,如图 1-5(b) 所示。由于力 F 和 F_1 也是一个平衡力系,故可除去,这样只剩下一个力 F_2 ,如图 1-5(c) 所示,于是,原来的这个力 F 与力系 (F, F_1, F_2) 以及力 F_2 等效,这样图 1-5(c) 可视为将力 F 沿其作用线移至 B 点而成。

这个推论表明:作用于刚体的力的三要素可改为大小、方向和作用线,沿作用线可任意滑动的矢量称为滑动矢量。因此,作用于刚体上的力是滑动矢量。

公理 3 力的平行四边形法则

作用在物体上同一点的两个力,可以合成为一个合力。合力的作用点也在该点,合力的大小和方向由这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定,如图 1-6 所示。或者说,合力矢 F_R

等于这两个分力矢 F_1, F_2 的几何和, 即

$$F_R = F_1 + F_2 \quad (1-2)$$

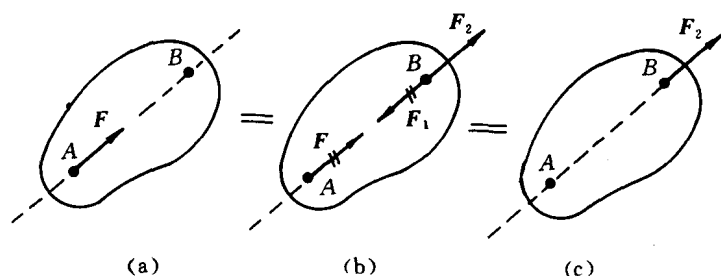


图 1-5

这个公理给出了最简单的力系简化规律, 也是较复杂力系简化的基础, 另外, 它也给出了将一个力分解为两个分力的依据。

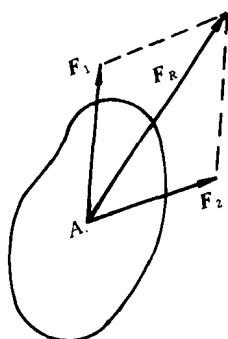
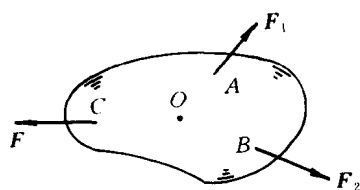
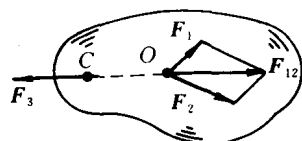


图 1-6



(a)



(b)

图 1-7

推论 2 三力平衡条件

作用在刚体上三力平衡的必要条件是此三力共面汇交于一点, 或共面平行。

其证明过程, 读者可参考图 1-7 的提示自行完成。此外, “三力共面平行” 是 “三力不平行必共面汇交于一点” 的特例, 即在无穷远处汇交, 故无须单作证明。

各个力的作用线共面且汇交于一点的力系称为平面汇交力系。三力平衡条件给出了三个不平行的共面力构成平衡力系的必要条件, 即这三个力构成一平面汇交力系。当刚体受不平行的三力作用处于平衡时, 常利用这个关系来确定未知力的作用线方位。

推论 3 力的三角形法则 —— 用几何法求两个共点力的合力。

如图 1-8(a) 所示, 设刚体上作用着两个力 F_1, F_2 , 其作用线相交于 A 点, 由力的可传性, 可以把这两个力分别沿其作用线移至 A 点, 则这两个力的合力 F_R 可由力的平行四边形法则确定。如图 1-8(b) 所示。

应用公理 3 求这两个汇交力的合力矢时, 也可由任一点 a 起, 另作一力三角形, 如图 1-8(b), (c) 所示, 力三角形的两个边分别为力 F_1 和 F_2 , 第三边 F_R 即代表合力矢, 而合力作用点仍在 A 点。这种求合力的方法称为力的三角形法则。

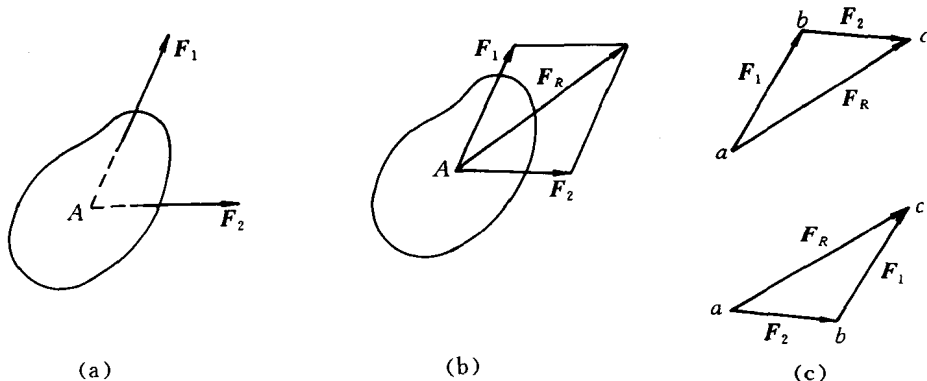


图 1-8

推论 4 力的多边形法则 —— 用几何法求平面汇交力系的合力

不妨设在刚体上 A 点作用着一个平面汇交力系 (F_1, F_2, F_3, F_4) , 如图 1-9(a) 所示。为求其合力, 只须连续应用力的三角形法则, 将这些力依次两两相加, 即可求得该力系的合力矢为 $F_R = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = \sum_{i=1}^4 F_i$, 求和过程见图 1-9(b) 所示, 合力作用点仍在原汇交力系的汇交点 A。

由该图不难看出, 各分力矢与合力矢一起构成了多边形 $abcde$, 称为力多边形, 在此力多边形中, 各分力首尾相接, 而合力是其封闭边, 方向从第一个力矢的起点指向最后一个力矢的终点, 这就是作力多边形时必须遵循的矢序原则。至于图中的矢量 $\vec{ac}$, $\vec{ad}$ 属于几何运算的中间结果, 可不必作出。另外, 作图时也可改变各分力矢的相连顺序, 这只会导致力多边形的形状发生变化, 但合力矢不变, 即矢量相加符合交换律。力多边形法则是一般矢量相加的几何解释。

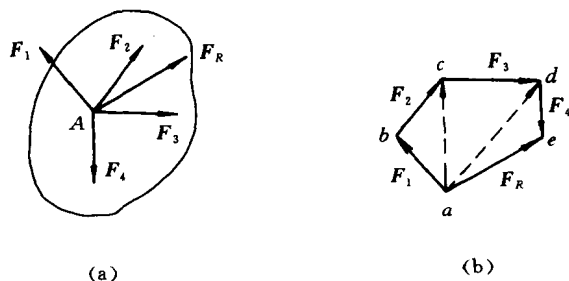


图 1-9

推而广之, 若平面汇交力系由 n 个力组成, 则其合力矢 $F_R = \sum_{i=1}^n F_i$ 。它仍作用在原力系的汇交点, 其大小和方向由各分力首尾相接所得到力多边形的封闭边确定。

若力系中各力沿同一直线作用, 则称为共线力系, 它是平面汇交力系的特殊情况, 欲求其合力, 作其力多边形, 则各边重合在同一条直线上, 此时只要规定沿直线某一指向为正, 相反为负, 则力系的合力就等于各分力的代数和, 即 $F_R = \sum_{i=1}^n F_i$, 方向由正、负号定, 可见, 共线矢量求和, 实质上是代数求和。

【例 1-1】在螺栓的环眼上套有三根绳索, 各力的大小分别为 $F_1 = 300 \text{ N}$, $F_2 = 600 \text{ N}$, $F_3 = 1500 \text{ N}$, 各力方向如图 1-10(a) 所示, 试用几何法求其合力。

解 用几何法(也称力多边形法)求合力时, 首先要选定合适的力比例尺, 然后按选定的力比例尺画出多边形, 再由力多边形的封闭边来确定合力的大小和方向。

本题中,选取图 1-10(b) 所示的力比例尺,用 1 cm 代表 300 N,然后按比例依次首尾相接这三个力,得到不封闭的力多边形 $ABCD$ (注意:各个力的连续次序可以不同,但必须依照首尾相接的矢序规则去做)。从第一个力的起点 A 向第三个力的终点 D 作矢量 $\overrightarrow{AD}$,即为合力 F_R 的大小和方向。根据所选取的力比例尺量得 F_R 的大小 $F_R = 1\ 650\text{ N}$ 并量得 F_R 的方向与 x 轴正向间的夹角 $\alpha = 16^\circ 21'$,合力的作用线通过已知三力作用线的汇交点 O ,如图 1-10(a) 所示。

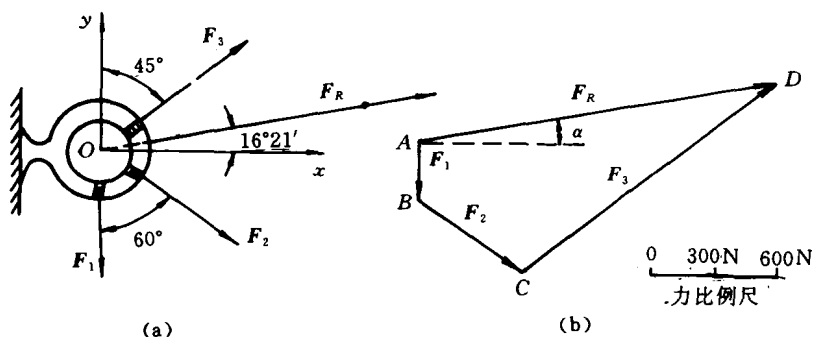


图 1-10

显然,按上述过程求解平面汇交力系的合力时,限于作图的手段和技巧,得出的结果常常不是十分准确的。因此,在第二章中将介绍用解析计算求出力系合力的一般方法。

推论 5 平面汇交力系平衡的几何条件

由力多边形法则知:平面汇交力系可用其合力等效替换。显然,平面汇交力系平衡的必要和充分条件是该力系的合力等于零,即

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^n \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$$

在平衡的情形下,力多边形中最后一力的终点与第一个力的起点重合。此时的力多边形称为封闭的力多边形。于是,可得如下结论:平面汇交力系平衡的必要和充分条件是该力系的力多边形自行封闭,此即平面汇交力系平衡的几何条件。

利用这一条件,可以求得一个平衡的平面汇交力系的某些未知力的大小和方向,这种研究平面汇交力系平衡的方法称为几何法。

公理 4 作用和反作用定律

作用力和反作用力总是同时存在,两力的大小相等、方向相反,沿着同一直线分别作用在两个相互作用的物体上。

该定律揭示了物体之间相互作用力的定量关系。它是分析物体间受力关系时必须遵循的原则。根据这个定律,我们才能从一个物体的受力分析过渡到相邻物体的受力分析,为研究由多个物体组成的物体系统的问题提供了基础。

必须强调指出,虽然作用力与反作用力两者等值、反向、共线,但它们并非作用在同一物体上,而是分别作用在两个不同的物体上,因此,不能把它们看成是一对平衡力。

公理 5 刚化原理

变形体在某一力系作用下处于平衡,如将此变形体刚化为刚体,其平衡状态保持不变。

该原理提供了把变形体抽象为刚体模型的条件。例如,变形体绳索在等值、反向、共线的两