



高等学校教材

电工理论基础

陈绍林 吴建华 主编



NEUPRESS
东北大学出版社

高等学校教材

电工理论基础

陈绍林 主编
吴建华

东北大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

电工理论基础/陈绍林,吴建华主编. —沈阳:东北大学出版社,2000.7

ISBN 7-81054-141-2

I. 电… II. ①陈… ②吴… III. 电工-理论-高等学校-教材 IV. TM1

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 37862 号

内容简介

《电工理论基础》是根据工科电工教材编审委员会审定的《电路》教学大纲的要求而编写的,为使理论的系统性结合教学的实用性而增加了磁路等章节。本教材具有如下特点:吸收了国内、外同类教材的优点,总结了东北大学电工原理教研室几十年的教学经验,因而内容全面、结构严密、重点突出、深入浅出、习题丰富,有利于教学和学生智力的开发,并且适于自学,是一本有较高水平的高等工科院校的教学用书。

©东北大学出版社出版

(沈阳市和平区文化路3号巷11号 邮政编码 110006)

铁岭市新华印刷厂印刷

东北大学出版社发行

开本:787×1092 1/16 字数:646千字 印张:25.875

印数:1~3500册

2000年7月 第2版

2000年7月 第1次印刷

责任编辑:郝蕴卿 冯淑琴

责任校对:闻国琴

封面设计:唐敏智

责任出版:杨华宁

定价:26.50元

前 言

本教材是根据工科电工教材编审委员会审定的《电路》教学大纲的要求,在学习国内、外同类教材的优点,总结东北大学电工原理教研室几十年教学经验的基础上编写的。

该教材可做高等工科院校工业自动化、仪表、自动控制、通信、计算机等电类专业的教材,亦可供从事电气工程的技术人员阅读。

本书编写中注重理论的系统性和教学的实用性,比如编写了磁路等章节,把受控源的内容集中讲授等,力求做到内容全面,重点突出,有利于教学和学生智力的开发。习题内容丰富,层次清晰,并附有全部答案。图形、附号均采用国家标准。

书中一、二章由孙玉琴教授编写,三、四章由殷洪义教授编写,五、六章由吴建华副教授编写,七、八章由郝蕴卿副教授编写,九、十二章由陈绍林副教授编写,十章由李华副教授编写,十一、十三章由王安娜副教授编写,全书由陈绍林、吴建华担任主编。

由于时间仓促和水平所限,难免有不当之处,欢迎读者批评指正。

编 者

2000年1月

目 录

前 言

第 1 章 电路模型和基本定律	1
1-1 电路和电路图	1
1-2 电流、电压及其参考方向	2
1-3 无源元件	5
1-4 独立电源	12
1-5 基尔霍夫定律	13
1-6 电阻的联接	17
1-7 电源的联接及简化	28
习题一	32
第 2 章 线性电阻网络分析	37
2-1 支路电流法	37
2-2 回路电流法	39
2-3 节点电压法	44
2-4 替代定理	48
2-5 叠加原理	49
2-6 等效电源定理	52
2-7 互易定理	58
2-8 受控电源	60
2-9 含受控源电路的分析与计算	61
2-10 对偶原理	66
习题二	68
第 3 章 正弦交流电路	73
3-1 正弦交流电	73
3-2 正弦量的相量表示法	77
3-3 R, L, C 伏安关系的相量形式	81
3-4 基尔霍夫定律的相量形式	87
3-5 复阻抗、复导纳及其等效变换	89
3-6 正弦交流电路中的功率	97
3-7 正弦稳态电路的计算	102

3-8 交流电路中的实际元件	111
习题三	112
第4章 三相电路	117
4-1 三相电路的特点	117
4-2 对称三相电路的计算	121
4-3 不对称三相电路的概念	125
4-4 三相电路的功率	127
习题四	131
第5章 互感与谐振	134
5-1 互 感	134
5-2 含互感电路的计算	137
5-3 空心变压器	141
5-4 理想变压器	144
5-5 串联谐振电路	146
5-6 并联谐振电路	152
习题五	155
第6章 非正弦周期电流电路	160
6-1 非正弦周期电流和电压	160
6-2 周期函数分解为傅里叶级数	161
6-3 非正弦周期量的有效值、平均值、平均功率	166
6-4 非正弦周期电流电路的计算	169
6-5 滤波器的概念	173
6-6 对称三相电路中的高次谐波	176
6-7 傅里叶级数的指数形式	178
6-8 傅里叶积分和傅里叶变换	182
习题六	185
第7章 线性动态网络时域分析	189
7-1 电路动态过程和初始条件	189
7-2 一阶电路的零输入响应	193
7-3 一阶电路的零状态响应	199
7-4 解一阶电路的三要素法	202
7-5 一阶电路的阶跃响应	207
7-6 一阶电路的冲击响应	210
7-7 一阶电路对正弦激励的响应	218
7-8 线性动态网络对任意激励的响应	221

7-9 二阶电路的零输入响应	223
7-10 二阶电路的阶跃响应	231
习题七	234
第 8 章 线性动态网络复频域分析	238
8-1 拉普拉斯变换及其重要性质	238
8-2 拉普拉斯反变换	243
8-3 两类约束的复频域形式	248
8-4 复频域分析法	250
8-5 网络函数及其零、极点	256
8-6 卷积定理及在复频域分析中的应用	261
习题八	262
第 9 章 双口网络与多端元件	266
9-1 双口网络及其端口条件	266
9-2 双口网络的 Y 参数和 Z 参数	267
9-3 双口网络的 A 参数和 H 参数	270
9-4 双口网络的转移函数	274
9-5 双口网络的特性阻抗	276
9-6 双口网络的等效电路	280
9-7 双口网络的联接	283
9-8 运算放大器	286
9-9 回转器	288
习题九	290
第 10 章 非线性电路	294
10-1 非线性元件特性	294
10-2 非线性电阻网络的图解分析法	297
10-3 非线性电阻网络的数值分析法	302
10-4 非线性电阻网络的小信号分析法	306
10-5 非线性网络的动态方程	310
习题十	312
第 11 章 磁 路	315
11-1 磁场的基本物理量	315
11-2 磁场的基本性质	316
11-3 铁磁性材料的磁化曲线	318
11-4 磁路及其基本定律	320
11-5 恒定磁通磁路的计算	323

11-6 交变磁通磁路的分析	330
11-7 铁心线圈电路	337
11-8 具有直流基磁化的铁心线圈	341
习题十一	346
第 12 章 分布参数电路及均匀传输线	348
12-1 分布参数电路及均匀传输线的概念	348
12-2 均匀传输线的微分方程	349
12-3 均匀传输线的正弦稳态解	350
12-4 行 波	354
12-5 波的反射与终端匹配的传输线	357
12-6 无损耗线的正弦稳态解	359
12-7 无损耗线方程的通解	368
12-8 无损耗线与理想电压源的联接	369
12-9 波的反射与透射	371
习题十二	375
第 13 章 网络图论和网络方程	377
13-1 网络的图	377
13-2 回路、树、割集	378
13-3 关联矩阵、回路矩阵、割集矩阵	382
13-4 节点法	386
13-5 状态方程	392
习题十三	395
习题答案	396

第1章 电路模型和基本定律

内容提要:本章在物理电学基础上,引出了电流参考方向和电压参考极性(参考方向)的概念,并将进一步研究电路的基本定律和简单直流电路的分析计算。

本章重点:充分理解和掌握电流的参考方向与电压的参考极性两个概念;明确电阻、电感、电容等电路元件的电压与电流间的关系;熟练掌握基本定律,并做到灵活运用。

1-1 电路和电路图

电路是电流的通路。它是许多电气元件(或电气设备),为实现能量的传输和转换,或为了实现信息传递和处理而联接成的整体。在现代生产和生活中,随时随地可以见到电路。例如纵横几百里的电网系统和厂矿中各种电气控制系统等,它们的功能是实现电能的传输和转换;家用电器中的收音机、电视机,则主要是完成信号的传递和处理。总之,实际的电路是由各种电路器件组成的。按照它们在电路中所起的作用,这些器件可分为电源、负载和传输控制器件三大类。

(1)电源:是提供电能或发出电信号的设备,它把其他形式的能量转换成电能,或把电能转换成另一种形式的电能或电信号。例如,电池把化学能转换成电能,发电机把机械能转换成电能,信号发生器则是把电能转换成一定的电信号。

(2)负载:是用电或接收电信号的设备。它把电能转换成其他形式的能量。例如,白炽灯把电能转换成光能和热能,电动机把电能转换成机械能。

(3)传输控制器件:是电源和负载中间的联接部分。包括联接导线、控制电器(如开关)和保护电器(如熔断器)等。

在电路分析中,为研究问题方便,常把一个实际电路用它的电路模型来代替。图1-1就是手电筒的电路模型(称为电路图)。其中电阻 R 代表小灯泡,电动势 E 和内阻 R_s 代表干电池,开关 K 为电筒的开关。

组成电路模型的元件,都是能反映实际电路中的元件主要物理特征的理想元件,由于电路中实际元件在工作过程中和电磁现象有关,因此有三种最基本的无源理想电路元件:表示消耗电能的理想电阻元件 R ;表示贮存电场能的无源理想电容元件 C ;表示贮存磁场能的理想电感元件 L 。

对电路进行分析,主要是为了确定电路的工作状态,即各个元件上的工作电压与电流。电压、电流的大小和方向都不随时间变化的电路叫直流电路;电流、电压的大小和方向都随时间变化的电路叫变动电流电路。电路元件有多种,具有两个端钮的叫做二端元件,具有两个以上端钮的叫做多端元件。电路参数又有

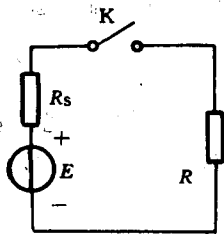


图 1-1

线性与非线性之分:凡元件的参数不随其电流或电压的数值而变动的,属于线性元件,否则称为非线性元件。完全由线性元件连接起来的电路称为线性电路,否则便是非线性电路。工程上遇到的电路大部分可以作为线性电路来分析,即使是非线性电路,有时也可以用线性化的方法来处理。本书主要研究线性电路。

1-2 电流、电压及其参考方向

这节除了加深理解电流和电压意义之外,更重要的是弄清参考方向(也叫正方向)这一新概念。

1. 电 流

电荷有规则的运动形成了电流。在金属导体中,电流是自由电子有规则地运动形成的;在半导体中,电流是由半导体中自由电子和空穴有规则地运动形成的;在电解质溶液中,电流则是正、负离子有规则地运动。大小和方向不随时间改变的电流叫直流电流,用符号 I 表示,其大小为:

$$I = \frac{Q}{t} \quad (1-1a)$$

其中 Q 为 t 时间内通过导体横截面的电荷量。从上式看出,电流的大小等于单位时间通过导体横截面的电荷量。

随时间变化的电流叫变动电流,图 1-2 所示的电流均为变动电流,其中(a)、(b)所示电流的大小和方向都随时间变化,这种电流叫交变电流,图(b)所示电流随时间按正弦规律变化,则

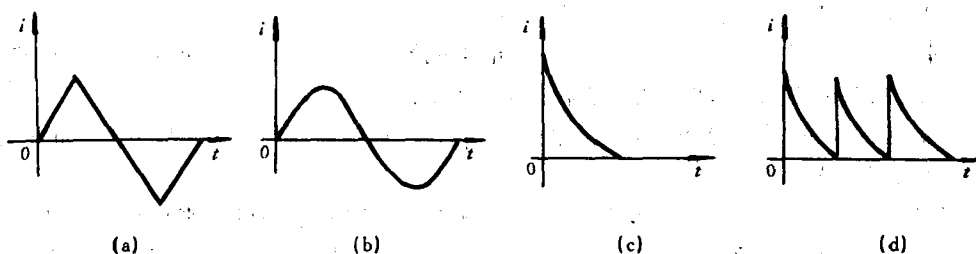


图 1-2

叫正弦电流。总之,这些电流都是时间的函数,其大小为

$$i = \frac{dq}{dt} \quad (1-1b)$$

习惯上,把正电荷移动的方向规定为电流实际方向,即和电子运动相反的方向。电流的单位为安培,简称安,用 A 表示。常用的单位还有微安(μA)、毫安(mA)、千安(kA)等。

$$1A = 10^3 mA = 10^6 \mu A \quad 1kA = 10^3 A$$

电流实际方向有时能直接判断出来,如图 1-3(a)中,电阻 R_1 和 R_3 中的电流是分别沿 acb 和 adb 方向流动的,但图(b) R_5 中电流的方向却不能直接判断出来。对于交变电流,若想标出它的实际方向就更困难。为解决这一问题,引入了参考方向的概念。所谓参考方向,就是不管

电流实际方向如何,先假设一个电流方向,称为参考方向,在电路中用箭头表示。如图 1-3(b) R_5 中电流 I_5 ,其参考方向由箭头表示如图。而 R_5 中电流实际方向只有两种可能,要么与参考方向相同,要么相反。规定参考方向与实际方向相同的电流为正值,参考方向与实际方向相反的电流为负值。

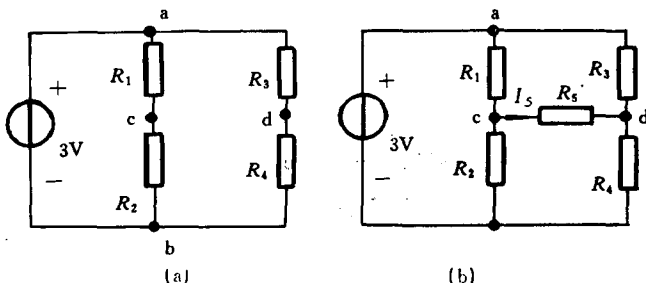


图 1-3

这样电流就变成了代数量,它的绝对值用来表示电流的大小,而其值的正、负与参考方向一起表明电流的实际方向。如 $I_5 < 0$,说明 R_5 中电流实际方向与参考方向相反,由 d 流向 c 。这样就解决了电流实际方向难以判断和表示的问题,给问题的分析计算带来了方便,电路图中给出的电流方向均为参考方向。

2. 电压与电位

电压是表征电场性质的物理量之一,它反映了电场力移动电荷做功的本领。具体来讲,电场力把单位正电荷从 a 移动到 b 所作的功,在数值上就等于 ab 两点间的电压。用 U_{ab} 表示大小和方向都不随时间变化的电压,即直流电压,其定义式为

$$U_{ab} = \frac{W_{ab}}{Q} \quad (1-2a)$$

而随时间变化的电压,则用 u_{ab} 表示,有

$$u_{ab} = \frac{dw_{ab}}{dq} \quad (1-2b)$$

电压的单位是伏特,简称伏,用 V 表示,常用的还有微伏(μV)、毫伏(mV)、千伏(kV)等单位,它们的互换关系与电流的单位换算相同。

由电压定义可知,电压的实际方向是电场力对正电荷做功的方向。判断和表示电压实际方向,也和电流一样会遇到困难,因此也要采用参考方向(或参考极性),而电压实际方向要由其参考方向和电压数值的正、负一起判断。图 1-4(a)电压 U 参考方向是从 a 指向 b ,若 $U = -3V$,说明电压实际方向与参考方向相反,即由 b 指向 a ;若 $U = 3V$,说明实际方向与参考方向一致,参考方向也常用“+”、“-”极性或双下标表示,如图 1-4(b),表示电压参考方向是由“+”极性指向“-”极性,或说由 a 指向 b 。

若取电路中某一点为参考点,则任一点到参考点间的电压称为该点的电位,如图 1-4(c),设 O 点为参考点,则 A 点到 O 点间电压 U_{AO} 称为 A 点电位,用 U_A 表示,即

$$U_A = U_{AO}$$

电位的参考点可任取,计算电路时常选择大地、设备外壳或接地点做为参考点。在一个连通的系统中只能选一个参考点。由参考点的定义可知,参考点的电位为零。

电路中任意两点,如图 1-4(c)中的 A, B ,由定义得

$$U_A = U_{AO} = \frac{W_{AO}}{Q} = \frac{W_{AB} + W_{BO}}{Q} = U_{AB} + U_B$$

即

$$U_{AB} = U_A - U_B \quad (1-3a)$$

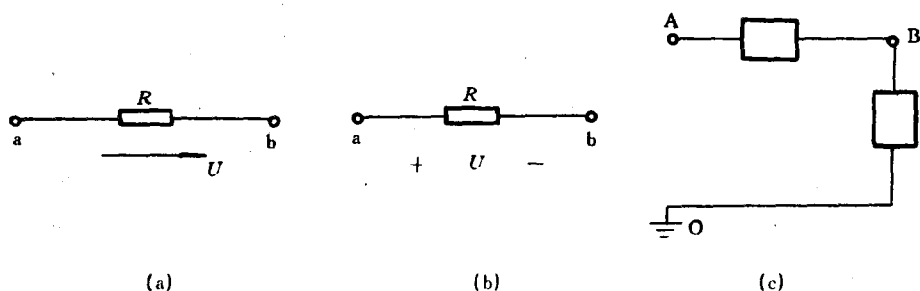


图 1-4

式(1-3a)说明:电路中任意两点间的电压等于这两点的电位之差。所以电压和电位一般可以认为意义相同。从式(1-3a)还可看出,当 A 点电位高于 B 点电位时, U_{AB} 为正值,反之 U_{AB} 为负值,说明两点间电压的实际方向是从高电位指向低电位,或说电压的实际方向就是电位降落的方向。

应该注意,电路中参考点选定之后,各点电位是一个定值,若参考点改变,则各点电位随之改变,而任意两点电压不变。即任意一点的电位与参考点选择有关,任意两点间电压则与参考点的选择无关。例如图 1-4(c)中,若选 O 点为参考点($U_O = 0$),有 $U_A = 5V$, $U_B = 3V$ 时, $U_{AB} = 2V$, $U_{BO} = 3V$;而改选 B 点为参考点时, $U_B = 0$,则 $U_A = 2V$, $U_O = -3V$,但 U_{AB} , U_{BO} 的值保持不变: $U_{AB} = 2 - 0 = 2V$, $U_{BO} = U_B - U_O = 0 - (-3) = 3V$ 。

两点间电压一般用带双下标的 U 表示,某一点电位则常用单下标的 U 表示。电位和电压单位一样,也是伏特(V)。

为什么要引入电位概念呢?因为在某些复杂电路中,尤其在电子线路中,节点较多,若逐一求出任意两点电压是一个很麻烦的工作,计算量很大。引入电位概念后,先取电路中任一点为参考点,这样只要求出各点电位,任意两点间电压很容易求出,便于很快分析出各元件的工作状态。

3. 电动势

电荷经过负载时是把电能转换成其他能量,也就是电场力做功,位能减少。如图 1-5 所示,正电荷不断从 A 经负载移向 B,必然使 A 处正电荷减少,同时也使 B 处负电荷减少,这样 A, B 之间电位差越来越小,直到 AB 两点等位,电流停止流动为止。要能维持电流不断从 A 流向 B,即在 A, B 间保持一定的电位差,必须有一外力,克服电场力把正电荷从 B 经电源内部移到 A。电动势就是衡量外力移动正电荷从低电位 B 到高电位 A 做功能力的物理量,其大小等于外力移动单位正电荷从 B 到 A 所做的功。即

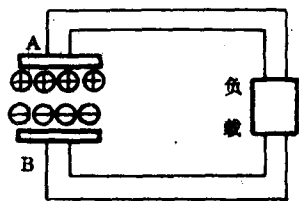


图 1-5

$$E = \frac{W}{Q} \quad \text{或} \quad e = \frac{dw}{dq} \quad (1-3b)$$

电动势单位也是伏特(V),其实际方向规定为从低电位指向高电位,符号如图 1-6 所示。其中(a)、(b)表示直流电动势,(c)表示交流电动势。

电动势和电压虽然在物理意义上不同,但二者都可表示电源两端电位的高低。只不过电压实际方向是由高电位指向低电位,电动势实际方向是从低电位指向高电位,即二者实际方向

的规定相反。电动势的参考方向的表示方法与电压一样,常用“+”、“-”参考极性表示。在图 1-7(a)中,电压 U 和电动势 E 参考方向反设时,有 $E = U$ 。图(b)表示 a 到 b 的电压降为 $3V$,也表明电动势为 $3V$,而方向是从 b 指向 a 。

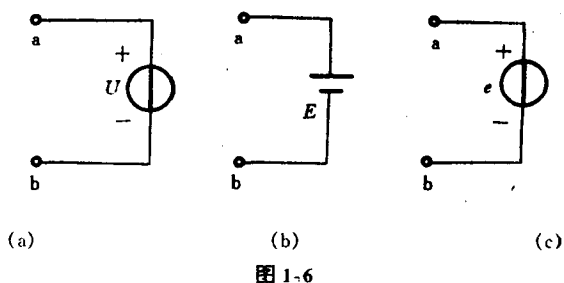


图 1-6

电流经电路元件从高电位流向低电位,是电场力作功的结果,此时元件吸收电能;当电流经电路元件从低电位流向高电位则需要外力做功,此时元件发出电能。电路元件吸收或发出能量的速率就是功率,称为电功率,用 P 或 p 表示。

$$P = \frac{W}{t} \quad \text{或} \quad p = \frac{dw}{dt} \quad (1-3c)$$

据电压定义 $u = \frac{dw}{dq}$

据电流定义

$$i = \frac{dq}{dt}$$

故

$$dw = u \cdot dq = u i dt$$

故

$$p = \frac{dw}{dt} = ui \quad (1-4a)$$

直流电路中则有

$$P = UI \quad (1-4b)$$

在国际单位制中,电流单位为安培(A),电压单位为伏特(V),功率单位则为瓦特(W),简称瓦。

根据电路元件电压、电流参考方向及所求出功率的正负来确定该元件是吸收还是发出功率,是一个很关键的问题。在电压、电流参考方向相同(关联方向)时,若 $p > 0$,说明 u, i 实际方向一致,这时正电荷从元件高电位移向低电位,电场力作功,元件吸收能量;若 $p < 0$,则元件是释放电能。如果电压与电流参考方向相反,且 $p > 0$,说明 u, i 实际方向也相反,元件发出电能;若 $p < 0$,元件实际上是吸收电能的。以上有关功率的讨论,同样也适合于任何一段电路或一个二端网络,而不仅仅局限于一个元件。

例 1-1 图 1-8 中,元件 A 的电流 $I = 0.2A$, $U = -75V$,参考方向如图所示。求元件 A 的功率 P 。

解 $P = UI = (-75) \times 0.2 = -15W$

从图上看 U 与 I 是关联方向,且 $P < 0$,说明元件 A 发出功率。

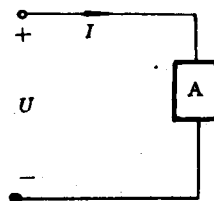


图 1-8

1-3 无源元件

前已述及,在电路理论中,经过科学抽象后,把实际元件用足以反映其主要电磁性质的一

些理想元件替代。这些理想元件都是数学模型,每一个都有它各自精确的定义。下面,先讨论几个线性无源二端元件(电阻元件、电容元件和电感元件)。

1. 电阻元件

线性电阻元件在电路中的图形符号如图 1-9。

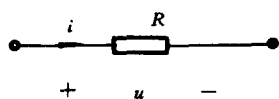


图 1-9

如果把线性电阻元件的电压取为纵坐标(或横坐标),电流取为横坐标(或纵坐标),画出电压和电流的关系曲线,这条曲线称为该电阻元件的伏安特性曲线。线性电阻元件的伏安特性曲线是通过坐标原点的直线,见图 1-10,元件上电压与元件中电流成正比。

线性电阻元件是二端理想元件,在任何时刻,它两端的电压与其电流都服从欧姆定律。在电压和电流的关联方向下,欧姆定律可表示为

$$u = Ri \quad (1-5)$$

式中 R 称为元件的电阻,它是联系电阻元件上电压和电流的一个参数。从图 1-10 中看出,电阻值可由

$$R = \frac{u}{i} = \tan \alpha$$

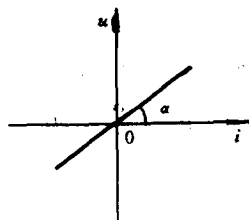


图 1-10

来确定,其中 α 乃伏安特性曲线与电流轴之间的夹角。可见,线性电阻元件的电阻是一个与电压 u 、电流 i 无关的常数。

令 $G = \frac{1}{R}$, 则式(1-5)变成

$$i = Gu$$

式中 G 称为电阻元件的电导。

电阻的单位为欧姆 Ω , 简称欧;电导的单位为西门子 S。

如果电阻元件电压的参考方向与电流的参考方向相反,如图 1-11,则欧姆定律应写为

$$u = - Ri$$

或

$$i = - Gu$$

所以,欧姆定律的公式必须和参考方向配套使用。

由式(1-5)可知,任何时刻线性电阻元件的电压(或电流)完全由同一时刻的电流(或电压)所决定,而与该时刻以前的电流(或电压)的值无关。

在电压和电流的关联方向下,任何时刻线性电阻元件吸取的电功率

$$P = ui = Ri^2 = Gu^2$$

电阻 R 、电导 G 是正实数,故功率 P 为非负值。功率既然不可能为负值,说明任何时刻电阻元件都是吸收电能,并将其全部转换成其他非电能量消耗掉或作为其他用途。所以线性电阻元件($R > 0$)不仅是无源元件,并且还是耗能元件。

如电阻元件把吸收的电能转换成热能,当热能的单位用焦耳时,电阻元件发出的热量

$$Q = W$$

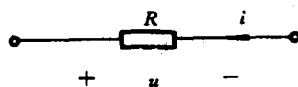


图 1-11

应用焦耳与卡之间的换算,从 t_0 到 t 时间内,电阻发出的热量为

$$Q = 0.239 \text{ W} = 0.239 \int_{t_0}^t Ri^2(\xi) d\xi$$

此即焦耳-楞次定律的表达式。

实际上,所有电阻器、电灯、电炉等元件,他们的伏安特性曲线或多或少都是非线性的。但是,这些元件,特别像金属膜电阻器、线性电阻器等,在一定工作电流范围内,它们的伏安特性近似为一直线,所以可以做为线性电阻元件来对待。

与线性电阻元件不同,非线性电阻元件的伏安特性不是一条通过原点的直线,元件的电阻将随其电压或电流的改变而改变。图 1-12 给出某二极管的伏安特性曲线。因为二极管是一个非线性电阻元件,它的特性不再是一条通过原点的直线。其次应该指出,像二极管这种非线性电阻元件的伏安特性还与其电压或电流的方向有关。当二极管两端施加的电压方向不同时,流过它的电流完全不同。而前面所讨论的线性电阻元件的特性则与元件电压或电流的方向无关,因此,线性电阻是双向性的元件。

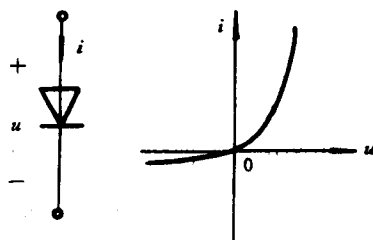


图 1-12

如果电阻元件的伏安特性不随时间改变,则称为

非时变电阻元件;伏安特性随时间改变的,称为时变电阻元件。本书不讨论时变元件。

今后为叙述方便,把线性电阻元件简称为电阻。这样,“电阻”这个术语以及它相应的符号 R ,一方面表示一个电阻元件,另一方面亦表示这个元件的参数。

2. 电容元件

工程中,电容器应用极为广泛。电容器虽然规格和品种很多,但就其构成原理来说,都是由两块金属板间隔以不同的介质(如云母、绝缘纸、电解质等)所组成,加上电源后,极板上分别聚集起等量异号的电荷,在介质中建立起电场,并储存有电场能量。电源移去后,电荷可以继续聚集在极板上,电场继续存在。所以电容器是一种能够储存电场能量的实际电路元件。当电容器上电压变化时,在介质中也往往引起一定的介质损耗,并且介质不可能完全绝缘,多少还有一些漏电流。质量优良的电容器的介质损耗和漏电流很微弱,可以略去不计。这样就可以用一个只储存电场能量的理想元件——电容元件作为它的模型。

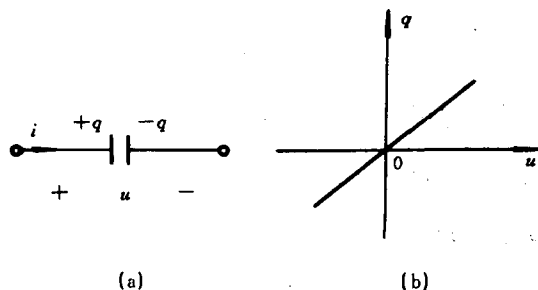


图 1-13

线性电容元件是一个二端理想元件,它在电路中的图形符号如图 1-13(a)所示。图中 $+q$ 和 $-q$ 是该元件正极板和负极板上的电荷量。若电容元件上电压的参考方向规定由正极板指向负极板,则任何时刻正极板上的电荷 q 与两端的电压有以下关系:

$$q = Cu \quad (1-6)$$

式中 C 称为该元件的电容。

如果把电容元件的电荷 q 取做纵坐标,电压 u 取为横坐标,画出电荷与电压的关系曲

线,这条曲线称为该电容元件的库伏特性曲线。线性电容元件的库伏特性是通过 $q-u$ 坐标原点的直线,见图 1-13(b)。所以线性电容元件的电容 C 是一个与电荷 q 、电压 u 无关的正实常数。当 $q=1$ 库仑、 $u=1$ 伏特时, $C=1$ 法拉。法拉简称法,用 F 表示。实际电容器的电容往往比 1F 小得多,因此通常采用微法(μF)、皮法(pF)(或微微法)作为电容的单位,且有

$$1\mu\text{F} = 10^{-6}\text{F}$$

$$1\text{pF} = 10^{-12}\text{F}$$

当极板间电压变化时,极板上的电荷也随着改变,于是电容电路中出现电流。如果指定电流参考方向与电压参考方向一致,即电流从正极板流进,如图 1-13(a),则

$$i = \frac{dq}{dt}$$

把式(1-6)代入得

$$i = C \frac{du}{dt} \quad (1-7)$$

因为电容元件的伏安关系是一种微分关系,故电容元件又称为动态元件。

在图 1-13(a)中,当电压的实际极性与参考极性一致且从零上升时(即 $u > 0$ 且 $\frac{du}{dt} > 0$),电容极板上的电荷随之增多,这种过程叫充电。当电压下降时(即 $\frac{du}{dt} < 0$),电容器极板上的电荷在减少,这就是放电过程。电容元件的电压若不断变动,元件则不停地充电或放电,电容器中就形成了电流。

从式(1-7)中看出,任何时刻,线性电容元件中的电流与该时刻电压的变化率成正比。当电压发生剧变(即 $\frac{du}{dt}$ 很大)时,电流也很大;当电压不随时间变化(即使此刻电压值很大)时电容中的电流也为零,这时电容器元件相当于开路,故而电容元件有隔直作用。如图 1-14(a)所示的直流电路,由于电容元件的隔直作用,该电路各元件电压、电流的大小与图(b)所示电路中相应元件的电压、电流的大小一致,或者说图(b)为图(a)的等效电路。

在图 1-13(a)所示的电流参考方向和电荷参考极性下,由 $i = \frac{dq}{dt}$, 电容元件中的电荷 q 与电流 i 的积分关系可以表示为

$$\int_{q(t_0)}^{q(t)} dq = \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi$$

$$\text{即 } q(t) - q(t_0) = \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi$$

$$q(t) = q(t_0) + \int_{t_0}^t i(\xi) d\xi$$

式中 t_0 为一指定值。如果取 t_0 为计时起点且设其为零,则上式可写为

$$q(t) = q(0) + \int_0^t i(\xi) d\xi$$

其中 $q(0)$ 是电荷在起始时刻的值,或者说是电容元件原来所带的电荷。

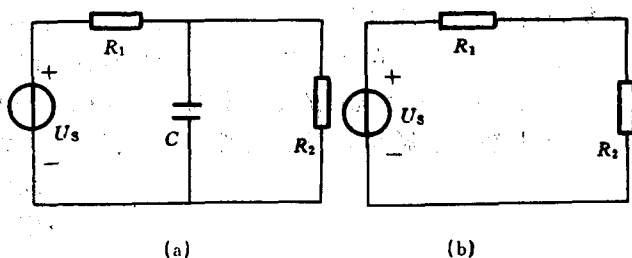


图 1-14

对于线性电容元件,其电压为

$$\begin{aligned} u(t) &= \frac{1}{C}q(t) = \frac{1}{C}q(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^t i(\xi)d\xi \\ &= u(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^t i(\xi)d\xi \end{aligned}$$

式 $u(t_0) = \frac{1}{C}q(t_0)$ 。同样,若取 t_0 为计算时间起点并且设为零,则

$$u(t) = u(0) + \frac{1}{C}\int_0^t i(\xi)d\xi$$

从上式可看出,在任何时刻 t , 电容元件的电压 $u(t)$ 与初始值 $u(0)$ 以及从 0 到 t 的所有电流值有关。

在电压和电流的关联参考方向下,线性电容元件吸收的功率为

$$p = u \cdot i = Cu \frac{du}{dt}$$

从 t_0 到 t 时间内,电容元件吸收的电能为

$$\begin{aligned} W_C &= \int_{t_0}^t u(\xi)i(\xi)d\xi = \int_{t_0}^t Cu(\xi) \frac{du(\xi)}{d\xi} \cdot d\xi \\ &= C \int_{u(t_0)}^{u(t)} u(\xi)du(\xi) \\ &= \frac{1}{2}Cu^2(t) - \frac{1}{2}Cu^2(t_0) \end{aligned}$$

如果我们选取 t_0 为电压等于零时刻,即 $u(t_0) = 0$, 此时电容元件处于未充电状态,那么电容元件在任何时刻 t 所储存的电场能量 $W_C(t)$ 将等于它吸收的能量并可写为

$$W_C(t) = \frac{1}{2}Cu^2(t) \quad (1-8)$$

从时间 t_1 到 t_2 , 电容元件吸收的能量

$$\begin{aligned} W_C &= C \int_{u(t_1)}^{u(t_2)} u du = \frac{1}{2}Cu^2(t_2) - \frac{1}{2}Cu^2(t_1) \\ &= W_C(t_2) - W_C(t_1) \end{aligned}$$

它等于电容元件在 t_1 和 t_2 时刻的电场能量之差。

电容元件充电时, $|u(t_2)| > |u(t_1)|$, $W_C(t_2) > W_C(t_1)$, 即元件吸收能量, 并全部转换成电场能量; 元件放电时, $|u(t_2)| < |u(t_1)|$, $W_C(t_2) < W_C(t_1)$, $W_C < 0$, 电容元件释放电场能量。所以, 电容元件是一种储能元件, 而且电容元件不会释放出多于它所吸收或储存的能量, 因此电容元件也是一种无源元件。

今后为了叙述方便, 把线性电容元件简称电容。所以, “电容”这个术语以及它的相应符号 C , 一方面表示一个电容元件, 另一方面亦表示这个元件的参数。

电容器是为了获得一定大小的电容特制的元件。但是, 电容的效应在许多别的场合也存在。如一对架空输电线之间就有电容, 因为一对输电线可视做电容的两个极板, 输电线之间的空气则为电容极板间的介质, 这就相当于电容器的作用。又如一只电感线圈, 各线匝之间也