



GPS 卫星的精密定轨

(模型、软件和测轨网布设研究)

许尤楠



解放军出版社

GPS 卫星的精密定轨

(模型、软件和测轨网布设研究)

许尤楠

解放军出版社

GPS卫星的精密定轨
(模型、软件和测轨网布设研究)
许尤楠

解放军出版社出版发行

(北京平安里三号)

(邮政编码100035)

北京京辉印刷厂印刷

787×1092毫米32开本 7.875印张 165千字

1989年11月第1版 1989年11月(北京)第1次印刷

ISBN 7-5065-1122-3/E·593

内 容 简 介

本书阐述利用载波相位观测精密确定GPS卫星轨道及测站定位问题。在详细给出数学模型和程序软件基础上，深入讨论各摄动源对GPS卫星轨道的影响，分析并建立了满足 10^{-7} 要求即轨道精度至2米级的力学模型。其次，从原理上分析跟踪站不同布设对GPS卫星测轨的影响，经九种布站方案模拟跟踪结果的考察，给出在我国大陆范围布设测轨跟踪网的最佳站数和几何分布。除此以外，就跟踪站在地固系中的位置误差对测轨的影响也作了直观的分析。最后还讨论了两个站的相对定位模拟解结果。在附录A中，给出了轨道计算软件各子程序及其用法说明。

书中内容既有理论阐述，也有实践研究结果，具有很强的专业特性。可供卫星大地测量和有关卫星测轨研究以及其他有关卫星轨道应用研究的科技人员参阅。

前　　言

全球定位系统(NAVSTAR GPS)正在或已经给大地测量带来革命性的变化。作为一门新技术，它的作用和效益已远远胜过传统测量方法。近几年，它在大地测量和其它领域中有效的应用给人以巨大鼓舞，向我们展示出大地测量工作的新的前景。据此，GPS在现代卫星大地测量中已占有十分重要的地位，成为全世界大地测量学者极为关注的研究课题。

为使GPS技术在我国尽早地得到开发利用，作者在攻读硕士学位研究生期间，查阅了大量有关资料，开展了对本课题的研究，并以优秀的毕业论文通过了硕士学位。在总参测绘研究所总工程师石盘研究员的热情鼓励下，作者以学位论文为基础，结合以往开展卫星动力法测地工作的实际经验，修改补充而产生这本小册子。其中主要论述利用载波相位观测量高精度测定GPS卫星轨道和测站定位的理论，在详细给出观测模型和GPS卫星运动方程力模型基础上，深入讨论各主要摄动源对GPS卫星轨道产生的影响，分析建立满足 10^{-7} 要求即轨道精度在2米级的力模型。并研究了在我国开展GPS卫星测轨、跟踪站分布、以及站坐标误差影响等问题，经九种布站方案测轨的模拟计算，给出了在我国布设测轨跟踪网的最佳站数和几何分布。

虽然书中内容具有一定的理论论述，在方法和程序的实

现上也做了大量工作，但在很大程度上仍带有论文性质，包括的内容也有一定的局限，并且对实际观测数据的预处理几乎没有涉及。尽管如此，我也还是希望把它作为一件小小的礼物奉献给我的指导老师中国科学院测量与地球物理研究所所长尊敬的许厚泽教授。如果其中内容能为同行们哪怕起到一点点参考作用，这也就是我的最大心愿。

在此，我还要向曾给过我多次有益指教的魏子卿研究员、鲁福研究员表示我最衷心的感谢，并对给过我热情帮助的蒋福珍副研究员、王广运高级工程师、段吾杏副研究员、夏汉林副研究员以及吴延中和陈增强等同志表示我诚挚的谢忱。

由于本人水平有限，书中可能会有错误和不妥之处，敬请读者指正。

许尤楠

目 录

1.0 引言	1
1.1 背景	1
1.2 大地测量定位对 GPS 轨道精度要求	4
1.3 目的与内容	5
2.0 时间和坐标系	8
2.1 时间系统及其换算	8
2.2 坐标系统	11
2.2.1 坐标系的定义	11
2.2.2 坐标系变换	13
2.3 计算单位和有关常数	19
3.0 观测模型	20
3.1 载波相位差观测量	20
3.2 观测改正	23
3.3 载波相位差观测模型	24
3.3.1 零差相位观测模型	24
3.3.2 单差相位观测模型	26
3.3.3 双差相位观测模型	28
3.3.4 三差相位观测模型	29
3.4 观测量的权矩阵	31
4.0 参数估计	35
4.1 参数选择	35

4.2 观测模型线性化	36
4.2.1 单差设计矩阵A之计算	37
4.2.2 双差设计矩阵A之计算	40
4.2.3 三差设计矩阵A之计算	42
4.3 成批估计	44
4.4 单差、双差的算法	46
4.5 三差的算法	49
5.0 轨道力模型和变分方程	51
5.1 摆动力模型	52
5.1.1 地球非球形引力摄动	52
5.1.2 N体摄动	54
5.1.3 太阳直接辐射压摄动	55
5.1.4 反照辐射摄动	59
5.1.5 y轴偏差加速度影响	62
5.1.6 地球固体潮摄动	63
5.1.7 地球自转形变摄动	64
5.1.8 广义相对论摄动	65
5.1.9 其它摄动影响	66
5.2 变分方程	66
5.2.1 总变分方程形式	66
5.2.2 各项偏导数公式	68
6.0 运动方程和变分方程的积分	74
6.1 Adams-Cowell 积分器	75
6.1.1 基本形式	75
6.1.2 预报和校准公式	78
6.2 用Adams-Cowell 积分解卫星运动方程	80
6.3 变分方程的解	80

6.4 Runge-Kutta 积分	83
6.4.1 积分公式	83
6.4.2 应用于运动方程和变分方程的解	84
7.0 计算程序及其检验	86
8.0 各摄动力对GPS卫星轨道的积分影响	93
9.0 模拟计算结果与分析	115
9.1 模拟数据产生	117
9.2 九种布站方案轨道改进模拟解结果与分析	119
9.3 我国建立GPS卫星测轨站的最佳布设	132
9.4 站坐标误差影响	132
9.5 相对定位的解	133
10.0 结论	137
附录A GPS 卫星轨道计算软件及其用法解释	139
附录B 非球形引力位谐函数对 \bar{r} 的偏导数公式	228
附录C 黄经和倾角章动序列	235
参考文献	239

1.0 引 言

1.1 背 景

全球定位系统(GPS)是美国国防部为军事目的而研制的导航测时系统。一旦它完成运行，在任何时刻都能为全球用户提供精确的三维坐标和时间信息。业已证明，它在测绘与地球动力学方面具有极大的作用，就精度和效益而论，它已胜过常规测量方法，并有监测地壳形变、地球自转、极移运动等潜在能力。因此，研究开发GPS技术在我国的应用具有重要的实际意义和理论价值。

GPS在美国国防部主持下，1973年开始研制，预计1990年完成。系统包括地面和空间两大部分，地面部分由1个主控站、5个监测站和两个地面天线站组成。主要任务是控制卫星运行、确定GPS时间、预测卫星星历和卫星钟状态，并向卫星注入导航信息。空间部分将由18颗工作卫星和3颗预备卫星组成，它们分别被置于6个相间 60° ，倾角 55° 的圆形轨道面上，每个面以 120° 间隔配置3颗卫星，轨道地心高度约为26500公里，周期约为12小时，这样可保证在地球或附近的任何用户在任何时刻至少可见4颗卫星。每颗卫星由 10.23MHz 的基本振荡频率以 $10^{-12}\sim10^{-13}$ 的高稳定度发射两个载波信号，即

$$L_1: 154 \times 10.23\text{MHz} = 1575.42\text{MHz} \quad (\text{波长约19厘米})$$

$L_2: 120 \times 10.23 \text{MHz} = 1227.60 \text{MHz}$ (波长约24厘米)

L_1 信号上调制有导航信息P码(周期7天)和C/A码(周期1毫秒), L_2 信号上只有P码。 L_1 和 L_2 上还迭加有每秒50BPS的导航电文, 即卫星星历、卫星钟改正、电离层折射改正和卫星“健康”状态等。

导航的基本思想是用户测出接收机天线至4颗卫星的伪距, 利用已知的星历和时间信息由接收机处理器解算出用户的三维坐标和时间偏差。P码的导航精度为10~15米, 定时优于100毫微秒, C/A码精度为100米级, 定时在215毫微秒以内⁽⁴⁸⁾。

GPS将全面投入工作, 它的高精度、高效率和全球范围的可达性强有力地吸引着测绘、地球物理和地球动力学工作者, 成为这些领域中极为关注的一门新技术。有理由预言, 不久的将来, 随着接收机设备、模型和平差技术的进一步改善, GPS技术将会大大地改变大地测量的环境, 给测绘界带来新的生机。

60年代出现的 TRANSIT 多普勒导航系统(NNSS)在大地测量上已取得了卓越的成就, 产生了巨大的影响, 而 GPS 却以比 NNSS 无论在精度或效益上优越得多的面貌展示在人们面前。它的卫星频率比NNSS几乎高3倍(400MHz与1575MHz); 卫星钟频率稳定度要高10倍(10^{-11} 与 10^{-12}); 卫星高度几乎是NNSS的20倍(1000公里与20200公里); 同时它对全球的多重叠覆盖给提高观测精度、减少轨道误差、缩短定位时间以及消除误差影响等带来十分有利的条件。此外, 在GPS卫星发射的信号上调制的两个伪随机码序列, 虽然它们对高精度大地测量意义不大(仅能用于米级定位), 但重要的是已发展起来的载波相位恢复技术, 其观测分辨力达

毫米级（这类接收机如 Macrometer、TI4100、WM101 和 Trimble4000 s 等），给高精度大地控制测量和监测地壳运动研究开辟了新的途径。

70年代末和80年代初，随着第二、第三代激光仪器和 VLBI 技术的应用，定位精度已达到厘米级。但成本昂贵，设备繁重，远不能满足普及运用之要求。GPS技术的发展，应用上述的相位恢复技术同样可使三维坐标各分量达到厘米级精度，并且在减少成本和便携方面使前两者所莫能及。

GPS在大地测量中最直接广泛的应用是确定点的三维坐标，建立独立的高精度控制网，或建立GPS和大地测量联合网以改善大地测量网，或加密和修补大地网等。近几年世界上一些国家对此作了大量的试验并取得了丰硕的成果。例如，1984年美国在阿拉斯加州以 Macrometer 接收机进行了一次会战，将 GPS 解与 VLBI 求得的坐标值比较，在 500×1500 公里的大型网上的平均偏差为 4 厘米。1986年 3 月在北美进行的一次会战中，于分布在 2000×4200 公里范围内的 6 个 VLBI 点坐标比较，平均偏差为 20 厘米。自 1983 年以后，联邦德国已进行了数十次的观测实验，在国土上已形成了一系列的 Macrometer 和 TI4100 观测网。在布网观测，数据处理和结果分析中已积累了丰富的经验。同美国合作，澳大利亚土地部也在本国国土上布测了点数众多的 GPS 网，对网的精度作了大量研究。除此以外，加拿大、瑞士、挪威等国家都做了不少研究试验工作。我国魏子卿研究员于 1985 年在美国工作期间也用实测数据对 GPS 定位问题做了许多研究工作。回国后带领他的研究小组又作了很多研究试验。

多次研究已经证明，单点定位精度在几米级^[1]，相对定位精度就一般中小型网可达 10^{-6} ，对 5~20 公里的边长定

点位中误差约为1~2厘米，30至几百公里时，由于相对精度几乎不变，故点位中误差相应增大。

此外，GPS技术与其它技术（如惯导系统等）综合使用也会使定位产生更多更好的效益。

总之，短短的几年间，国际上GPS技术在大地测量中有效的应用已向人们展示出美好的前景，以后我们将会进一步看到，GPS在大地测量中会占有越来越重要的地位，它的作用、效益会远远超过传统大地测量。

研究GPS技术在我国的开发利用已势在必行，目前国内的测绘、地球物理、地球动力学及其它有关应用部门正在积极行动，论证有关理论和实施规划问题，也正在设法或已经引进少量GPS接收机开展定位定轨实验工作，可以相信，近年来GPS技术在我国的应用一定会取得令人鼓舞的结果。

1.2 大地测量定位对GPS 轨道精度要求

影响定位精度的主要因素是卫星位置误差、观测误差、大气折射和观测卫星几何。已发展的载波相位恢复技术能使观测量达到几毫米级水平，即观测精度已达到很高程度。环境影响通过双频接收机，高空水气测量及相位观测的差分技术使其大大减弱以致抵消。然而轨道误差虽然也能得到部分消除，但消除的程度是具有一定限度的。按Faust近似规则，轨道误差以所测基线长度与卫星高度之比例倍数传播至基线长度中，即

$$\text{由轨道误差影响的基线误差} \approx \frac{\text{基线长度 } b}{\text{卫星高度 } \rho} \times \text{轨道误差}$$

可见，长10公里的基线要求有1厘米精度时，轨道误差不得超过20米，对100公里的基线则要求轨道误差不超过2米等。由此给出基线相对误差与轨道误差的近似对应关系为：

基线相对误差	轨道误差
5ppm	100米
1ppm	20米
0.5ppm	10米
0.1ppm	2米

目前的广播星历精度约为20~100米，只能满足一般中小型网控制测量，对于高精度大地测量网，长距离上控制的地球动力学研究（要求 10^{-7} ），以及地震活动区的地壳变化监测等是不能满足要求的。轨道误差使GPS在精密大地测量和地球动力学中的应用大受限制，从而也降低了它在大地测量中的使用价值。因而，开展高精度测轨定轨成为提高定位精度、深入开发GPS技术应用的关键。为此，世界上一些国家正在积极开展GPS测轨研究与实践。除美国的一些部门外，加拿大、澳大利亚和欧洲的许多国家都相继建立了自己的第二代高精度定位测轨软件，期望建立洲际间或地区性的高精度测轨系统，以满足本国或本地区应用的需求。

立足未来，着眼于经济效益，建立我国自己的高精度GPS测轨系统服务于军事和民用是一项重要的长远策略，也是深入开发利用GPS资源的一项根本性措施。当然这是一项比较复杂的系统工程。

1.3 目的与内容

作为论文，其目的在于论述高精度GPS卫星轨道计算和

精密定位的理论。在给出数学模型的基础上，着重分析建立满足 10^{-7} 要求即轨道精度在2米级的力学模型，从原理上探讨跟踪站分布对测轨的影响，研究在我国建立测轨跟踪网的合理布设。并对跟踪站坐标误差对测轨影响作直观地讨论。通过研究，初步建立起一套高精度GPS定轨和定位软件系统。

在第一、二部分中论及有关坐标系和时间系统的定义及换算关系，第三、第四部分中详细叙述了载波相位观测和形成各次差分观测量的模型及性质，在成批数据估算参数方式中给出了它们的算法。为了解观测量的最后精度，仅对观测量的主要改正项作了扼要说明。

为获至七天弧长精度在2米级的轨道，文中精细地讨论了影响GPS卫星轨道的力模型，分析了各摄动项量级和在七天弧轨道上的积分累积影响，进而给出一定精度和轨道弧长应考虑的摄动力项。

卫星运动方程和变分方程由高精度的数值积分方法解算，变分方程中各项偏导数计算都推出相应的精确公式。这些均在第五、第六和第八部分中分别作了介绍。

第七部分对伴随本文建立的高精度测轨和定位软件系统的性能特点和检验情况作了扼要说明。

模拟计算结果中，除给出各项摄动影响的实际数值外，重点从原理上考察跟踪站分布对测轨的影响，即在我国地区取了9种布站方案分别对五颗GPS卫星模拟跟踪，通过轨道改进在对结果分析的基础上给出在我国建立GPS测轨跟踪网较为合适的站数和分布。与此同时，对站坐标误差影响问题也作了直观的讨论。最后还对两个测站的相对定位作了模拟解算。这些都在第九章中作了叙述。所有计算都是在西安测

绘信息中心M-240机上进行的。

在附录A中给出了轨道计算各子程序及其使用说明，附录B为地球非球形引力位函数的偏导数公式推导，附录C为黄经和倾角章动序列。

2.0 时间和坐标系

2.1 时间系统及其换算

· 格林尼治恒星时

格林尼治恒星时为春分点对格林尼治平天文子午面的时角。由于岁差、章动原因，它有格林尼治真恒星时（GAST）和平恒星时（GMST）之分。

两者的关系为：

$$GAST = GMST + \Delta\Psi \cos e \quad (2.1)$$

其中， $\Delta\Psi \cos e$ 为赤经章动

$$\begin{aligned} GMST = & 67310^{\circ}.54841 + (8640184^{\circ}.812866 \\ & + 876600^{\text{h}})Tu + 0^{\circ}.093104T_u^2 - 0^{\circ}.62 \times 10^{-5}T_u^3 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Tu为自J2000.0 (JD2451545.0)起算至观测UT1时刻的儒略世纪数，即

$$T_u = \frac{JD(UT1) - 2451545.0}{36525.0} \quad (2.3)$$

在人造卫星测地中，格林尼治恒星时的主要作用在于建立地球坐标系与天球坐标系之间的联系。

· 世界时UT1

UT1是以平北极（国际采用原点）为统一标准的观测世