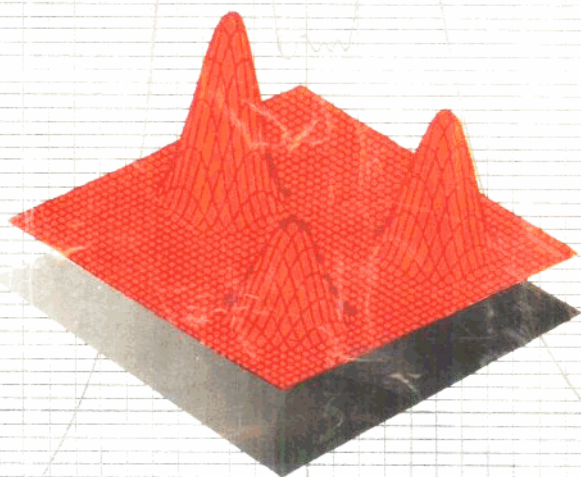


科学与工程计算丛书

矢量辐射 传输理论和参数反演

SHILIANG FUSHE CHUANSHU LILUN
HE CANSHU FANYAN



金亚秋 著
河南科学技术出版社

SECS

PDG

代 序

为促进我国科学与工程计算事业的发展,1988年7月,中国核学会计算物理学会在青岛举办了全国计算物理学术研讨会,会议期间,经有关专家商议,决定出版一套《科学与工程计算丛书》,得到了许多著名科学家的热情关心和支持,经过两年多的筹备,正式开始了这套丛书的编辑出版工作。

计算机是一种延伸、强化人的思维的工具。当世界上第一台计算机 ENIAC 诞生时,冯·诺伊曼就预言这一新工具所拥有的巨大潜力和对人类社会的深远影响,在过去的 40 多年里,计算机迅猛发展,其应用范围从国防尖端部门扩大到科学技术和国民经济建设的各个领域,计算机已经给人类社会带来了一场深刻的技术革命。计算机的发展和计算方法的进步极大地提高了人们的计算能力,从而引起了科学方法论上的巨大变革,使计算成为科学研究的第三手段,对研究的定量化起到了特殊重要的作用。“实验、理论、计算”三位一体是现代科学研究的基本模式,三者既相对独立,又互相补充,互相依赖。人们在计算机上可充分利用数值计算来模拟现实世界的各种过程,部分替代实验或作为实验的补充,检验理论模型的正确性,尤其是还能呈现现实生活中无法重复或无法进行实验的现象,或模拟耗资巨大的实验工程,探索新的奥秘。由于有了计算这一强有力的手段,大大增强了人们科学研究的能力,促进了不同学科之间的交叉渗透,缩短了基础研究到应用开发的过程,加速了把科学技术转化为生产力的进程。

在计算机的发展和数值计算的广泛应用的推动下,科学与工

程计算(简称科学计算)作为一门工具性、方法性和边缘交叉性的新学科,已经开始了自己的发展.它既包含了在各种科学与工程领域中逐步发展起来的计算性学科分支,如计算数学、计算物理、计算力学、计算化学以及计算地震学等计算工程学,又包括经济科学、医学、生物学和系统科学等发展中所需要的计算理论.计算方法则是它们联系的纽带和共性的基础.科学计算就其本质而言,是要解决现代科学与工程中提出的大规模、非线性、非均匀和几何形状非规则的复杂问题,是数学理论和计算艺术的高度结合,是复杂系统的数值计算或模拟.计算机的性能与算法水平的乘积是衡量计算能力高低的指标.

我国在科学与工程计算领域已有了一支较高水平的、能打硬仗的队伍.这支队伍在我国计算机水平相对落后的条件下,以其智力优势和拼搏精神为我国的国防建设和经济建设作出了重大贡献,积累了丰富的实践经验,急需加以总结、提高、推广和交流.编写《科学与工程计算丛书》,正是为了适应这种形势的需要,它的出版将会填补我国这方面的空缺.

这套丛书是采用“众人拾柴火焰高”的集资方式创办的.由于丛书的涉及面极广,故不设主编,由常务编委轮流担任执行主编.丛书作者都是奋战在教学和科研第一线的专家学者,他们为发展我国的科技事业不辞劳苦,呕心沥血,无私奉献.谨向他们表示崇高的敬意.

可以期望,《科学与工程计算丛书》的出版发行,必将有力地推动我国科学计算事业的发展.

《科学与工程计算丛书》编委会

1990年8月

引言

随机介质中的矢量辐射传输 (VRT) 理论是研究极化的电磁辐射强度在离散散射粒子或连续随机介质中散射、吸收、多次散射和传输的定量的数学物理学方法。辐射传输 (RT) 理论首先是 Schuster 在 1905 年为解释恒星谱中吸收和发射线而提出来的。在这以后, 主要讨论点散射元的标量 RT 理论, 它在天体物理、中子扩散输运理论、燃烧室热辐射的工程热物理以及大气辐射、云和降水观测、大气中光传播等问题中得到相当广泛的研究和应用。RT 理论从能量守恒出发, 得到散射介质中辐射强度散射、吸收、辐射和多次散射的微分积分方程。其物理意义明确, 更重要的是能数值求解多次散射。因此, RT 理论在广泛的波与物质相互作用的各类课题中, 均有着十分重要的应用。

近 20 年来, 随着无线电电子学、航天科学和计算机技术的发展, 人类对复杂物质和自然环境的测试技术和探测手段有了巨大的进展。现在, 从全球大范围上进行空对地的遥感已成为人类探测自然环境、监视和估计地球资源、了解全球性物理化学和生物系统变化的高技术成就。如何深入全面地理解遥感数据和图像所带来的丰富信息, 就必须深入理解极化电磁波与复杂各异的遥感对象及其环境的相互作用机理, 给出信息定量的数值特征。这一研究对于复杂工程材料物质和复杂系统的定量研究和数值仿真计算, 也具有同样重要的意义。复杂的自然环境 (如大气云雨、植被、冰雪等)、复杂的工程物质和复杂的形体构造, 往往可以处理成离散的散射体或连续的随机介质的物理模型。VRT 的正问题是

建立复杂系统的合理的物理模型（如球形粒子、非球形粒子、平行多层构造、粗糙界面等）以及给定的参数系统（如温度、介质层厚、介电常数等），发展相应的 VRT 方程的数值求解方法，得到散射和辐射解，如后向散射、双站散射、辐射亮度温度等，并建立起这些解与各有关（物理的、生物的）参数之间的定量的函数关系。VRT 的逆问题是寻找解析理论，求出 VRT 解的参数系统；以及如何从带噪声的测量数据（散射和辐射）中进行系统特征性参数的反演。现代 VRT 理论在众多交叉和边缘新兴学科中得到了广泛的重视、研究和应用。

本书首先在第一章和第二章介绍了 VRT 理论的基本知识，各种散射元的 VRT 方程的组成成分。在第三章列举了 VRT 方程在复杂环境遥感应用中需要的各种参数的选取。然后，在第四章全面地讨论了 VRT 方程的几种数值求解方法，如迭代法、离散坐标和特征值特征矢量法、不变嵌入法、Fourier 变换法、Mueller 矩阵法、Monte Carlo 法等，并给出在空对地主动遥感应用中的数值解及其与实验数据的比较和讨论。进而在第五章讨论了几种复杂模型的 VRT 方程，如多层耦合的 VRT 方程组、包含密集散射粒子散射相干的 DVRT 方程、具有粗糙界面的面散射和体散射耦合的 VRT 方程、一层水平方位散射粒子非均匀分布的二维 VRT 方程、考虑脉冲波传输的多次散射的双频 VRT 以及数值结果和应用的讨论。

本书的第二部分为第六章和第七章，讨论 VRT 理论的逆问题，即已知后向散射或辐射亮度温度的观测值之后，如何能反演出目标和环境的 VRT 中的特征性参数，如温度、层高、介电特征等等。逆问题的研究可分为严格求逆解的解析理论和处理带噪声的数据的参数反演方法。前者是要求寻找一种解析的理论方法，建立逆问题精确求解的方程或方程组。后者是处理带噪声的数据如何取得稳定可靠的参数反演值。这一方面的工作首先是在大气遥

感科学中得到了充分的重视和研究。我们在第六章中讨论 VRT 方程中作为各向异性散射特征的相矩阵 Fourier 展开式的各阶系数的反演以及 VRT 方程中源函数反演的解析理论，给出一系列方程组作为 VRT 逆问题的精确严格的求解。然后在第七章讨论了带噪声的观测数据中参数反演的几种方法，如光滑法的正规化方法、统计反演— D 矩阵法、Backus-Giebert 法、人工神经网络方法在参数反演中的应用以及在遥感中特别对于地表参数反演的实际数值个例。

本书总结了作者多年在 VRT 理论正逆二方面问题上的研究成果，也包括了当今世界上在 VRT 理论研究中的一些进展，使读者能了解 VRT 理论的理论模式、数值求解和参数反演的几个方面的进展及其应用成果。本书还给出了一些计算机程序，便于读者领会和掌握。进一步发展精细的 VRT 理论模式和数值求解方法，研究更有效的求逆理论和反演方法，是今后 VRT 的发展方向，在这些方面有大量的十分有意义的工作有待于我们去完成。

本书包含的研究成果得到国家自然科学基金委地球科学部和信息科学部的资助。作者特别感谢国家自然科学基金委林海研究员对作者研究工作的支持和帮助；作者感谢周秀骥教授、吕保维教授、鲍家善教授、吕达仁研究员、冯孔豫研究员等诸位老师对作者的关心和鼓励；本书的出版得到了国防科技大学蒋伯诚教授的热情支持；张俊荣研究员、赵仁宇研究员、殷杰羿教授、刘成安研究员在与作者的合作研究中给予了很大的帮助；顾昌鑫教授、刘瑞源研究员仔细审阅了全书，并提出了十分有益的意见，在此一并致谢。

作者

目 录

引言

第一章 Stokes 矢量和 VRT 方程	(1)
1.1 辐射强度和 Stokes 矢量	(1)
1.2 椭圆角和极化角表示的 Stokes 矢量	(4)
1.3 热辐射和辐射亮度温度	(7)
1.4 VRT 方程	(9)
第二章 各种散射元 VRT 的组成成分	(12)
2.1 散射振幅函数和散射吸收消光系数	(12)
2.2 相矩阵	(15)
2.3 球形 Rayleigh 粒子	(17)
2.4 球形 Mie 粒子	(19)
附录 Mie 粒子散射和消光系数的计算程序	(30)
2.5 Rayleigh 近似下的非球形粒子	(42)
2.6 一般化的 Rayleigh-Gans 近似下的盘状针状粒子	(56)
2.7 有限长圆柱体	(61)
2.8 连续随机介质	(64)
2.9 各向异性强起伏连续随机介质	(69)
2.10 平行分层随机介质 VRT 的边界条件	(80)
第三章 VRT 方程应用中的参数系统	(86)
3.1 大气气体的吸收系数	(86)
3.2 土壤的介电常数	(88)
3.3 水和海水的介电常数	(91)
3.4 冰和海冰的介电常数	(93)

3.5	植被材料的介电常数和植被层平均介电常数.....	(98)
3.6	云、雨粒子分布.....	(102)
3.7	积雪冰晶粒子大小分布和相关长度	(104)
第四章	VRT 方程的数值求解方法	(110)
4.1	球形粒子 VRT 方程的迭代法	(111)
4.2	球形粒子离散坐标 VRT 的特征值特征矢量法...	(119)
4.3	不均匀散射介质 VRT 的不变嵌入法	(129)
4.4	球形粒子 VRT 方程的 Fourier 变换	(136)
4.5	非球形粒子 VRT 方程的 Mueller 矩阵解	(147)
4.6	Monte Carlo 法	(157)
附录	离散坐标和特征值方法求解 VRT 的计算程序...	(162)
第五章	复合模型的 VRT 方程	(172)
5.1	多层随机介质耦合的 VRT	(172)
5.2	多层耦合具垂直结构的 VRT 求解方法	(177)
5.3	密集散射粒子的辐射传输 DVRT	(184)
5.4	具有粗糙界面的随机介质的 VRT	(197)
5.5	非均匀散射介质的二维 VRT	(214)
5.6	脉冲波传输的双频 VRT	(223)
第六章	VRT 方程参数反演的解析理论	(229)
6.1	RT 方程中相函数展开系数的反演	(230)
6.2	VRT 方程中相矩阵展开系数的反演	(235)
6.3	VRT 方程源函数的反演	(240)
第七章	带噪声的 VRT 的参数反演方法	(245)
7.1	光滑法的正规化法	(245)
7.2	统计反演—— D 矩阵法	(256)
7.3	Backus—Gilbert 反演方法	(262)
附录	B—G 反演的计算程序	(277)
7.4	人工神经网络方法	(282)
参考文献		(294)

第一章 Stokes 矢量和 VRT 方程

1.1 辐射强度和 Stokes 矢量

辐射传输(RT)方程考虑辐射强度的散射、吸收和传输. 如图 1.1, 在立体角元 $d\Omega$ 中通过面积元 da 的频率在 $(\gamma, \gamma+d\gamma)$ 间隔中的功率 dP , 用比辐射强度 $I_\gamma(\vec{r}, \hat{s})$ 表示为

$$dP = I_\gamma(\vec{r}, \hat{s}) \cos\theta \, da \, d\Omega \, d\gamma (W), \quad (1.1)$$

其中 θ 为辐射强度传输的方向 $\hat{s}$ 与面积元法向 $\hat{n}$ 之间的夹角. 一般地讲, $I_\gamma(\vec{r}, \hat{s})$ 在空间各点 $\vec{r}$ 各方向 $\hat{s}$ 上都是不相同的. 若某点处辐射强度大小各方向上都一样, 则称该点为各向同性; 若介质中任一点处任一方向上辐射强度均相同, 则称介质均匀和各向同性.

若将 I_γ 在小频段间隔 $d\gamma$ 上求积, 则得频率为 γ 的辐射强度 I :

$$I = \int_{\gamma-d\gamma/2}^{\gamma+d\gamma/2} I'_\gamma d\gamma'. \quad (1.2)$$

以后我们均采用(1.2)定义的辐射强度.

径向 Poynting 矢量 S_r 的单位为 $W/(m^2 \cdot sr)$. S_r 与 I 不同之处是有 $1/r^2$ 的因子. 对于空间中的面积元 $d\sigma$ 上截得的球面波的功率为

$$dP = \vec{S}_r \cdot \hat{\sigma} d\sigma = S_r r^2 d\Omega, \quad (1.3)$$

其中 $\hat{\sigma}$ 为面积 $d\sigma$ 的法向矢量.

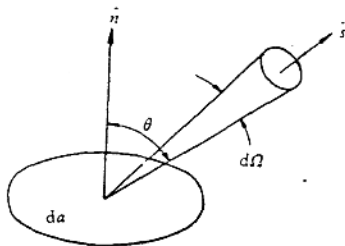


图 1.1 辐射强度

由(1.1)和(1.3), 有

$$I = \frac{1}{\cos\theta da} r^2 S_r. \quad (1.4)$$

对于平面波来说, 平面积元 da 上截取的功率为

$$dP = S_r \cos\theta da, \quad (1.5)$$

其中下标 P 表示是平面波. 与(1.1)比较, 有

$$S_r = I d\Omega. \quad (1.6)$$

任一椭圆极化的电磁波总可分解为水平和垂直的两个线性极化波的叠加, $\vec{E}(t) = \hat{h} E_h + \hat{v} E_v$. 这两个线极化波有各自的振幅大小以及二者的相位差, 因此, 要用三个独立的量来描述极化电磁波.

若电磁波是完全的单色波, E_v 和 E_h 与时间无关, 定义四个 Stokes 参数为

$$I_s = \frac{1}{\eta} |E_s|^2, \quad (1.7a)$$

$$I_h = \frac{1}{\eta} |E_h|^2, \quad (1.7b)$$

$$U = \frac{2}{\eta} \operatorname{Re}(E_r E_s^*), \quad (1.7c)$$

$$V = \frac{2}{\eta} \operatorname{Im}(E_r E_s^*), \quad (1.7d)$$

其中 η 为介质波阻抗 $\sqrt{\mu/\epsilon}$ 。四个 Stokes 参数均具有强度的量纲，要比用不同量纲的振幅和相位来表示更为方便。不妨写成

$$E_r = |E_r|e^{i\alpha_r}, \quad E_s = |E_s|e^{i\alpha_s}. \quad (1.8)$$

将(1.8)代入(1.7a~d)，可证得

$$4I_r I_s = U^2 + V^2. \quad (1.9)$$

因此，四个 Stokes 参数中只有三个是相互独立的。

事实上，电磁波往往是准单色波， E_r 、 E_s 随时间而有随机起伏。因此，(1.7a~d)定义中的 $|E_r|^2$ 、 $|E_s|^2$ 、 $E_r E_s^*$ 均应对时间作统计平均。进一步讲，由各态历经性认为，随机过程中单个样本函数沿纵向时间轴的行为与整个系统在横向任何一些时刻的行为是相同的。因此，这里讲的平均应视为系统平均，(1.7a~d)应写为

$$I_r = \frac{1}{\eta} \langle |E_r|^2 \rangle, \quad (1.10a)$$

$$I_s = \frac{1}{\eta} \langle |E_s|^2 \rangle, \quad (1.10b)$$

$$U = \frac{2}{\eta} \operatorname{Re} \langle E_r E_s^* \rangle, \quad (1.10c)$$

$$V = \frac{2}{\eta} \operatorname{Im} \langle E_r E_s^* \rangle. \quad (1.10d)$$

Stokes 四个参数中 I_r 、 I_s 也常改用为最初曾定义的形式

$$I = I_r + I_s, \quad (1.11a)$$

$$Q = I_r - I_s. \quad (1.11b)$$

当相互独立的波叠加在一起时，总的 Stokes 参数是各自的 Stokes 参数之和，比如

$$E_r = E_{r_1} + E_{r_2}, \quad (1.12a)$$

$$\langle E_{r_1} E_{r_2}^* \rangle = 0, \quad (1.12b)$$

$$\text{则有 } I_r = |E_{r_1} + E_{r_2}|^2 = I_{r_1} + I_{r_2} + \frac{2}{\eta} \text{Re} \langle E_{r_1} E_{r_2}^* \rangle = I_{r_1} + I_{r_2}. \quad (1.13)$$

四个 Stokes 参数组成了在矢量辐射传输 (VRT) 方程中考虑的电磁辐射强度——Stokes 矢量。

1.2 椭圆角和极化角表示的 Stokes 矢量

任一椭圆极化的电磁波可写成

$$\vec{E}(t) = \hat{h} E_h + \hat{v} E_v, \quad (1.14a)$$

$$= \hat{h} e_s \cos(\omega t - \varphi_s) + \hat{v} e_c \cos(\omega t - \varphi_c) \quad (1.14b)$$

$$= \hat{i}_1 a \cos(\omega t - \varphi_0) \pm \hat{i}_2 c \sin(\omega t - \varphi_0). \quad (1.14c)$$

其中 $\hat{h}$, $\hat{v}$ 分别为水平和垂直极化矢量; $\hat{i}_1$, $\hat{i}_2$ 为空间某点处电场 $\vec{E}(t)$ 的矢量头随时间变化在空间描绘出的椭圆的主轴, 如图 1.2 所示. φ_0 为 $t=0$ 时的初始相位, $\hat{i}_2$ 前的正负号正的代表右旋, 负的代表左旋. 由 (1.14a, b) 容易证明, 在 $(\hat{h}, \hat{v})$ 坐标系中, (1.14) 描绘的是椭圆方程

$$\left(\frac{E_h}{e_h} \right)^2 + \left(\frac{E_v}{e_v} \right)^2 - 2 \frac{E_h E_v}{e_h e_v} \cos \varphi = \sin \varphi, \quad (1.15)$$

其中 $\varphi = \varphi_c - \varphi_s$.

椭圆主轴长之比定义为椭圆角 χ :

$$\tan \chi = \pm \frac{c}{a}, \quad (1.16)$$

其中正号为右旋, 负号为左旋. 当 $0 \leq \chi \leq \pi/4$ 时为右旋, $-\frac{\pi}{4} \leq \chi \leq 0$ 时为左旋. 椭圆的主轴 $(\hat{i}_1, \hat{i}_2)$ 与 $(\hat{h}, \hat{v})$ 有一倾角, 定义为极化角 ϕ , 取值在 $(0^\circ, 180^\circ)$ 范围内. 由图 1.2 可看出, $\chi = \pm 45^\circ$ 时为圆

极化, $\chi = 0^\circ$ 时为线极化. $\chi = 0^\circ$ 时, $\psi = 0^\circ$ 或 180° 为水平极化, $\psi = 90^\circ$ 时为垂直极化. 其余情况为一般的椭圆极化.

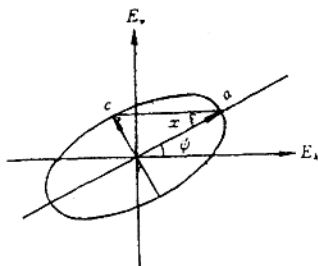


图 1.2 椭圆极化波

由 (1.14c)、(1.16) 和图 1.2, 可得到

$$a \cos(\omega t - \varphi_0) = E_x \cos \psi + E_y \sin \psi, \quad (1.17a)$$

$$a \tan \chi \sin(\omega t - \varphi_0) = -E_x \sin \psi + E_y \cos \psi. \quad (1.17b)$$

用 (1.14b) 表示 E_x, E_y , 代入上式, 比较 $\cos \omega t, \sin \omega t$ 的系数, 得到

$$a \cos \varphi_0 = e_x \cos \varphi_0 \cos \psi + e_y \cos \varphi_0 \sin \psi, \quad (1.18a)$$

$$a \sin \varphi_0 = e_x \sin \varphi_0 \cos \psi + e_y \sin \varphi_0 \sin \psi, \quad (1.18b)$$

$$a \tan \chi \cos \varphi_0 = -e_x \sin \varphi_0 \sin \psi + e_y \sin \varphi_0 \cos \psi, \quad (1.18c)$$

$$a \tan \chi \sin \varphi_0 = e_x \cos \varphi_0 \sin \psi - e_y \cos \varphi_0 \cos \psi. \quad (1.18d)$$

由 (1.18a, b) 平方相加消去 φ_0 , 得到

$$a^2 = e_x^2 \cos^2 \psi + e_y^2 \sin^2 \psi + e_x e_y \sin 2\psi \cos \varphi. \quad (1.19a)$$

同样地, 由 (1.18c, d) 得到

$$a^2 \tan^2 \chi = e_x^2 \sin^2 \psi + e_y^2 \cos^2 \psi - e_x e_y \sin 2\psi \cos \varphi. \quad (1.19b)$$

由上二式得到

$$a^2 = (e_x^2 + e_y^2) \cos^2 \chi = I \eta \cos^2 \chi. \quad (1.20)$$

由(1.18a)乘以(1.18c), (1.18b)乘以(1.18d), 两者相加消去 φ , 得到

$$e_x e_y \sin \psi = a^2 \tan \chi. \quad (1.21)$$

由(1.18a)乘以(1.18d), (1.18b)乘以(1.18c), 两者相减得到

$$2e_x e_y \cos \varphi = (e_x^2 - e_y^2) \tan 2\psi. \quad (1.22)$$

这样, 由(1.19-22), Stokes 参数可表示成

$$I = \frac{1}{\eta} (e_x^2 + e_y^2), \quad (1.23a)$$

$$Q = \frac{1}{\eta} (e_x^2 - e_y^2), = -I \cos 2\chi \cos 2\psi, \quad (1.23b)$$

或 $I_u = I(1 - \cos 2\chi \cos 2\psi), \quad (1.23c)$

$$I_v = I(1 + \cos 2\chi \cos 2\psi), \quad (1.23d)$$

$$U = \frac{2}{\eta} e_x e_y \cos \varphi = I \cos 2\chi \sin 2\psi, \quad (1.23e)$$

$$V = \frac{2}{\eta} e_x e_y \sin \varphi = I \sin 2\chi. \quad (1.23f)$$

对于完全极化的电磁波, 由(1.23)易证得

$$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2. \quad (1.24)$$

对于完全非极化的电磁波, E_x 、 E_y 不相关, I 等于总的 Poynting 功率, $Q = U = V = 0$. 对于部分极化的电磁波, 有 $I^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2$.

前面已讲过, Stokes 矢量是系统平均值. 对时间的平均不妨将整个时间 T 分成小时间间隔 $t_1, \dots, t_n$, 并假定 $E_x(t)$ 、 $E_y(t)$ 、 $\varphi(t)$ 在各小时间间隔内为常数. 这样, 对时间作平均的 Stokes 参数可写成

$$I_s = \frac{1}{\eta T} \sum_{n=1}^N t_n |E_{s,n}|^2, \quad (1.25a)$$

$$I_k = \frac{1}{\eta T} \sum_{n=1}^N t_n |E_{kn}|^2, \quad (1.25b)$$

$$U = \frac{2}{\eta T} \sum_{n=1}^N t_n |E_{nn}|^2 A_n \cos \varphi_n, \quad (1.25c)$$

$$V = \frac{2}{\eta T} \sum_{n=1}^N t_n |E_{nn}|^2 A_n \sin \varphi_n, \quad (1.25d)$$

其中 $A_n = |E_{kn}|/|E_{nn}|$ 可以证得

$$4I_n I_k = \frac{4}{\eta^2 T^2} \left\{ \sum_{n=1}^N t_n^2 A_n^2 |E_{nn}|^4 + \sum_{n,m} t_n t_m |E_{nn}|^2 |E_{mm}|^2 (A_n^2 + A_m^2) \right\}, \quad (1.26a)$$

$$U^2 + V^2 = \frac{4}{\eta^2 T^2} \left\{ \sum_{n=1}^N t_n^2 A_n^2 |E_{nn}|^4 + 2 \sum_{n,m} t_n t_m |E_{nn}|^2 |E_{mm}|^2 \times A_n A_m \cos(\varphi_n - \varphi_m) \right\}. \quad (1.26b)$$

这样有

$$4I_n I_k - (U^2 + V^2) = \frac{4}{\eta^2 T^2} \sum_{n,m} t_n t_m |E_{nn}|^2 |E_{mm}|^2 \times [A_n^2 + A_m^2 - 2A_n A_m \cos(\varphi_n - \varphi_m)]. \quad (1.27)$$

上式右边总是正的, 因此有

$$4I_n I_k \geq U^2 + V^2, \quad (1.28a)$$

$$I^2 = (I_n + I_k)^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2. \quad (1.28b)$$

等号只有在 $\varphi_n = \varphi_k$, $A_n = A_m$ 时才成立, 就是说 E_n, E_k 对所有的 m, n 均有相同的相位差和振幅比. 这就是完全椭圆极化波.

1.3 热辐射和辐射亮度温度

物体能吸收、反射或散射外来入射的电磁辐射能量, 也能向外辐射电磁能量, 这就是热辐射. 物体热辐射的发射率 ϵ 等于物体对电磁辐射的吸收率 (Peake, 1959). 吸收率为物体吸收的总辐射能量与入射在物体上的总辐射能量之比. 它与辐射的方向、频

率、极化等有关。黑体的吸收率或发射率为 1，其余物体均小于 1。

由量子物理学的 Planck 定理可知，热发射率为 ϵ 的物体电磁热辐射强度为

$$I_e = e\mu\epsilon' \frac{h\gamma^3}{e^{h\gamma/kT} - 1}, \quad (1.29)$$

其中 I_e 的下标 e 标志热辐射； ϵ' 为物体介电常数的实部； h 为 Planck 常数 ($6.634 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{S}$)； k 为 Boltzmann 常数 ($1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$)； T 为物理温度 (K)； γ 为频率 (Hz)。在 Rayleigh—Jean 低频近似条件下， $h\gamma/kT \ll 1$ ，则 (1.29) 可写成

$$I_e = e \frac{B\mu\epsilon'}{\lambda^2 \mu_0 \epsilon_0} T = eCT, \quad (1.30)$$

其中 λ 为自由空间中波长，若令 $\mu = \mu_0$ ，则 $C = \frac{B\epsilon'}{\lambda^2 \epsilon_0}$ 。在微波遥感中，热辐射源写成 (1.30)。若考虑一单位长度的体积元的热辐射，则将 (1.30) 中的热发射率 e 改成吸收系数 $\kappa_a (1/\text{m})$ 。

若用 Stokes 矢量来表示，则物理温度为 T 的单位长度体积元的热辐射 Stokes 矢量为

$$\bar{I}_e = \bar{\kappa}_a C \begin{bmatrix} T \\ T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (1.31)$$

其中吸收系数写成一对角阵，对角元素为 $[\kappa_{aa}, \kappa_{aa}, 0, 0]$ 。

在被动遥感中，遥感对象及其环境的热辐射是源。辐射计观察到的辐射亮度温度定义为

$$T_{br}(\theta, \varphi) = \frac{1}{C} I_p(\theta, \varphi) = \epsilon_p T. \quad (1.32)$$

其中下标 p 为极化 v 或 h ； (θ, φ) 为接收热辐射的方向。辐射亮度温度即是能发射相同辐射功率的黑体所具有的物理温度。

1.4 VRT 方程

图 1.3 中长为 ds 的柱形体积元 dv 中随机分布 n 个球形散射粒子, 现在考虑它的辐射强度 I 所经历的散射和吸收的变化. 由能量守恒知, 在经历了该体积元之后, 辐射强度的变化可归结成下列守恒形式:

$$dI(\vec{r}, \hat{s}) = -ds(\kappa_a + \kappa_s)nI(\vec{r}, \hat{s}) - ds\kappa_{bs}I(\vec{r}, \hat{s}) + I_s(\vec{r}, \hat{s})ds + n \int d\hat{\Omega}' p(\hat{s}, \hat{s}')I(\vec{r}, \hat{s}'), \quad (1.33)$$

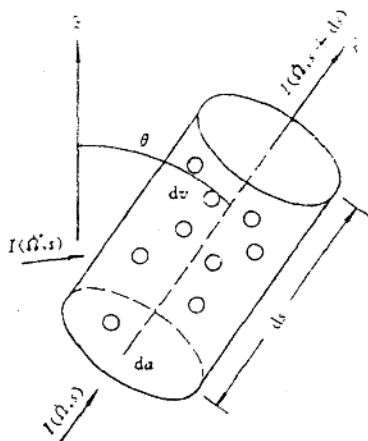


图 1.3 RT 方程的推导

即 dI 是由于体积元中散射粒子的吸收 $n\kappa_a$ 和散射 $n\kappa_s$ 、背景介质