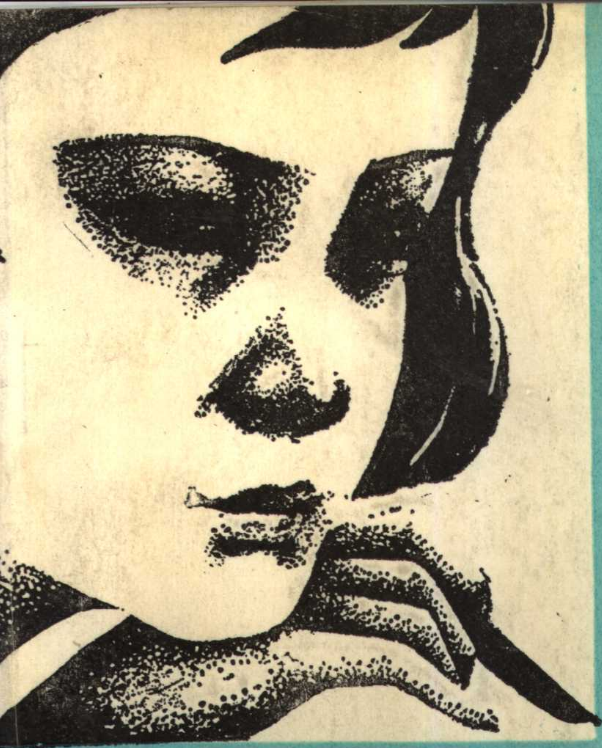

成人高考百题分析

数学[文科]

李勃梁　徐望根　编

中国环境科学出版社

成人高考百题分析

数 学（文科）

李勃梁 徐望根 编

中国环境科学出版社

1 9 8 6

内 容 简 介

本书内容包括基础知识回顾、函数、三角函数、数列以及曲线和方程五部分。每部分都按知识综述、例题选讲、基础练习、练习解答的顺序编写。本书总结简括，甚易记住记牢；例题典型，利于举一反三；习题面广，有助全面掌握，这是成人高考者的必备参考书。

成人高考百题分析

数 学(文科)

李勃栗 徐望根 编

*

中国环境科学出版社出版

北京崇文区东兴隆街69号

水利电力印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经销

*

1986年12月第一版 开本：787×1092 1/32

1986年12月第一次印刷 印张：7 9/16

统一书号：7239·018 字数：151千字

定价 1.60元

编者的话

为了满足广大青年读者参加成人高考的需要，我们编写了这套《成人高考百题分析》，包括文理科共用的语文、政治、英语；理科用的数学、物理、化学；文科用的数学、历史、地理等九册。各册按知识单元结构（或章节）编写，内容有知识综述、例题选讲、基础练习、参考答案。

这套书是根据成人高考大纲的要求编写的，并对历届成人高考试题进行了分析，具有如下特点：

一、针对性强，注重效果。针对成人工作繁忙，学习时间少的特点，并考虑了成人高考命题改革向科学化、标准化发展的趋势，这套书中选用的各类型题目，具有代表性，便于举一反三；同时考虑到准确性和标准化的特点，力求重点突出，内容精炼，适合自学的要求，以求取得事半功倍的效果。

二、内容丰富，注重基础训练。这套书选用的篇目、例题性强，覆盖面宽。其中知识综述部分力求简明扼要；例题选讲部分包括了历届成人高考试题中的重点内容，并在分析中尽量讲解方法、指出规律；基础练习部分起点低，落点适宜，编有大量各种类型的客观题。

为了帮助广大青年参加成人高考，我们总结教学经验，力求编好这套书。如果广大青年能从这套书中吸取知识的养料，有助于参加成人高考，这对于我们将是最大的快慰。

编　者

目　录

一、基础知识回顾

（一）实数和代数式

【知识综述】

1.实数的概念

$$
\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数（自然数）}\\ \text{零}\\ \text{负整数}\end{cases}\\ \text{分数}\left.\begin{cases}\text{正分数}\\ \text{负分数}\end{cases}\right\}\begin{matrix}\text{可化为有限小数}\\ \text{无限循环小数}\end{matrix}\end{cases}\\ \text{无理数（无限不循环小数）}\end{cases}
$$

2.实数的绝对值

$$
|a|=\begin{cases}a & (a\geqslant 0)\\ -a & (a<0)\end{cases}
$$

3.代数式

$$
\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\begin{cases}\text{单项式}\\ \text{多项式}\end{cases}\\ \text{分式}\end{cases}\\ \text{无理式}\end{cases}
$$

4.乘法公式

$$
(a+b)(a-b)=a^2-b^2
$$

$$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$$

$$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$$

$$(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$$

5.因式分解

(1)提取公因式法

(2)应用公式法

(3)分组分解法

(4)十字相乘法

6.二次根式

如果$x^2=a$，那么x叫做a的二次根式．性质如下：

$$(\sqrt{a})^2=a\ (a\geqslant 0)$$

$$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a\ (a\geqslant 0)\\ -a\ (a<0)\end{cases}$$

$$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}\ (a\geqslant 0,\ b\geqslant 0)$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\quad (a\geqslant 0,\ b>0)$$

【例题选讲】

例1．　分解因式

$$(x^2-2x)^2-7(x^2-2x)-8.$$

解：　用十字相乘法

$$\begin{aligned}\text{原式}&=[(x^2-2x)+1][(x^2-2x)-8]\\&=(x^2-2x+1)(x^2-2x-8)\\&=(x-1)^2(x-4)(x+2).\end{aligned}$$

分析：

分解因式时，首先注意提取公因式，然后可以按项数来

考虑方法。两项的用平方差或立方和（差）公式，三项的用完全平方公式或十字相乘法，四项以上的多用分组法分解.

例2. 已知 $-1<x<3$，化简

$$2\sqrt{x^2-6x+9}+|2x+3|.$$

解： $\because\ -1<x<3$

$\therefore 2\sqrt{x^2-6x+9}+|2x+3|$

$=2\sqrt{(x-3)^2}+|2x+3|$

$=2|x-3|+|2x+3|$

$=2|3-x|+|2x+3|$

$=2(3-x)+2x+3=6-2x+2x+3$

$=9$.

分析：

$\because\ -1<x<3$，$\therefore x-3<0$. 因而$\sqrt{(x-3)^2}$不能化简为$x-3$，应化简为$3-x$. 这是由根式的性质所决定的.

这里应用了$(x-3)^2=(3-x)^2$，$|x-3|=|3-x|$. 要注意理解根式的概念和绝对值的概念.

【基础练习】

1. 已知$|a|=3$，$|b|=4$，求$a+b$的值

2. 已知$\sqrt{3a+1}+|b-1|=0$，求a^3-b^{100}的值.

3. 已知$2<a<5$，化简$\sqrt{(1-a)^2}+\sqrt{(a-7)^2}$.

4. 分解因式

（1）x^3+ax^2-x-a.

（2）$x^4-x^3-x^2+x$.

（3）x^4-2x^2-8.

(4) $(a-b)^2-3(a-b)+2$.

(5) $(2x-1)(2x+3)+5-10x$.

(6) $x^{m+2}-2x^{m-1}+x^m$.

5.化简$\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$.

6.计算$\dfrac{10}{x^2+3x-4}-\dfrac{x+1}{x-1}+1$.

7.计算$\dfrac{2}{\sqrt{2}-1}+\sqrt{18}-4\sqrt{\dfrac{1}{2}}$.

8.计算$\dfrac{a^2+a-2}{a^2+4a+4}\cdot\dfrac{a^2-4}{2a^2+a-3}$

【练习答案】

1. $|a|=3$，则$a=3$，或$a=-3$. $|b|=4$，则$b=4$，或$b=-4$. 所以，$a+b=3+4=7$，或$a+b=3+(-4)=-1$，或$a+b=-3+4=1$，或$a+b=-3+(-4)=-7$.

2. $\sqrt{3a+1}\geqslant 0$，$|b-1|\geqslant 0$. 如果$A\geqslant 0$，$B\geqslant 0$，且$A+B=0$，则$A=0$，$B=0$. 故

$3a+1=0$，$a=-\dfrac{1}{3}$；$b-1=0$，$b=1$.

所以，$a^3-b^{100}=\left(-\dfrac{1}{3}\right)^3-1^{100}=-\dfrac{1}{27}-1$

$$=-1\frac{1}{27}.$$

3. $2<a<5$时，　$1-a<0$，　$a-7<0$.

$\therefore\sqrt{(1-a)^2}+\sqrt{(a-7)^2}=a-1+7-a$

$=6$.

4. (1)　x^3+ax^2-x-a

$=x^2(x+a)-(x+a)$（分组）

$=(x+a)(x^2-1)$（提取公因式）

$=(x+a)(x+1)(x-1)$.（用平方差公式）

（2）$x^4-x^3-x^2+x$

$=x^3(x-1)-x(x-1)$　（分组）

$=x(x-1)(x^2-1)$　（提取公因式）

$=x(x-1)^2(x+1)$.（用平方差公式）

（3）x^4-2x^2-8

$=(x^2-4)(x^2+2)$（十字相乘法）

$=(x+2)(x-2)(x^2+2)$（平方差公式）

（4）$(a-b)^2-3(a-b)+2$

$=[(a-b)-1][(a-b)-2]$（十字相乘法）

$=(a-b-1)(a-b-2)$

（5）$(2x-1)(2x+3)+5-10x$

$=(2x-1)(2x+3)-10x+5$

$=(2x-1)(2x+3)-5(2x-1)$

$=(2x-1)[(2x+3)-5]$

$=(2x-1)(2x-2)=2(2x-1)(x-1)$.

（6）$x^{m+2}-2x^{m+1}+x^m$

$=x^m(x^2-2x+1)$

$=x^m(x-1)^2$.

5. $$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$$

$$=(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$$

$$=5+2\sqrt{6}.$$

6. $$\frac{10}{x^2+3x-4}-\frac{x+1}{x-1}+1$$

$$=\frac{10}{(x+4)(x-1)}-\frac{x+1}{x-1}+1$$

$$=\frac{10-(x+1)(x+4)+(x+4)(x-1)}{(x+4)(x-1)}$$

$$=-\frac{2}{x+4}.$$

7. $\frac{2}{\sqrt{2}-1}+\sqrt{18}-4\sqrt{\frac{1}{2}}$

$=2(\sqrt{2}+1)+3\sqrt{2}-2\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}+2+3\sqrt{2}-2\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}+2.$

8. 原式 $=\frac{(a+2)(a-1)\cdot(a+2)(a-2)}{(a+2)^2(a-1)(2a+3)}$

$=\frac{a-2}{2a+3}.$

（二）方程和方程组

【知识综述】

1. 一元二次方程

$ax^2+bx+c=0 \quad (a\neq 0).$

（1）求根公式 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$(b^2-4ac\geqslant 0).$

（2）根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$，

$\Delta>0$ 时，方程有两个不等实根。

$\Delta=0$ 时，方程有两个相等实根。

$\Delta < 0$时，方程没有实根。

（3）根与系数的关系

如果$ax^2+bx+c=0$有两个根，即x_1，x_2，则

$$x_1+x_2=-\frac{b}{a}, \quad x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}.$$

2.二元二次方程组

（1）代入消元法

如
$$\begin{cases} x^2+y^2-6x-8y=0, \\ x+2y-6=0. \end{cases}$$

（2）加减消元法

如
$$\begin{cases} x^2-15xy-3y^2+2x+9y-98=0, \\ 5xy+y^2-3y+21=0. \end{cases}$$

（3）分解因式配组法

如
$$\begin{cases} x^2+2xy+y^2=9, \\ (x-y)^2-3(x-y)+2=0. \end{cases}$$

（4）依据方程特点而选用的其他方法

【例题选讲】

例3. k为何值时，方程

$$kx^2-4kx+2(k+1)=0$$

有两个相等实根.

解：若方程有两个相等实根，则$\Delta=0$.

$\because \Delta=(-4k)^2-4\cdot k\cdot 2(k+1)$

$=8k^2-8k$

若要$\Delta=0$，

则 $8k^2-8k=0$，

$$k(k-1)=0,$$

$$k_1=0, \quad k_2=1.$$

又 $k\neq 0$.

$\therefore$ 当$k=1$时，方程有两个相等实根.

分析:

这里$k=0$时，原方程则变成了一次方程，而失去了题目的原有意义. 这在讨论方程的字母系数时，应十分注意.

例4. 解方程组

$$\begin{cases} x^2-y^2=3, & ① \\ x^2-4xy+3y^2=-1. & ② \end{cases}$$

解: 消去常数项,

②×(−3)−① 得

$$x^2-3xy+2y^2=0$$

$$(x-y)(x-2y)=0$$

得 $x=y$，或$x=2y$，分别代入①.

$x=y$代入①，无解.

$x=2y$代入①，得

$$(2y)^2-y^2=3$$

$$y^2=1.$$

$$y_1=1, \quad y_2=-1.$$

$$\therefore \begin{cases} x_1=2, \\ y_1=1. \end{cases} \qquad \begin{cases} x_2=-2, \\ y_2=-1. \end{cases}$$

分析:

解方程、方程组是重要的基础知识. 解二元二次方程组，应用了解一次方程组和解一元二次方程的知识. 解二元二次

方程组应用的是一些特殊方程的特殊方法．因而要依据方程的特点来选用方法．

本例还可以分别将左端分解因式，然后相除，但要保证除式不为零．

$$\begin{cases}x^2-y^2=3,\\ x^2-4xy+3y^2=-1.\end{cases}$$

化为

$$\begin{cases}(x+y)(x-y)=3, & ①\\ (x-3y)(x-y)=-1. & ②\end{cases}$$

①与②两端分别相除，得

$$\frac{x+y}{x-3y}=-3$$

化为$x=2y$．再代入原方程组求解．

【基础练习】

1．解方程

(1) $5x^2-4x=2$．　(2) $2x-\sqrt{4x+1}=1$．

(3) $\frac{x}{x+3}+\frac{x}{x-3}=\frac{18}{x^2-9}$．

2．解方程组

(1) $\begin{cases}x-2y=5,\\ 2x-3y=11.\end{cases}$　(2) $\begin{cases}3x-2y=4,\\ 2x+3y=7.\end{cases}$

3．解方程组

(1) $\begin{cases}x^2+y^2-6x-8y=0,\\ x+2y-1=0.\end{cases}$

(2) $\begin{cases}x^2-4xy+3y^2=0,\\ 4x^2-5xy+6y^2=30.\end{cases}$

4．有x^2+mx+n，当$x=3$时，它的值是5；当$x=-4$

时，它的值是-9．求m、n的值．

5．$x^2-3x+m=0$，m为何值时，方程有实根．

6．已知方程$x^2+3x+m=0$，求m为何值时，

(1)两根之差等于6；

(2)一根是另一根的2倍．

【练习答案】

1．(1) $5x^2-4x=2$

$5x^2-4x-2=0$

$$x=\frac{4\pm\sqrt{16+40}}{2\times 5}=\frac{4\pm 2\sqrt{14}}{10}$$

$$x_1=\frac{2+\sqrt{14}}{5},\quad x_2=\frac{2-\sqrt{14}}{5}.$$

(2) $2x-\sqrt{4x+1}=1$,

$2x-1=\sqrt{4x+1}$,

$4x^2-4x+1=4x+1$,

$4x^2-8x=0$,

$4x(x-2)=0$,

$x_1=0$，$x_2=2$．　($x_1=0$增根)

2．(1) $\begin{cases}x=7,\\y=1.\end{cases}$　(2) $\begin{cases}x=2,\\y=1.\end{cases}$

3．$\begin{cases}x^2+y^2-6x-8y=0, & ①\\x+2y-1=0. & ②\end{cases}$

由②得　$x=1-2y$，代入①得

$$(1-2y)^2+y^2-6(1-2y)-8y=0$$

解得　$y^2=1$

$$y_1=1,\quad y_2=-1.$$

把上述结果代入(2)得

$$x_1=-1,\qquad x_2=3.$$

$$\therefore\begin{cases}x_1=-1,\\ y_1=1.\end{cases}\qquad\begin{cases}x_2=3,\\ y_2=-1.\end{cases}$$

$$(2)\begin{cases}x^2-4xy+3y^2=0, & ①\\ 4x^2-5xy+6y^2=30. & ②\end{cases}$$

将①左端分解因式与②配组，得

$$x^2-4xy+3y^2=0,$$

$$(x-y)(x-3y)=0.$$

则　　$x=y$，或$x=3y$.

得 $\begin{cases}4x^2-5xy+6y^2=30,\\ x=y.\end{cases}$

或 $\begin{cases}4x^2-5xy+6y^2=30,\\ x=3y.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x_1=\sqrt{6},\\ y_1=\sqrt{6}.\end{cases}\quad\begin{cases}x_2=-\sqrt{6},\\ y_2=-\sqrt{6}.\end{cases}$

$$\begin{cases}x_3=\sqrt{10},\\ y_3=\dfrac{\sqrt{10}}{3}.\end{cases}\qquad\begin{cases}x_4=-\sqrt{10},\\ y_4=-\dfrac{\sqrt{10}}{3}.\end{cases}$$

4. 当$x=3$时，$x^2+mx+n=5$.

当$x=-4$时，$x^2+mx+n=-9$.

则 $\begin{cases}9+3m+n=5,\\ 16-4m+n=-9.\end{cases}$　即 $\begin{cases}3m+n+4=0,\\ 4m-n-25=0\end{cases}$

解得 $\begin{cases}m=3,\\ n=13.\end{cases}$

5. 方程有实根时，$\Delta\geqslant0$.

$\Delta=9-4m\geqslant0$　时，