

Handbook of Hydraulic
Structure Design

水工设计手册

基础理论

水利电力出版社

Handbook
of
Hydraulic
Structure
Design

Fundamentals

1

水工设计手册

第一卷 基础理论

华东水利学院 主编

水利电力出版社

本书是《水工设计手册》的第一卷，内容包括第一章至第五章，
数学、工程力学、水力学、土力学、岩石力学。

本书主要供从事大中型水利水电工程设计的技术人员使用，同时
也可供地县农田水利工程技术人员和从事水利水电工程施工、管理、
科研的技术人员，以及有关高校、中专师生参考使用。

责任编辑

金 炎

袁耀海

张丙申

水 工 设 计 手 册
第 一 卷 基 础 理 论

华东水利学院主编

*

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

水利电力印刷厂印刷

*

787×1092毫米 16开本 42.25印张 1367千字

1983年10月第一版 1983年10月北京第一次印刷

印数 00001—15020册 平装定价 6.70元

书号 15143·5055

《水工设计手册》组织和主编单位及有关人员

组织单位 水利电力部水利水电规划设计院

主持人 张昌龄 奚景岳 潘家铮

(工作人员有李浩钧、郑顺炜、沈义生)

主编单位 华东水利学院

主编人 左东启 顾兆勋 王文修

(工作人员有商学政、高渭文、刘曙光)

《水工设计手册》第一卷编写人和审订人

章 目	编写人	审订人
第一章 数学	张敦穆	潘家铮
第二章 工程力学	李咏偕	徐芝纶
	张宗尧	谭天锡
	王润富	
第三章 水力学	陈肇和	张昌龄
第四章 土力学	王正宏	钱家欢
第五章 岩石力学	陶振宇	葛修润

前 言

我国幅员辽阔，河流众多，流域面积在1000平方公里以上的河流就有1500多条。全国多年平均径流量达27000多亿立方米，水能蕴藏量约6.8亿千瓦，水利水电资源十分丰富。

众多的江河，使中华民族得以生息繁衍。至少在二千多年前，我们的祖先就在江河上修建水利工程。著名的四川灌县都江堰水利工程，建于公元前256年，至今仍在沿用。由此可见，我国人民建设水利工程有悠久的历史和丰富的知识。

中华人民共和国成立，揭开了我国水利水电建设的新篇章。三十余年来，在党和人民政府的领导下，兴修水利，发展水电，取得了伟大成就。根据1981年统计（台湾省暂未包括在内），我国已有各类水库86000余座（其中库容大于1亿立方米的大型水库有329座），总库容4000余亿立方米，30万亩以上的大灌区137处，水电站总装机容量已超过2000万千瓦（其中25万千瓦以上的大型水电站有17座）。此外，还修建了许多堤防、闸坝等。这些工程不仅使大江大河的洪涝灾害受到控制，而且提供的水源、电力，在工农业生产和人民生活中发挥了十分重要的作用。

随着我国水利水电资源的开发利用，工程建设实践大大促进了水工技术的发展。为了提高设计水平和加快设计速度，促进水利水电事业的发展，编写一部反映我国建设经验和科研成果的水工设计手册，作为水利水电工程技术人员工具书，是大家长期以来的迫切愿望。

早在六十年代初期，汪胡桢同志就倡导并着手编写我国自己的水工设计手册，后因十年动乱，被迫中断。粉碎“四人帮”以后不久，为适应我国四化建设的需要，由水利电力部规划设计管理局和水利电力出版社共同发起，重新组织编写水工设计手册。一九七七年十一月在青岛召开了手册的编写工作会议，到会的有水利水电系统设计、施工、科研和高等学校共26个单位、53名代表，手册编写工作得到与会单位和代表的热情支持。这次会议讨论了手册编写的指导思想和原则，全书的内容体系，任务分工，计划进度和要求，以及编写体例等方面的问题，并作出了相应的决定。会后，又委托华东水利学院为主编单位，具体担负手册的编审任务。随着编写单位和编写人员的逐步落实，各章的初稿也陆续写出。一九八〇年四月，由组织、主编和出版三个单位在南京召开了第一卷审稿会。同年八月，三个单位又在北京召开了与坝工有关各章内容协调会。根据议定的程序，手册各章写出以后，一般均打印分发有关单位，采用多种形式广泛征求意见，有的编写单位还召开了范围较广的审稿会。初稿经编写单位自审修改后，又经专门聘请的审订人详细审阅修订，最后由主编单位定稿。在各协作单位大力支持下，经过编写、审订和主编同志们的辛勤劳动，现在，《水工设计手册》终于与读者见面了，这是一件值得庆贺的事。

本手册共有42章，拟分8卷陆续出版，预计到一九八五年全书出齐，还将出版合订本。

本书主要供从事大中型水利水电工程设计的技术人员使用，同时也可供地县农田水利工程技术人员和从事水利水电工程施工、管理、科研的人员，以及有关高校、中专师生参考使用。本书立足于我国的水工设计经验和科研成果，内容以水工设计中经常使用的具体设计计算方法、公式、图表、数据为主，对于不常遇的某些专门问题，比较笼统的设计原则，尽量从简；力求与我国颁布的现行规范相一致，同时还收入了可供参考的有关规程、规范。

这是我国第一部大型综合性水工设计工具书，它具有如下特色：1.内容比较完整。本书不仅包括了水利水电工程中所有常见的水工建筑物，而且还包括了基础理论知识和与水工专业有关的

各专业知识。2.内容比较实用。各章中除给出常用的基本计算方法、公式和设计步骤外，还有较多的工程实例。3.选编的资料较新。对一些较成熟的科研成果和技术革新成果尽量吸收，对国外先进的技术经验和有关规定，凡认为可资参考或应用的，也多作了扼要介绍。4.叙述简明扼要。在表达方式上多采用公式、图表，文字叙述也力求精练，查阅方便。我们相信，这部手册问世将对我国从事水利水电工作的同志有一定的帮助。

本手册编成之后，我们感到仍有许多不足之处，例如：个别章的设置和顺序安排不尽恰当；有的章字数偏多，内容上难免存在某些重复；对现代化的设计方法如系统工程、优化设计等，介绍得不够；在文字、体例、繁简程度等方面也不尽一致。所有这些，都有待于再版时加以改进。

本手册自筹备编写至今，历时已近五年，前后参加编写、审订工作的约有三十多个单位一百多位同志。接受编写任务的单位和执笔同志都肩负繁重的设计、科研、教学等工作，他们克服种种困难，完成了手册编写任务，为手册的顺利出版作出了贡献。在此，我们向所有参加手册工作的单位、编写人、审订人表示衷心的感谢，并致以诚挚的慰问。已故水力发电建设总局副总工程师奚景岳同志和水利出版社社长林晓同志，他们生前参加手册发起并作了大量工作，谨在此表示深切的怀念。

最后，我们诚恳地欢迎读者对手册中的疏漏和错误给予批评指正。

水利电力部水利水电规划设计院
华 东 水 利 学 院

一九八二年五月

目 录

前 言

第一章 数 学

第一节 初等数学	1-1
一、初等代数	1-1
(一) 一元三次方程	1-1
(二) 对数	1-1
(三) 数列与简单级数	1-2
(四) 阶乘、排列、组合和二项式 公式	1-2
(五) 复数	1-2
二、初等几何	1-3
(一) 三角形	1-3
(二) 多边形	1-3
(三) 圆	1-3
(四) 旋转体	1-4
(五) 多面体	1-6
(六) 部分圆柱体	1-6
三、三角	1-7
(一) 弧度与度的关系	1-7
(二) 三角函数	1-7
(三) 常用公式	1-8
(四) 边角关系及其解法	1-9
(五) 反三角函数	1-10
四、双曲函数	1-11
(一) 定义	1-11
(二) 基本关系式	1-11
(三) 常用公式	1-11
(四) 反双曲函数的对数表达式	1-11
第二节 解析几何	1-11
一、平面解析几何	1-11
(一) 坐标系和坐标变换	1-11
(二) 几项基本计算	1-12
(三) 直线	1-13
(四) 二次曲线	1-13
(五) 直线和二次曲线的极坐标方程与 参数方程	1-16

二、立体解析几何	1-17
(一) 坐标系和坐标变换	1-17
(二) 几项基本计算	1-18
(三) 直线与平面	1-18
(四) 重要曲面	1-20
(五) 空间曲线	1-21
第三节 微积分	1-21
一、微分法	1-21
(一) 导数与微分的运算法则	1-21
(二) 导数与微分的基本公式	1-22
(三) 高阶导数	1-22
(四) 多元函数的求导	1-23
(五) 中值定理及其应用	1-24
二、积分法	1-25
(一) 不定积分运算法则	1-25
(二) 不定积分基本公式	1-25
(三) 定积分的计算	1-25
(四) 重积分的计算	1-27
(五) 曲线积分与曲面积分的计算	1-28
(六) 各种积分之间的关系	1-28
三、无穷级数	1-29
(一) 幂级数的运算	1-29
(二) 泰勒级数、马克劳林级数	1-29
(三) 傅里叶级数	1-29
(四) 若干常用函数的级数展开式	1-30
四、矢量计算	1-32
(一) 矢量代数	1-32
(二) 矢量的微分与积分	1-33
(三) 场论	1-33
五、曲线与曲面	1-35
(一) 曲线	1-35
(二) 曲面	1-36
第四节 微分方程	1-36
一、微分方程的一些概念	1-36
二、常微分方程	1-37
(一) 一阶常微分方程	1-37

(二) 变系数二阶线性方程及二阶特殊型.....1-37	三、几种典型的数学物理方程的数值解算.....1-53
1. 齐次型.....1-37	(一) 椭圆型方程的差分法.....1-53
2. 非齐次型.....1-37	(二) 抛物型方程的差分法.....1-53
3. 二阶特殊型.....1-38	(三) 双曲型方程的差分法.....1-54
(三) 贝塞尔方程.....1-38	四、变分法和数学物理问题的变分法.....1-54
(四) 常系数线性方程.....1-39	(一) 泛函的定义及变分法的基本概念.....1-54
(五) 常系数线性微分方程应用示例.....1-39	(二) 泛函极值的必要条件、欧拉方程.....1-55
(六) 拉氏变换及其在解微分方程中的应用.....1-40	(三) 解变分问题的里兹法和有限元法.....1-55
1. 拉氏变换的定义及性质.....1-40	(四) 工程、物理问题的变分提法.....1-56
2. 拉氏变换简表.....1-40	(五) 工程中变分问题的数值解法示例.....1-56
3. 应用拉氏变换解常系数线性微分方程.....1-42	第六节 矩阵和线性代数1-57
(七) 常系数线性微分方程组.....1-43	一、行列式.....1-57
1. 多自由度体系的振动.....1-43	(一) 行列式的计算.....1-57
2. 偏微分方程组的变量分离法.....1-44	(二) 用行列式解线性方程组.....1-58
3. 微分方程组的拉氏变换解法.....1-45	二、矩阵代数和线性方程组的解算.....1-58
三、偏微分方程.....1-45	(一) 矩阵的定义及基本运算.....1-58
(一) 数学物理方程及其分类.....1-45	1. 矩阵的定义.....1-58
(二) 数学物理方程的解法.....1-46	2. 常见的矩阵种类.....1-58
(三) 一些数学物理方程的解.....1-46	3. 矩阵的基本运算和性质.....1-58
1. 双曲型方程.....1-46	4. 矩阵求逆.....1-59
2. 椭圆型方程.....1-47	(二) 线性方程组的解法.....1-59
3. 抛物型方程.....1-48	1. 高斯消去法.....1-59
4. 复谱方程.....1-49	2. 主元消去法.....1-60
5. 弹性梁的自由振动方程.....1-49	3. 平方根法.....1-60
第五节 数值分析和变分法1-50	4. 改进平方根法.....1-60
一、数值分析.....1-50	5. 同步迭代法.....1-61
(一) 导数的差商表示式.....1-50	6. 异步迭代法.....1-61
(二) 数值积分法.....1-50	7. 超松弛迭代法.....1-61
1. 辛卜生公式.....1-50	(三) 线性方程组的可解性.....1-61
2. 高斯公式.....1-50	三、矩阵的特征值和特征向量.....1-61
(三) 插值法.....1-51	(一) 定义.....1-61
1. 拉格朗日插值公式.....1-51	(二) 性质.....1-61
2. 牛顿向前向后插值公式.....1-51	(三) 计算.....1-61
3. 三次样条插值函数.....1-51	1. 迭代法.....1-61
(四) 方程的近似解——牛顿法.....1-52	2. 雅可比法.....1-62
(五) 非线性方程组的近似解——牛顿迭代法.....1-52	第七节 概率与数理统计1-62
二、常微分方程组的数值解算(龙格-库塔法).....1-52	
(一) 一个方程情况.....1-52	
(二) 方程组情况.....1-52	

一、概率分布及其数字特征	1-62	三、超静定结构	1-153
二、数理统计	1-64	(一) 力法	1-153
(一) 一些常用的统计量	1-64	1. 计算步骤	1-153
(二) 参数估计	1-64	2. 计算的简化	1-166
(三) 线性相关分析	1-65	(二) 位移法	1-166
第八节 数学表	1-67	1. 单跨常截面超静定梁的角变位移方程、形常数、载常数	1-167
一、常用常数及其对数	1-67	2. 计算步骤	1-167
二、1至1500诸数的平方、平方根、立方、立方根、自然对数、倒数、圆周长和圆面积	1-68	(三) 力矩分配法	1-170
三、小数和分数的平方根与立方根	1-98	1. 计算公式	1-170
四、常用对数	1-98	2. 计算步骤	1-171
五、自然对数	1-101	3. 连续梁的计算用表	1-171
六、三角函数($0^{\circ}\sim 90^{\circ}$)	1-103	(四) 迭代法	1-188
七、三角函数、指数函数和双曲线函数($0\sim 2\pi$ 弧度)	1-107	1. 计算公式	1-188
主要参考文献	1-110	2. 计算步骤	1-189
第二章 工程力学		四、变截面杆件结构	1-190
第一节 直杆变形的基本形式	1-113	五、短粗杆件结构	1-193
一、平面图形的几何性质	1-113	1. 计算公式	1-193
二、拉伸与压缩	1-113	2. 形常数及载常数	1-193
三、剪切	1-113	六、刚架	1-197
四、扭转	1-113	(一) 等截面刚架计算公式	1-197
五、平面弯曲	1-122	1. “ Γ ”形刚架	1-201
六、直杆的组合变形	1-142	2. “ Π ”形刚架	1-204
七、平面应力状态	1-143	3. “ \cap ”形刚架	1-207
八、强度理论	1-145	4. “ \cup ”形刚架	1-211
第二节 杆件结构的位移计算	1-145	5. “ \square ”形刚架	1-215
一、计算公式	1-145	6. “ \square ”形刚架	1-217
二、假想平衡状态的建立	1-146	7. “ \bigcirc ”形刚架	1-220
三、图形相乘法	1-152	(二) 下端固定的变截面柱“ Π ”形刚架弯矩及反力计算	1-223
第三节 杆件结构的内力分析	1-152	七、拱	1-197
一、悬索	1-152	(一) 拱轴方程及几何数据	1-197
二、静定桁架	1-153	1. 抛物线拱	1-197
(一) 六节间折线形屋架	1-154	2. 圆拱	1-197
(二) 梯形屋架	1-156	3. 悬链线拱	1-197
(三) 平行弦杆桁架	1-162	(二) 截面变化假设	1-197
(四) 下撑式桁架	1-164	(三) 三铰拱	1-228
		(四) 两铰拱	1-229
		1. 两铰等截面圆拱计算	1-229
		2. 对称两铰变截面抛物线拱计算	1-229
		(五) 无铰拱	1-234
		1. 计算方法	1-234

2. 等截面无铰圆拱计算	1-234	(一) 均有荷载作用下的计算系 数表	1-276
3. 变截面无铰圆拱计算	1-237	(二) 局部均有荷载作用下的弯矩系 数表	1-286
4. 等截面无铰抛物线拱计算	1-238	(三) 三角形荷载作用下的计算系 数表	1-287
5. 变截面无铰抛物线拱计算	1-240	二、圆形板及环形板	1-295
第四节 影响线	1-242	(一) 计算公式	1-295
一、静定结构的影响线	1-242	(二) 计算用表	1-300
二、连续梁的影响线	1-244	1. 圆形板	1-300
(一) 刚性支座连续梁	1-244	2. 环形板	1-302
1. 等跨等截面连续梁影响线	1-244	3. 悬挑圆形板	1-306
2. 不等跨等截面连续梁影响线	1-244	第十节 基础梁的计算	1-307
(二) 弹性支座连续梁	1-244	一、链杆法	1-307
三、影响量的计算及最不利荷载 位置	1-244	二、查表算法	1-310
第五节 杆件结构的弹性稳定	1-251	(一) 半无限大弹性体假设下查表用的 参数	1-310
一、临界荷载及临界参数	1-251	(二) 文克勒假定下查表用的参数	1-310
二、确定临界荷载的基本方法	1-251	(三) 查表方法的说明	1-311
三、圆环与拱的临界荷载	1-254	第十一节 有限单元法	1-330
四、梁的临界荷载	1-254	一、概述	1-330
五、平面刚架的稳定性	1-257	二、杆件单元	1-333
第六节 杆件结构的动力计算	1-257	三、三角形单元及四面体单元	1-336
一、动力荷载和弹性体系的自 由度	1-257	四、等参数单元	1-337
二、一个自由度体系	1-257	五、在水工结构计算中的应用	1-345
(一) 动力平衡方程	1-257	主要参考文献	1-347
(二) 自由振动	1-258		
(三) 受迫振动	1-259		
三、有限自由度体系	1-260		
(一) 集中质量法	1-260		
(二) 无阻尼自由振动	1-260		
(三) 无阻尼受迫振动	1-263		
第七节 平面问题	1-265		
一、基本理论	1-265		
二、差分法	1-267		
三、实用解答	1-269		
第八节 空间问题	1-272		
一、基本方程及边界条件	1-272		
二、按位移求解	1-273		
三、实用解答	1-273		
四、一点的应力状态	1-275		
第九节 薄板的计算	1-275		
一、矩形板	1-275		

第三章 水力学

第一节 水的基本物理性质

- 一、水的密度和容重
- 二、水的温度膨胀性
- 三、水的压缩性
- 四、水的粘滞性
- 五、水的表面张力
- 六、冰的温度膨胀系数

第二节 水静力学

- 一、绝对静止液体的点压强
- 二、相对静止液体的点压强
- 三、平面上的静水总压力
- 四、三元曲面上的静水总压力
- 五、弧形闸门上的静水总压力

六、球面上的静水总压力	1-358	二、棱柱体明槽水面曲线的定性分析	1-414
七、浮体定律(阿基米德原理)	1-358	三、非棱柱体明槽水面曲线的定性分析	1-416
八、浮体的静稳定性	1-358	第八节 明槽恒定缓变流基本问题及其解法	1-422
附录1 水力学中各物理量的因次	1-359	一、棱柱体明槽水面曲线计算(直接积分法)	1-422
附录2 水力相似准则	1-359	二、非棱柱体明槽水面曲线计算(逐段试算法)	1-451
附录3 模型中各物理量与原 型比值	1-360	三、天然河流水面曲线计算概论	1-454
第三节 孔口出流与管嘴出流	1-361	四、天然河流水面曲线逐段试算法	1-455
一、定水头薄壁大孔出流	1-361	五、天然河流水面曲线图解法	1-456
二、定水头管嘴出流	1-363	六、天然河道水流漫滩及分汊时水面曲线绘制	1-457
三、变水头下的孔口出流	1-363	七、天然河道支流入汇的水面曲线绘制	1-459
四、孔口出流时漏斗的估算	1-366	第九节 明槽恒定沿程变量流	1-459
第四节 压力水道中的恒定流	1-367	一、基本方程式	1-459
一、不可压缩液体一元恒定流的基本方程	1-367	二、水面曲线计算	1-459
二、沿程摩擦系数 f 与粗糙系数 n	1-368	第十节 水跌	1-461
三、局部损头系数	1-373	第十一节 闸下出流	1-462
四、管路计算	1-392	一、概述	1-462
第五节 明槽水流基本概念	1-394	二、坝上闸孔出流	1-462
一、明槽水流特点与分类	1-394	三、水平槽中平板闸门下的出流	1-465
二、明槽分类和明槽断面的几何要素	1-395	四、水平槽中弧形闸门下的出流	1-474
三、流速分布系数	1-395	第十二节 过堰溢流	1-480
四、断面比能 e	1-397	一、矩形薄壁堰	1-480
五、临界水深 y_K	1-397	二、三角形薄壁堰	1-480
六、临界坡度 J_K 与极限坡度 J_L	1-398	三、梯形薄壁堰	1-481
第六节 明槽恒定均匀流	1-400	四、曲线形实用堰	1-481
一、明槽恒定均匀紊流的基本公式	1-400	五、WES型实用堰	1-481
二、粗糙系数 n 和等值粗糙高度 K	1-401	六、真空型实用堰	1-486
三、水力最佳断面	1-405	七、折线形实用堰	1-488
四、容许不冲流速和容许不淤流速	1-405	八、宽顶堰	1-494
五、梯形明槽均匀流计算	1-405	第十三节 弯道水流	1-496
六、闭合断面水道均匀流计算	1-411		
七、非对称断面及复式断面明槽均匀流计算	1-412		
第七节 明槽恒定缓变流基本原理	1-413		
一、明槽恒定缓变流的基本方程	1-414		

一、弯道中的缓流	1-496	四、有效应力原理	1-566
二、弯道中的急流	1-497	五、地基的单向固结	1-568
第十四节 非棱柱体槽段中的水流		第四节 土的抗剪强度	1-571
流	1-501	一、强度定律	1-571
一、突变段中的水流	1-501	二、应力状态和应力路径	1-572
二、收缩段中的水流	1-505	三、抗剪强度的测定	1-573
三、渐变扩展段中的水流	1-506	四、砂土的抗剪强度	1-576
四、接合段中的水流	1-509	五、饱和粘性土的抗剪强度	1-577
第十五节 明槽非恒缓变流	1-515	六、部分饱和粘性土的抗剪强度	1-580
一、概述	1-515	七、粘性土强度指标的选用	1-581
二、明槽非恒流基本方程组	1-517	第五节 地基的承载力	1-581
三、有限差分法	1-517	一、规范查表法	1-581
四、瞬时流态法	1-522	二、理论计算法	1-585
五、特性线法	1-524	三、原位试验法	1-587
第十六节 明槽非恒急变流	1-528	第六节 桩基础的承载力	1-590
一、概述	1-528	一、单桩垂直承载力	1-590
二、动力渠道中的涌波	1-531	二、群桩垂直承载力	1-591
三、运河中的涌波	1-534	三、群桩中各单桩的受力计算	1-592
四、明槽过渡段处的涌波	1-535	四、考虑负摩擦力的桩基计算	1-594
五、明槽汇合段处的涌波	1-536	五、单桩的水平承载力	1-597
主要参考文献	1-537	六、同时有垂直与水平荷载作用 时桩基础的核算	1-601
		主要参考文献	1-605
第四章 土力学			
第一节 土的物理性质	1-541	第五章 岩石力学	
一、基本物理性指标	1-541	第一节 岩石的物理性状	1-609
二、粘性土的塑性指标及性状 划分	1-542	一、岩石的容重和比重	1-609
三、无粘性土的密度指标及性状 划分	1-543	二、岩石的孔隙率与吸水率	1-610
四、土的颗粒分配曲线	1-544	三、岩石的饱水系数	1-611
五、土的工程分类	1-544	四、岩石的裂隙性	1-611
第二节 土中应力计算	1-548	五、地温梯度	1-612
一、自重应力	1-548	六、水工洞室围岩温度	1-612
二、接触压力	1-548	七、岩石的比热和传热系数	1-613
三、附加应力	1-549	八、岩石的电阻率	1-613
四、非均质地基中的附加应力	1-563	九、岩体的纵波速度	1-614
第三节 土的压缩性	1-564	十、岩石的工程分级	1-615
一、压缩试验成果	1-564	十一、岩石力学试验项目	1-615
二、压缩性指标	1-564	第二节 岩体中软弱夹层的基本特 性	1-616
三、先期固结压力 p_c	1-566	一、软弱夹层的物质组成	1-616

二、软弱夹层的物理性质	1-618	二、岩石的应力-应变关系	1-630
三、软弱夹层的水理性质	1-620	三、岩石的流变性	1-634
四、软弱夹层的力学性质	1-622	第五节 岩石的强度特性	1-637
五、软弱夹层对岩体变形和稳定性 的影响	1-627	一、岩石的强度特性指标	1-637
第三节 岩体中的初始应力	1-627	二、岩石的强度理论	1-637
一、岩体初始应力状态的研究方 法	1-627	第六节 洞室围岩问题	1-647
二、实测初始应力的基本特征	1-628	一、洞室围岩应力的重分布	1-647
三、在水工设计中的应用	1-629	二、岩石力学中的有限元法	1-650
第四节 岩石的变形特性	1-629	三、岩石压力	1-651
一、岩石的变形特性指标	1-629	四、围岩与衬砌的联合作用	1-656
		主要参考文献	1-658

第一章 数 学*

第一节 初 等 数 学

一、初 等 代 数

(一) 一元三次方程

1. $x^3 - 1 = 0$ 的三个根

$$x_1 = 1, x_2 = \omega_1 = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$$

$$x_3 = \omega_2 = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$$

$$\omega_1 = \omega_2^2, \omega_2 = \omega_1^2$$

2. $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$

令 $x = y - \frac{a}{3}$ 代入, 则得

$$y^3 + py + q = 0$$

设其三个根为 y_1, y_2, y_3 , 则

$$y_1 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

$$+ \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

$$y_2 = \omega_1 \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \omega_2 \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

$$y_3 = \omega_2 \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \omega_1 \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

三次方程式根的复数解法。当 $\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3 <$

0 , 三次方程的三个根均为实数, 但上述公式求出的根仍用复数表达, 此时可以用辅助变量按以下方式解算。为简化书写, 令三次方程的标准形式为

$$y^3 + 3py + 2q = 0$$

并记 $r = \pm \sqrt{|p|}$

r 的符号和 q 的符号相同, 则可由表 1-1-1 决定辅助变量 φ , 并利用 φ 定出三个实根 y_1, y_2, y_3 。

表 1-1-1

$p < 0$		$p > 0$
$q^2 + p^3 \leq 0$	$q^2 + p^3 > 0$	
$\cos \varphi = q/r^3$	$\operatorname{ch} \varphi = q/r^3$	$\operatorname{sh} \varphi = q/r^3$
$y_1 = -2r \cos(\varphi/3)$	$y_1 = -2r \operatorname{ch}(\varphi/3)$	$y_1 = -2r \operatorname{sh}(\varphi/3)$
$y_2 = 2r \cos(60^\circ - \varphi/3)$	$y_2 = r \operatorname{ch}(\varphi/3) + i\sqrt{3} r \operatorname{sh}(\varphi/3)$	$y_2 = r \operatorname{sh}(\varphi/3) + i\sqrt{3} r \operatorname{ch}(\varphi/3)$
$y_3 = 2r \cos(60^\circ + \varphi/3)$	$y_3 = r \operatorname{ch}(\varphi/3) - i\sqrt{3} r \operatorname{sh}(\varphi/3)$	$y_3 = r \operatorname{sh}(\varphi/3) - i\sqrt{3} r \operatorname{ch}(\varphi/3)$

(二) 对数

1. 性质

$$a^{\log_a N} = N, \log_a a^N = N, \log_a 1 = 0,$$

$$\log_a a = 1$$

2. 运算法则

$$\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$$

$$\log_a\left(\frac{M}{N}\right) = \log_a M - \log_a N$$

$$\log_a M^N = N \log_a M \quad (N \text{ 为任意实数})$$

3. 换底公式

$$\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\lg M = \frac{\ln M}{\ln 10} \approx 0.43429 \ln M$$

$$\ln M = \frac{\lg M}{\lg e} \approx 2.30259 \lg M$$

* 参加本章部分审订工作的还有丘浚净, 戴均衡。

(三) 数列与简单级数

1. 等差数列与等差(算术)级数

设首项为 a_1 , 公差为 d , 则等差数列为

$$a_1, a_1 + d, a_1 + 2d, \dots$$

通项(第 n 项)公式 $a_n = a_1 + (n-1)d$

$$\text{前 } n \text{ 项的和 } S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

$$= \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$$

2. 等比数列与等比(几何)级数

设首项为 a_1 , 公比为 q , 则等比数列为

$$a_1, a_1q, a_1q^2, \dots$$

通项公式 $a_n = a_1q^{n-1}$

$$\text{前 } n \text{ 项的和 } S_n = \frac{a_1 - a_nq}{1 - q} = \frac{a_1(1 - q^n)}{1 - q}$$

$$= \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} (q \neq 1)$$

3. 某些数列的前 n 项和

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n(n+1)$$

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{1}{2}n(n+1) \right]^2$$

$$1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1)$$

$$= \frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$$

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$$

$$= \frac{n}{n+1}$$

(四) 阶乘、排列、组合和二项式公式

1. 阶乘

自然数 n 的阶乘 $n! = n(n-1)(n-2)\dots 3 \cdot 2 \cdot 1$,

$$0! = 1$$

2. 排列

$$A_m^n = m(m-1)(m-2)\dots [m - (n-1)]$$

$$= \frac{m!}{(m-n)!}$$

式中 A_m^n 为 m 个元素中取 n 个的排列。

3. 全排列

$$P_m = A_m^m = m(m-1)(m-2)\dots 3 \cdot 2 \cdot 1 = m!$$

式中, $m! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (m-1)m$, $m!$ 叫 m 的阶乘。

4. 组合

$$C_m^n = \frac{A_m^n}{P_n} = \frac{m(m-1)(m-2)\dots [m - (n-1)]}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots n}$$

$$= \frac{P_m}{P_n P_{m-n}} = \frac{m!}{n! (m-n)!} = C_m^{m-n}$$

$$C_m^n + C_m^{n-1} = C_{m+1}^n$$

$$C_m^0 + C_m^1 + C_m^2 + \dots + C_m^n = 2^n$$

5. 二项式公式

$$(a+b)^n = a^n + na^{n-1}b + \frac{n(n-1)}{2!}a^{n-2}b^2$$

$$+ \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}a^{n-3}b^3 + \dots$$

$$+ \frac{n(n-1)\dots [n - (k-1)]}{k!}a^{n-k}b^k + \dots + b^n$$

$$(1+x)^n = 1 + nx + \frac{n(n-1)}{2!}x^2 + \dots$$

$$+ \frac{n(n-1)\dots [n - (k-1)]}{k!}x^k + \dots + x^n$$

6. 二项式系数表

$$(a+b)^1$$

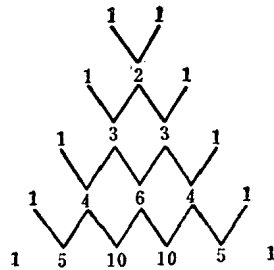
$$(a+b)^2$$

$$(a+b)^3$$

$$(a+b)^4$$

$$(a+b)^5$$

.....



(五) 复数

1. 虚数单位 i 的乘方

$$i = \sqrt{-1}, i^2 = -1, i^3 = -i, i^4 = 1,$$

$$i^{4n+1} = i, i^{4n+2} = -1, i^{4n+3} = -i, i^{4n} = 1$$

2. 复数的三种表示式及其相互关系(图1-1-1)

代数式 $Z = a + bi$

三角式 $Z = r(\cos\varphi + i\sin\varphi)$

指数式 $Z = re^{i\varphi}$

$$\begin{cases} a = r\cos\varphi \\ b = r\sin\varphi \end{cases}$$

$$\begin{cases} r = \sqrt{a^2 + b^2} \\ \text{tg } \varphi = \frac{b}{a} \end{cases}$$

3. 复数的运算

(1) 代数式

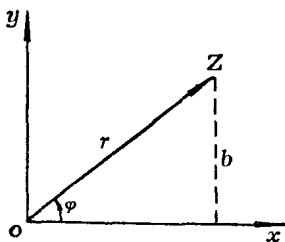


图 1-1-1

$$\begin{aligned} (a+bi) \pm (c+di) &= (a \pm c) + (b \pm d)i \\ (a+bi)(c+di) &= (ac-bd) + (bc+ad)i \\ (a+bi) \div (c+di) &= \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2} i \end{aligned}$$

(2) 三角式与指数式

设 $Z_1 = r(\cos\varphi + i\sin\varphi) = re^{i\varphi}$

$Z_2 = \rho(\cos\theta + i\sin\theta) = \rho e^{i\theta}$

则 $Z_1 Z_2 = r\rho[\cos(\varphi+\theta) + i\sin(\varphi+\theta)]$
 $= r\rho e^{i(\varphi+\theta)}$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{r}{\rho} [\cos(\varphi-\theta) + i\sin(\varphi-\theta)]$$

$$= \frac{r}{\rho} e^{i(\varphi-\theta)}$$

$$Z_1^n = r^n (\cos n\varphi + i\sin n\varphi) = r^n e^{in\varphi}$$

$$Z_1^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}} \left[\cos \frac{\varphi+2k\pi}{n} + i\sin \frac{\varphi+2k\pi}{n} \right]$$

$$= r^{\frac{1}{n}} e^{i \frac{\varphi+2k\pi}{n}} \quad (k=0, 1, 2, \dots, n-1)$$

二、初等几何

(一) 三角形 (图1-1-2)

1. 面积

$$S = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ab\sin C$$

$$= \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$= \frac{c^2 \sin A \sin B}{2\sin(A+B)}$$

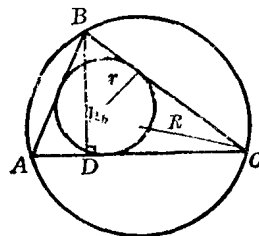


图 1-1-2

式中 $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$.

2. 外接圆半径

$$R = \frac{abc}{4S} = \frac{a}{2\sin A} = \frac{b}{2\sin B} = \frac{c}{2\sin C}$$

3. 内切圆半径

$$r = \frac{S}{p} = \frac{a \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}}{\sin \frac{B+C}{2}} = 4R \sin \frac{A}{2} \sin \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$$

式中 $p = \frac{1}{2}(a+b+c)$.

(二) 多边形

1. 任意四边形

$$(1) S = \frac{1}{2}d_1 d_2 \sin \varphi$$

式中 d_1, d_2 为两对角线长, φ 为两对角线交角。

$$(2) S = \sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d) - abcd \cos^2 \gamma}$$

式中 a, b, c, d 为四边之长, γ 是两对角之和的

一半, $p = \frac{1}{2}(a+b+c+d)$.

2. 正多边形

设 a = 边长, R = 外接圆半径, r = 内切圆半径,

φ = 圆心角 ($\varphi = \frac{360^\circ}{n}$, n 为边的数目), S =

多边形的面积。详见表1-1-2。

(三) 圆

设 R = 半径, D = 直径, θ = 圆心角 (以弧度

表 1-1-2

名 称	计 算 公 式
正三角形	$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{3}{4}\sqrt{3}R^2 = 3\sqrt{3}r^2, a = \sqrt{3}R, r = \frac{\sqrt{3}}{6}a, R = \frac{a}{\sqrt{3}}$
正方形	$S = a^2 = 2R^2 = 4r^2, a = \sqrt{2}R, r = \frac{1}{2}a, R = \frac{\sqrt{2}}{2}a$
正 n 边形	$S = \frac{1}{2}nR^2 \sin \varphi = nr^2 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}, a = 2R \sin \frac{\varphi}{2} = 2r \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}, R = \frac{a}{2\sin \frac{\varphi}{2}}, r = \frac{a}{2} \operatorname{ctg} \frac{\varphi}{2}$