Intelligent Optimization Algorithms with Applications

智能优化算法及其应用

王 凌 著

Wang Ling

TUP

清华大学出版社

Springer

施普林格出版社

智能优化算法及其应用

王　凌　著

清华大学出版社　　　施普林格出版社

(京)新登字 158 号

内 容 简 介

优化技术是一种以数学为基础，用于求解各种工程问题优化解的应用技术。本书系统地叙述模拟退火算法、遗传算法、禁忌搜索、神经网络优化算法、混沌优化、混合优化策略等智能优化算法的基本理论和实现技术以及最新进展和应用，并从结构上对算法进行统一描述，着重强调混合策略的开发与应用。

本书可作为与优化技术相关专业的本科生或研究生的教材，也可供研究人员以及工程技术人员参考。

书　名：智能优化算法及其应用
作　者：王　凌　著
出版者：清华大学出版社　施普林格出版社
　　　　北京清华大学学研大厦，邮编 100084
　　　　http://www.tup.tsinghua.edu.cn
印刷者：北京昌平环球印刷厂
发行者：新华书店总店北京发行所
开　本：787×1092 1/16　印张：15　字数：318 千字
版　次：2001 年 10 月第 1 版　2001 年 10 月第 1 次印刷
书　号：ISBN 7-302-04499-6/TP・2659
印　数：0001～4000
定　价：22.00 元

前 言

如今，科学技术正处于多学科相互交叉和渗透的时代。特别是，计算机科学与技术的迅速发展，从根本上改变了人类的生产与生活。同时，随着人类生存空间的扩大以及认识与改造世界范围的拓宽，人们对科学技术提出了新的和更高的要求，其中对高效的优化技术和智能计算的要求日益迫切。

优化技术是一种以数学为基础，用于求解各种工程问题优化解的应用技术。作为一个重要的科学分支，它一直受到人们的广泛重视，并在诸多工程领域得到迅速推广和应用，如系统控制、人工智能、模式识别、生产调度、VLSI 技术和计算机工程等。鉴于实际工程问题的复杂性、约束性、非线性、多极小、建模困难等特点，寻求一种适合于大规模并行且具有智能特征的算法已成为有关学科的一个主要研究目标和引人注目的研究方向。

20 世纪 80 年代以来，一些新颖的优化算法，如人工神经网络、混沌、遗传算法、进化规划、模拟退火、禁忌搜索及其混合优化策略等，通过模拟或揭示某些自然现象或过程而得到发展，其思想和内容涉及数学、物理学、生物进化、人工智能、神经科学和统计力学等方面，为解决复杂问题提供了新的思路和手段。这些算法独特的优点和机制，引起了国内外学者的广泛重视并掀起了该领域的研究热潮，且在诸多领域得到了成功应用。在优化领域，由于这些算法构造的直观性与自然机理，因而通常被称作智能优化算法（intelligent optimization algorithms），或称现代启发式算法（meta-heuristic algorithms）。

目前，智能优化算法的研究成果相当分散，初涉优化领域的研究工作者需花费较多时间和精力才能掌握这方面的优化技术。为推动和指导在校师生在该领域的研究和应用，本书将模拟退火算法、遗传算法、禁忌搜索、神经网络优化算法及其混合优化策略有机集成，强调各类算法的结构统一性和研究系统性，结合国内外研究成果，从理论、技术和应用几方面进行系统的阐述和深入的分析与讨论，并通过各类实例分析指导算法的应用。

本书内容自成体系,由7章组成。第1章为绪论,主要介绍优化问题和优化算法及其分类、计算复杂性和NP等概念。第2,3和4章分别介绍了模拟退火、遗传算法和禁忌搜索的优化流程、机制与特点、收敛性理论、参数选取与实现技术、算法改进等内容。第5章首先介绍了神经网络的发展、模型和BP算法,进而介绍了基于Hopfield网络的优化算法流程、收敛理论和改进途径,以及基于混沌神经网络和混沌序列的优化方法等内容。第6章将各种邻域搜索算法加以统一描述,通过对算法要素和流程的分析与归纳,提出了邻域搜索算法的统一结构和算法性能评价指标,并综述了有关研究进展。第7章阐述了混合优化策略的开发与设计,着重介绍了一类GASA混合优化策略的设计与分析。第8章则介绍了混合优化策略在函数优化、模型辨识、控制器参数整定、TSP,生产调度、神经网络和光学仪器设计等领域的应用。最后,本书在附录中给出了TSP,Job-shop和Flow-shop的若干Benchmark问题。

本书可作为与优化相关专业的师生、研究人员以及工程技术人员的参考书。由于作者水平有限,对于本书的不足之处,诚望读者批评指正。

感谢清华大学自动化系郑大钟教授、王雄教授、赵千川副教授等给予的热心指导和建议,感谢清华大学出版社和王一玲老师等的大力支持,感谢参与研究工作的有关学生。此外,本书的完成得到了国家自然科学基金(69684001、60074012)、国家攀登计划(970211017)、973国家基础研究项目(G1998020310)以及清华大学骨干人才计划等项目的资助,在此表示衷心感谢。

王 凌
清华大学自动化系
E-mail: wangling@proc. au. tsinghua. edu. cn
2000年9月于清华园

目 录

第 1 章
绪　论

优化技术是一种以数学为基础，用于求解各种工程问题优化解的应用技术，作为一个重要的科学分支一直受到人们的广泛重视，并在诸多工程领域得到迅速推广和应用，如系统控制、人工智能、模式识别、生产调度、VLSI 技术、计算机工程等等。实现生产过程的最优化，对提高生产效率与效益、节省资源具有重要的作用。同时，优化方法的理论研究对改进算法性能、拓宽算法应用领域、完善算法体系同样具有重要作用。因此，优化理论与算法的研究是一个同时具有理论意义和应用价值的重要课题。

本章首先对优化问题、优化算法及其分类进行介绍，然后介绍计算复杂性、NP 等概念，为后文介绍优化算法及其应用作准备。需要指出的是，最优化分为最小化和最大化，由于两者可以相互转化，因此若不加特殊说明，本书讨论的最优化仅指最小化。

1.1　最优化问题及其分类

优化方法涉及的工程领域很广，问题种类与性质繁多。归纳而言，最优化问题可分为函数优化问题和组合优化问题两大类，其中函数优化的对象是一定区间内的连续变量，而组合优化的对象则是解空间中的离散状态。

1.1.1　函数优化问题

函数优化问题通常可描述为：令 S 为 R^n 上的有界子集（即变量的定义域），$f: S \to R$

为 n 维实值函数，所谓函数 f 在 S 域上全局最小化就是寻求点 $X_{\min}\in S$ 使得 $f(X_{\min})$ 在 S 域上全局最小，即 $\forall X\in S: f(X_{\min})\leqslant f(X)$。

算法的性能比较通常是基于一些称为 Benchmark 的典型问题展开的。就函数优化问题而言，目前文献中常用的 Benchmark 问题如下：

(1) Sphere Model

$$f_1(X)=\sum_{i=1}^{30}x_i^2,\quad |x_i|\leqslant 100$$

其最优状态和最优值为

$$\min(f_1(X^*))=f_1(0,0,\cdots,0)=0$$

(2) Schwefel's Problem 2.22

$$f_2(X)=\sum_{i=1}^{30}|x_i|+\prod_{i=1}^{30}|x_i|,\quad |x_i|\leqslant 10$$

其最优状态和最优值为

$$\min(f_2(X^*))=f_2(0,0,\cdots,0)=0$$

(3) Schwefel's Problem 1.2

$$f_3(X)=\sum_{i=1}^{30}\Big(\sum_{j=1}^{i}x_j\Big)^2,\quad |x_i|\leqslant 100$$

其最优状态和最优值为

$$\min(f_3(X^*))=f_3(0,0,\cdots,0)=0$$

(4) Schwefel's Problem 2.21

$$f_4(X)=\max_{i=1}^{30}\{|x_i|\},\quad |x_i|\leqslant 100$$

其最优状态和最优值为

$$\min(f_4(X^*))=f_4(0,0,\cdots,0)=0$$

(5) Generalized Rosenbrock's Function

$$f_5(X)=\sum_{i=1}^{29}[100(x_{i+1}-x_i^2)^2+(1-x_i)^2],\quad |x_i|\leqslant 30$$

其最优状态和最优值为

$$\min(f_5(X^*))=f_5(1,1,\cdots,1)=0$$

(6) Step Function

$$f_6(X)=\sum_{i=1}^{30}\big(\lfloor x_i+0.5\rfloor\big)^2,\quad |x_i|\leqslant 100$$

其最优状态和最优值为

$$\min(f_6(X^*))=f_6(0,0,\cdots,0)=0$$

(7) Quartic Function i. e. Niose

$$f_7(X)=\sum_{i=1}^{30}ix_i^4+\mathrm{random}[0,1),\quad |x_i|\leqslant 1.28$$

其最优状态和最优值为

$$\min(f_7(X^*)) = f_7(0,0,\cdots,0) = 0$$

(8) Generalized Schwefel's Problem 2.26

$$f_8(X) = -\sum_{i=1}^{30}(x_i\sin(\sqrt{|x_i|})), \quad |x_i| \leqslant 500$$

其最优状态和最优值为

$$\min(f_8(X^*)) = f_8(420.9687,420.9687,\cdots,420.9687) = -12569.5$$

(9) Generalized Rastrigin's Function

$$f_9(X) = \sum_{i=1}^{30}[x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10], \quad |x_i| \leqslant 5.12$$

其最优状态和最优值为

$$\min(f_9(X^*)) = f_9(0,0,\cdots,0) = 0$$

(10) Ackley's Function

$$f_{10}(X) = -20\exp\left(-0.2\sqrt{\sum_{i=1}^{30}x_i^2/30}\right) - \exp\left(\sum_{i=1}^{30}\cos(2\pi x_i)/30\right)$$
$$+ 20 + e, \quad |x_i| \leqslant 32$$

其最优状态和最优值为

$$\min(f_{10}(X^*)) = f_{10}(0,0,\cdots,0) = 0$$

(11) Generalized Griewank Function

$$f_{11}(X) = \frac{1}{4000}\sum_{i=1}^{30}x_i^2 - \prod_{i=1}^{30}\cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1, \quad |x_i| \leqslant 600$$

其最优状态和最优值为

$$\min(f_{11}(X^*)) = f_{11}(0,0,\cdots,0) = 0$$

(12) Generalized Penalized Function

$$f_{12}(X) = \frac{\pi}{30}\left\{10\sin^2(\pi y_1) + \sum_{i=1}^{29}(y_i - 1)^2[1 + 10\sin^2(\pi y_{i+1})] + (y_{30} - 1)^2\right\}$$
$$+ \sum_{i=1}^{30}u(x_i,10,100,4), \quad |x_i| \leqslant 50$$

其最优状态和最优值为

$$\min(f_{12}(X^*)) = f_{12}(1,1,\cdots,1) = 0$$

其中，

$$y_i = 1 + (x_i + 1)/4$$

$$u(x_i,a,k,m) = \begin{cases} k(x_i - a)^m, & x_i > a \\ 0, & -a \leqslant x_i \leqslant a \\ k(-x_i - a)^m, & x_i < -a \end{cases}$$

(13) Generalized Penalized Function

$$f_{13}(X)=0.1\left\{\sin^2(3\pi x_1)+\sum_{i=1}^{29}(x_i-1)^2[1+\sin^2(3\pi x_{i+1})]+(x_{30}-1)^2\right\}$$

$$+\sum_{i=1}^{30}u(x_i,5,100,4),\quad |x_i|\leqslant 50, y_i, u(\cdot)\text{ 同上}$$

其最优状态和最优值为

$$\min(f_{13}(X^*))=f_{13}(1,1,\cdots,1)=0$$

(14) Shekel's Foxholes Function

$$f_{14}(X)=\left[\frac{1}{500}+\sum_{j=1}^{25}\frac{1}{j+\sum_{i=1}^{2}(x_i-a_{ij})^6}\right]^1,\quad |x_i|\leqslant 65.56$$

其最优状态和最优值为

$$\min(f_{14}(X^*))=f_{14}(-32,-32)\approx 1$$

其中，

$$(a_{ij})=\begin{pmatrix}-32, & -16, & 0, & 16, & 32, & -32, & \cdots, & 0, & 16, & 32\\ -32, & -32, & -32, & -32, & -32, & -16, & \cdots, & 32, & 32, & 32\end{pmatrix}$$

(15) Kowalik's Function

$$f_{15}(X)=\sum_{i=1}^{11}\left[a_i-\frac{x_1(b_i^2+b_ix_2)}{b_i^2+b_ix_3+x_4}\right]^2,\quad |x_i|\leqslant 5$$

其最优状态和最优值为

$$\min(f_{15}(X^*))\approx f_{15}(0.1928,0.1908,0.1231,0.1358)\approx 0.0003075$$

其中，

$$(a_i)=(0.1957,\ 0.1947,\ 0.1735, 0.16,\ 0.0844, 0.0627,\ 0.0456,\ 0.0342,\ 0.0323,\ 0.0235,\ 0.0246)$$

$$(1/b_i)=(0.25,\ 0.5,\ 1,\ 2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12,\ 14,\ 16)$$

(16) Six-Hump Camel-Back Function

$$f_{16}(X)=4x_1^2-2.1x_1^4+x_1^6/3+x_1x_2-4x_2^2+4x_2^4,\quad |x_i|\leqslant 5$$

其最优状态和最优值为

$$\begin{aligned}\min(f_{16}(X^*))&=f_{16}(0.08983,-0.7126)\\&=f_{16}(-0.08983,0.7126)\\&=-1.0316285\end{aligned}$$

(17) Branin Function

$$f_{17}(X)=\left(x_2-\frac{5.1}{4\pi^2}x_1^2+\frac{5}{\pi}x_1-6\right)^2+10\left(1-\frac{1}{8\pi}\right)\cos x_1+10,$$

$$-5\leqslant x_1\leqslant 10,\ 0\leqslant x_2\leqslant 15$$

其最优状态和最优值为

$$\min(f_{17}(X^*)) = f_{17}(-3.142, 2.275) = f_{17}(3.142, 2.275) = f_{17}(9.425, 2.425) = 0.398$$

(18) Goldstein-Price Function

$$f_{18}(X) = [1 + (x_1 + x_2 + 1)^2(19 - 14x_1 + 3x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2)] \times [30 + (2x_1 - 3x_2)^2(18 - 32x_1 + 12x_1^2 + 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2)],\quad |x_i| \leqslant 2$$

其最优状态和最优值为

$$\min(f_{18}(X^*)) = f_{18}(0, -1) = 3$$

(19) Hartman's Function

$$f_{19}(X) = -\sum_{i=1}^{4} c_i \exp\left[-\sum_{j=1}^{3} a_{ij}(x_j - p_{ij})^2\right],\ 0 \leqslant x_j \leqslant 1$$

其中，

$$(a_{ij}) = \begin{pmatrix} 3, & 10, & 30 \\ 0.1, & 10, & 35 \\ 3, & 10, & 30 \\ 0.1, & 10, & 35 \end{pmatrix},\quad (c_i) = (1,\ 1.2,\ 3,\ 3.2),$$

$$(p_{ij}) = \begin{pmatrix} 0.3689, & 0.1170, & 0.2673 \\ 0.4699, & 0.4387, & 0.7470 \\ 0.1091, & 0.8732, & 0.5547 \\ 0.03815, & 0.5743, & 0.8828 \end{pmatrix}$$

其最优状态和最优值为

$$\min(f_{19}(X^*)) = f_{19}(0.114, 0.556, 0.852) = -3.86$$

(20) Hartman's Function

$$f_{20}(X) = -\sum_{i=1}^{4} c_i \exp\left[-\sum_{j=1}^{6} a_{ij}(x_j - p_{ij})^2\right],\quad 0 \leqslant x_j \leqslant 1$$

其中，

$$(p_{ij}) = \begin{pmatrix} 0.1312, & 0.1696, & 0.5569, & 0.0124, & 0.8283, & 0.5886 \\ 0.2329, & 0.4135, & 0.8307, & 0.3736, & 0.1004, & 0.9991 \\ 0.2348, & 0.1415, & 0.3522, & 0.2883, & 0.3047, & 0.6650 \\ 0.4047, & 0.8828, & 0.8732, & 0.5743, & 0.1091, & 0.0381 \end{pmatrix},\quad (c_i)\ \text{同上},$$

$$(a_{ij}) = \begin{pmatrix} 10, & 3, & 17, & 3.5, & 1.7, & 8 \\ 0.05, & 10, & 17, & 0.1, & 8, & 14 \\ 3, & 3.5, & 1.7, & 10, & 17, & 8 \\ 17, & 8, & 0.05, & 10, & 0.1, & 14 \end{pmatrix}$$

其最优状态和最优值为

$$\min(f_{20}(X^*)) = f_{20}(0.201,0.15,0.477,0.275,0.311,0.657) = -3.32$$

(21) Shekel's Family

$$f(X) = -\sum_{i=1}^{m}[(x-a_i)(x-a_i)^{\mathrm{T}}+c_i]^{-1}, \quad 0 \leqslant x \leqslant 10$$

m 分别取 5,7 和 10 时,$f(X)$分别对应 $f_{21}(X)$,$f_{22}(X)$和 $f_{23}(X)$,各参数见表 1.1.1。其最优状态和最优值为 $\min(f(X_{\text{loc-opt}})) \approx f(a_i) \approx 1/c_i, 1 \leqslant i \leqslant m$。

表 1.1.1 参 数 表

i	a_{ij}				c_i
	$j=1$	2	3	4	
1	4	4	4	4	0.1
2	1	1	1	1	0.2
3	8	8	8	8	0.2
4	6	6	6	6	0.4
5	3	7	3	7	0.4
6	2	9	2	9	0.6
7	5	5	3	3	0.3
8	8	1	8	1	0.7
9	6	2	6	2	0.5
10	7	3.6	7	3.6	0.5

此外,J. D. Schaffer 提出的函数

$$f(X) = \frac{\sin^2\sqrt{x_1^2+x_2^2}-0.5}{[1+0.001(x_1^2+x_2^2)]^2}-0.5, \quad |x_i| \leqslant 100$$

也常作为测试函数,其最优状态和最优值为

$$\min(f(X^*)) = f(0,0) = -1$$

此函数在距全局最优点大约 3.14 范围内存在无穷多个局部极小将其包围,并且函数强烈振荡,因此一般算法难以得到最优解。

鉴于许多工程问题存在约束条件,受约束函数的优化问题也一直是优化领域关注的主要对象。常用的受约束测试函数包括:

(1) $\min \quad g_1(X) = 5\sum_{i=1}^{4}(x_i - x_i^2) - \sum_{i=5}^{13}x_i$,约束条件为

$$2x_1 + 2x_2 + x_{10} + x_{11} \leqslant 10$$
$$2x_1 + 2x_3 + x_{10} + x_{11} \leqslant 10$$
$$2x_2 + 2x_3 + x_{11} + x_{12} \leqslant 10$$
$$-8x_1 + x_{10} \leqslant 0$$

$$-8x_2+x_{11}\leqslant 0$$
$$-8x_3+x_{12}\leqslant 0$$
$$-2x_4-x_5+x_{10}\leqslant 0$$
$$-2x_6-x_7+x_{11}\leqslant 0$$
$$-2x_8-x_9+x_{12}\leqslant 0$$
$$0\leqslant x_i\leqslant 1,\quad i=1,2,\cdots,9,13$$
$$0\leqslant x_i\leqslant 100,\quad i=10,11,12$$

其全局最优点和最优值为 $g_1(X^*)=g_1(1,1,1,1,1,1,1,1,1,3,3,3,1)=1$。

(2) max $\quad g_2(X)=\left|\dfrac{\sum_{i=1}^{n}\cos^4(x_i)-2\prod_{i=1}^{n}\cos^2(x_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}ix_i^2}}\right|$，约束条件为

$$\prod_{i=1}^{n}x_i\geqslant 0.75,\quad \sum_{i=1}^{n}x_i\leqslant 7.5n,\quad 0\leqslant x_i\leqslant 1,\quad i=1,2,\cdots,n$$

其全局最优解未知。

(3) max $\quad g_3(X)=(\sqrt{n})^n\prod_{i=1}^{n}x_i$，约束条件为

$$\sum_{i=1}^{n}x_i^2=1,\quad 0\leqslant x_i\leqslant 1,\quad i=1,2,\cdots,n$$

其全局最优点和最优值为

$$g_3(X^*)=g_3\left(\frac{1}{\sqrt{n}},\ \cdots,\ \frac{1}{\sqrt{n}}\right)=1$$

(4) min $\quad g_4(X)=5.3578547x_3^2+0.8356891x_1x_5+37.293239x_1-40792.141$，约束条件为

$$0\leqslant 85.334407+0.0056858x_2x_5+0.00026x_1x_4-0.0022053x_3x_5\leqslant 92$$
$$90\leqslant 80.51249+0.0071317x_2x_5+0.0029955x_1x_2+0.0021813x_3^2\leqslant 110$$
$$20\leqslant 9.300961+0.0047026x_3x_5+0.0012547x_1x_3+0.0019085x_3x_4\leqslant 25$$
$$78\leqslant x_1\leqslant 102,\ 33\leqslant x_2\leqslant 45,\ 27\leqslant x_i\leqslant 45,\ i=3,4,5$$

其全局最优点和最优值为

$$g_4(X^*)=g_4(78,33,29.995,45,36.776)=-30665.5$$

(5) min $\quad g_5(X)=3x_1+0.000001x_1^3+2x_2+(0.000002/3)x_2^3$，约束条件为

$$x_4-x_3+0.55\geqslant 0,\ x_3-x_4+0.55\geqslant 0$$
$$1000\sin(-x_3-0.25)+1000\sin(-x_4-0.25)+894.8-x_1=0$$
$$1000\sin(x_3-0.25)+1000\sin(x_3-x_4-0.25)+894.8-x_2=0$$
$$1000\sin(x_4-0.25)+1000\sin(x_4-x_3-0.25)+1294.8=0$$