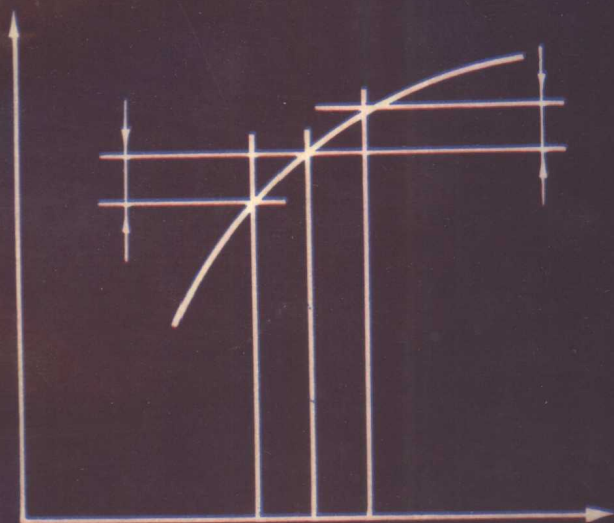


陈 哲 编著

现代 控制理论基础



冶金工业出版社



第 2 版

现代 控制理论基础



清华大学出版社

现代控制理论基础

陈 哲 编著

冶金工业出版社

内 容 简 介

本书是为从事控制工程方面的科技人员编写的现代控制理论参考书。凡是具有高等数学及古典控制理论知识的读者都可通过自学看懂此书。全书共九章，第一章为现代控制理论概述；第二章介绍掌握现代控制理论所必需的数学基础知识；第三章至第九章分别讲述状态空间法、李雅普诺夫稳定性分析、线性系统的可控性与可观测性、最优控制、卡尔曼滤波、系统辨识以及自适应与计算机控制等内容。

本书从工程实际问题出发，着重讲清物理概念，由浅入深地引入现代控制理论的基本概念。语言通俗简练，内容少而精。书中举有足够数量的例题，章末有习题，便于初学者掌握。

本书还可作为工科大专院校控制理论方面的教材或参考书。

现代控制理论基础

陈 哲 编著

★

冶金工业出版社出版

(北京北河沿大街嵩祝院北巷39号)

新华书店北京发行所发行

冶金工业出版社印刷厂印刷

★

850×1168 1/32 印张 11 1/4 字数 296 千字

1987年 8 月第一版 1987年 8 月第一次印刷

印数00,001~6,300册

统一书号：15062·4451 定价3.60元

前 言

现代控制理论作为控制理论的一个发展阶段开始于六十年代初，它作为一门技术科学已愈来愈广泛地应用于国防尖端工业、交通运输、冶金、水电、机械制造、矿山、化工、纺织机械及农业机械等工程技术的各个领域。由于现代控制理论是建立在近代数学与计算机技术基础上的一门学科，对于只具有高等数学基础的广大科技人员，要想掌握并应用它并非一件容易的事。一些工科院校的控制专业还只是在七十年代末才在控制理论的课程中增设了几十学时的现代控制理论的内容，广大的中青年科技人员及非控制专业的学生几乎都未学习过现代控制理论的课程，因此远远不能适应四个现代化的需要。目前在工程技术各个领域工作的广大科技人员日渐感到知识更新的必要性，迫切希望能掌握现代控制理论的知识，以便迎接新技术革命的挑战。因此，他们迫切希望有一本由浅入深的、适合科技人员自学的参考书。目前出版的现代控制理论书籍虽然已有一些，但内容大多偏多偏深，要看懂这些书籍往往需要较深的数学基础，很不便于科技人员自学；有些书籍过于抽象，读者较难掌握其物理概念，也不会应用。作者于1981年及1982年两次在全国性的讲习会上讲授过现代控制理论课程。通过讲学，作者对科技人员的迫切要求、接受方式和对抽象概念的理解能力有了较深的体会。本书就是在这样的基础上编写出来的。

本书具有下列特点：

1) 本书是为只具有高等数学及古典控制理论知识的科技人员编写的自学参考书。对于现代控制理论所需要的数学基础知识在第二章中花较大的篇幅做系统的介绍，只要读者掌握了本章的内容便可看懂全书。

2) 本书重在工程实用。对于现代控制理论的术语和概念，

大都结合工程实例加以介绍，力求讲清物理概念。对于主要的理论书中都举有足够的例题，以便初学者举一反三。对于现代控制理论的基本内容，不过分追求数学上的严格性和过多地涉及较深的数学知识，只讲到一定的深度，以利于科技人员的理解和掌握。

3) 全书的论述尽量做到由浅入深、通俗易懂，内容取材注重少而精。因而读者只需花较少的学习时间便可对现代控制理论的基本内容有个较全面、较深入的了解。

本书也可作为工科高等院校的教材或教学参考书。讲完全书需要60~70学时。若略去某些章节，学时数还可酌情减少。

卢伯英副教授对全书进行了审阅，提出了许多宝贵的意见，谨致谢意。

由于作者水平有限，不妥之处恳请读者指正。

目 录

第一章 现代控制理论概述	1
§ 1-1 现代控制理论的产生与发展	1
§ 1-2 古典控制理论的局限性及现代控制理论的优越性	3
§ 1-3 控制系统的分类	5
§ 1-4 现代控制理论的研究方法	7
§ 1-5 现代控制理论的应用	7
习题.....	9
第二章 现代控制理论的数学基础	10
§ 2-1 矩阵	10
§ 2-2 差分方程	41
§ 2-3 z 变换	49
§ 2-4 概率论和随机过程	63
§ 2-5 参数估计的一些方法	88
习题.....	96
第三章 状态空间法	100
§ 3-1 状态与状态空间	100
§ 3-2 系统的状态空间表达式	102
§ 3-3 状态方程的解及转移矩阵	117
§ 3-4 传递矩阵与系统交连的解耦	133
习题.....	141
第四章 李雅普诺夫稳定性分析	143
§ 4-1 李雅普诺夫关于稳定性的定义	143
§ 4-2 李雅普诺夫直接法	147
§ 4-3 线性定常系统的稳定性分析	154
§ 4-4 动态系统瞬时响应的快速性	161

§ 4-5 非线性系统的稳定性分析	163
§ 4-6 寻找李雅普诺夫函数的变量—梯度法	166
习题	173
第五章 线性系统的可控性与可观测性	174
§ 5-1 可控性与可观测性问题的提出	174
§ 5-2 可控性	178
§ 5-3 可观测性	185
§ 5-4 可控性及可观测性与传递函数零极点对消的关系	191
§ 5-5 可控标准形与可观测标准形	194
§ 5-6 极点配置	205
§ 5-7 状态观测器	210
习题	226
第六章 最优控制	229
§ 6-1 最优控制与性能指标	229
§ 6-2 变分法	234
§ 6-3 动态规划法	254
§ 6-4 极大值原理	260
§ 6-5 具有二次型性能指标的最优控制问题	269
习题	276
第七章 卡尔曼滤波	278
§ 7-1 卡尔曼滤波器概述	278
§ 7-2 离散型系统的卡尔曼滤波	285
§ 7-3 连续型系统的卡尔曼滤波	294
§ 7-4 有色噪声情况下线性系统的滤波	299
§ 7-5 离散型系统卡尔曼滤波的实例	303
习题	308
第八章 系统辨识	310
§ 8-1 系统辨识的基本概念	310
§ 8-2 系统辨识的相关分析法	313

§ 8-3 系统辨识的最小二乘法	322
习题	332
第九章 自适应控制与计算机控制	334
§ 9-1 自适应控制系统	334
§ 9-2 计算机控制系统	338
习题	349
参考文献	350

第一章 现代控制理论概述

本章的目的是使初学者在学习现代控制理论的基本内容之前，先对它的产生、发展、特点、研究方法和应用等方面的问题有个初步了解；使初学者懂得，现代控制理论并不抽象，并不神秘，为以后各章的学习打下基础。

§ 1-1 现代控制理论的产生与发展

控制理论作为一门技术科学，经历了其产生与发展的过程。通常将控制理论分为古典控制理论与现代控制理论两个组成部分。本节将介绍现代控制理论是怎样在古典控制理论的基础上产生与发展起来的。

一、古典控制理论的产生与发展

追溯自动控制技术的发展历史可以看到，早在两千年前就有了控制技术的萌芽。两千年前我国就发明了指南车，这是一种开环自动调节系统。公元1086~1089年（北宋哲宗元祐初年）我国又发明了水运仪象台，这是一种闭环自动调节系统^[1]。

随着科学技术与工业生产的发展，到了十八世纪，自动控制技术逐渐应用到现代工业中。其中最卓越的代表就是由瓦特（J. Watt）发明的蒸汽机离心调速器，加速了第一次产业革命的步伐。

1868年马克斯韦尔（J.C.Maxwell）解决了蒸汽机调速系统中出现的剧烈振荡的不稳定性问题，提出了简单的稳定性代数判据。1895年劳思（Routh）与赫维茨（Hurwitz）把这种思想扩展到用高阶微分方程描述的更复杂的系统，各自独立地提出了两个著名的稳定性判据——劳思判据与赫维茨判据，基本上满足了二十世纪初期控制工程师的需要。

到了第二次世界大战的前后，对自动控制系统的全程控制或

伺服控制的要求,对控制系统的准确跟踪与补偿能力的要求,对系统的静态准确度,特别是动态准确度的要求都越来越高了。这就促进了控制理论的迅速发展。1932年尼奎斯特(H.Nyquist)提出了在频率域内研究系统的频率响应法,提供了一个具有高质量的动态品质和静态准确度的军用控制系统所需要的分析工具。1948年伊万斯(W.R.Ewans)提出了在复数域内研究系统的根轨迹法。这两项重大的贡献,使控制理论发展的第一阶段基本上完成了。建立在尼奎斯特的频率响应法及依万斯的根轨迹法基础上的理论目前通称为古典控制理论^[2]。

控制论的奠基人韦纳(N.Weiner)在1947年把控制论引起的自动化同“第二次产业革命”联系起来。我国著名科学家钱学森将控制论应用于工程实践,于1954年出版了《工程控制论》,为控制理论的发展与应用做出了卓越贡献。

从四十年代到五十年代末,古典控制理论的发展与应用使整个世界的科学技术水平出现了巨大的飞跃,几乎在工业、农业、交通运输及国防建设的各个领域中都广泛地采用了自动控制技术。

二、现代控制理论的产生与发展

随着科学技术的飞速发展,在五十年代末至六十年代初出现了核能技术、电子数字计算机以及空间技术等项现代技术革命。生产与科学实验的发展对控制系统提出了高速度、高精度的要求,并出现了许多大型复杂的控制问题,例如多输入-多输出系统、高速度高精度系统、非线性系统及参数时变系统的等分析与设计问题。这时,古典控制理论的局限性就明显地暴露出来,在控制理论的发展上孕育着一场新的变革。

科学技术的大发展不仅需要迅速地发展控制理论,而且也给现代控制理论的发展准备了两个重要的条件——现代数学和数字计算机。现代数学,如泛函分析、现代代数等,为现代控制理论提供了多种多样的分析工具;而数字计算机的发展更具有决定性的作用,可以说控制理论与控制技术是和数字计算机平行发展起

来的。在这种情况下,于1960年前后开始形成现代控制理论。五十年代后期,贝尔曼(Bellman)等人提出使用状态空间法。1960年卡尔曼(Kalman)在控制系统的研究中成功地应用了状态空间法,并提出了可控性与可观测性的新概念。这就使现代控制理论在六十年代迅速地发展起来。由于采用了状态空间法,这就为在时间域内对各种诸如非线性系统、时变系统、多变量系统进行研究提供了有效的工具,并且便于实现最优控制与实时控制。现代控制理论的内容很广泛,它仍在不断地发展。但就目前来说,它包括以下几方面的基本内容:线性系统分析、系统的稳定性、极大值原理与最优控制、卡尔曼滤波和系统辨识等。

目前,国外在空间技术、飞行控制系统设计以及工业生产等许多方面都已广泛采用现代控制理论,极大地促进了生产和科学实验的发展;而新技术的发展又不断向控制理论提出新的更高要求,促进现代控制理论的不断 development。在当前正在兴起的新技术革命中,现代控制理论必将发挥其重要作用。

§ 1-2 古典控制理论的局限性 及现代控制理论的优越性

本节将在所研究的系统的复杂程度、进行控制的能力及实现最优控制的能力这三方面来对比古典控制理论的局限性及现代控制理论的优越性。

一、古典控制理论的局限性

古典控制理论的局限性主要表现:

1) 古典控制理论只适用于单输入—单输出的线性定常系统的研究。古典控制理论的研究方法是传递函数法,它只适用于单输入—单输出系统。古典控制理论本质上是一种频率法,要靠各个频率分量描述信号,也就是说只限于线性定常系统才能使用频率法,否则就不能用迭加原理进行分析。因此古典控制理论只局限于对简单的单输入—单输出的线性定常系统进行分析 and 设计。

2) 古典控制理论很难实现实时控制。古典控制理论是以传递函数法为基础的,是在复数域或频率域内对控制系统进行研究的。这就限制了对整个过程在时间域内进行控制的能力,因此难以实现实时控制。

3) 古典控制理论很难实现最优控制。由于古典控制理论的设计方法是建立在试探法的基础上的,满足给定品质指标的设计方案可以有多个,设计的优劣在很大程度上取决于设计人员的经验,因此很难设计出品质指标最优的控制系统。

由于古典控制理论的上述局限性,随着科学技术的发展,控制系统的复杂性及对其性能的要求也愈来愈高,古典控制理论的局限性也愈来愈突出。以状态空间法为基础的现代控制理论克服了古典控制理论的局限性,使控制理论的发展达到了一个新阶段。

二、现代控制理论的优越性

现代控制理论的优越性主要表现在:

1) 现代控制理论适用于多输入—多输出等复杂系统的研究。由于现代控制理论采用了状态空间法,因此所研究的系统可以是单输入—单输出的,也可以是多输入—多输出的;可以是线性的,也可以是非线性的;可以是定常的,也可以是时变的;可以是集中参数的,也可以是分布参数的;可以是连续型的,也可以是离散型的。状态空间法的实质就是将系统的运动方程写成一阶微分方程组的形式,进而将一阶微分方程组写成矩阵方程,因而简化了数学符号,方便了运算。

2) 现代控制理论具有实现实时控制的能力。现代控制理论的研究是在时间域内进行的,这就允许对整个过程在时间域内进行实时控制。电子计算机的微型化与高速化在客观上提供了这种可能性。

3) 现代控制理论具有实现最优控制的能力。由于采用了状态空间法,现代控制理论有利于设计人员根据给定的性能指标设计出最优控制系统。

由于现代控制理论具有上述的突出特点,所以它不但在国防

工业尖端部门，也在其它工业生产的一些部门获得了迅速的发展和应用。

应该指出，尽管现代控制理论有很多优点，但古典控制理论也有其长处。例如频率法的物理意义就很直观、很实用，尤其是在研究控制系统中各种各样的振动问题时，频率分析法能给出明确的概念和结果^[3]。古典控制理论与现代控制理论同为控制理论学科的两个组成部分，两者是相辅相成的。掌握古典控制理论的术语和概念是学习和应用现代控制理论的基础。

§ 1-3 控制系统的分类

用古典控制理论研究系统时常采用两种分类方法：一种是按照系统的结构特点将系统分成开环（其中包括顺馈）控制系统、闭环（反馈）控制系统及复合控制系统；另一种是按照系统所完成的任务将系统分成自动镇定（定值控制）系统、随动（伺服）系统、过程控制系统及计算机控制系统^[4]。现代控制理论除继续采用上述的两种分类方法以外，由于现代控制理论采用了在时间域内研究系统的状态空间法，因此更经常采用的是按照系统的数学模型进行分类的分类方法。本节重点介绍这种分类方法。

一、什么叫数学模型？

将被控对象、执行机构及系统中一切元部件的运动规律表达出来就得到数学模型，而运动规律是指系统内的元部件在一定条件下所必然产生的相应运动。数学模型就是系统运动规律的数学描述。对于单变量系统，只取一个变量 y 就可以描述这个系统对时间的函数 $y(t)$ ，即系统在某个时间过程中的运动状态。通常， $y(t)$ 的规律用微分方程来描述。该微分方程就是系统的数学模型。对于多输入—多输出系统，系统的数学模型就是其状态方程，这将在第三章中详述。

二、按照系统的数学模型对系统分类

按照系统的数学模型可将系统分成如下几类：

- 1) 按照变量 $y(t)$ 及其各阶导数的次数可将系统分为线

性系统和非线性系统。例如 $m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = 0$ 是线性方程，它所描述的系统则是线性系统；而 $\ddot{y} + y\dot{y} + y^2 = 0$ 则是非线性方程，它所描述的系统是非线性系统。

2) 按照变量 $y(t)$ 及其各阶导数的系数是否随时间变化可将系统分为定常系统和时变系统。例如对于方程

$$a_n y^{(n)} + a_{n-1} y^{(n-1)} + \cdots + a_0 y = 0$$

其中 $a_n, a_{n-1}, \cdots, a_0$ 都是实常数，它所描述的系统则是定常系统；而 $\ddot{y} + k(t)y = 0$ ，其中 $k(t)$ 表示系数 k 随时间 t 变化的函数关系，它所描述的系统则是时变系统。

3) 根据 y 的自变量的个数为 1 还是大于 1 可将系统的微分方程分为常微分方程和偏微分方程两种，它们所描述的系统又可分别称为集中参数系统和分布参数系统。前面所列举的只有一个时间自变量的系统都是集中参数系统；而偏微分方程

$$a(x)\partial^2 y(t, x)/\partial t^2 + b(t)\partial^2 y(t, x)/\partial x^2 = u(x)$$

所描述的系统则是分布参数系统。

4) 根据系统的数学模型是用连续的微分方程来描述还是用离散的差分方程来描述，可以将系统分为连续型系统和离散型系统两种。前面所列举的例子都是连续型系统；而用差分方程

$$x(k+1) = ax(k)$$

描述的系统则是离散型，式中 k 表示采样的时间序列数。当应用数字计算机分析、设计系统时，特别是在进行实时控制时，需要将连续型系统化为离散型系统。

5) 按照系统中的变量是确定的还是随机的，可将系统分为确定系统和随机系统。

6) 按照系统的输入变量和输出变量的个数是一个还是多个可将系统分为单输入—单输出系统和多输入—多输出系统。

由于古典控制理论多适用于研究单输入—单输出集中参数连续型线性定常系统，因此就没有必要按照系统的数学模型对系统分类，而现代控制理论可用于上述各种型式的复杂系统，因此按照系统的数学模型对系统分类才提到日程上来了。

§ 1-4 现代控制理论的研究方法

控制理论是研究控制系统运动规律的一门学科。对于客观存在的运动规律可以采用不同的研究方法。正是由于研究方法在本质上的不同，我们才将控制理论分为古典控制理论和现代控制理论。

一、古典控制理论的研究方法

古典控制理论的研究方法是传递函数法。不论是采用频率响应法还是根轨迹法，其数学基础都是传递函数，都是在复数域内研究系统的。

自动控制的过程本来总是和时间相联系的，因此系统运动规律的最基本描述方式是微分方程及其在时域的解。但由于用古典的方法来解微分方程较复杂，故采用了拉普拉斯变换的数学工具，从而引入了传递函数及其一整套研究方法。研究方法由时域进入复数域形成了古典控制理论。

二、现代控制理论的研究方法

现代控制理论的研究方法是状态空间法。在建立控制系统的数学模型（简称为“建模”）时，首先要将系统的一阶微分方程组写成状态方程的形式，在此基础上再进行所需要的各种研究，这种研究方法叫状态空间法。现代控制理论的所有优越性都是由于采用了状态空间法这一研究方法而得到的。

研究方法的改变导致了控制理论发展进程的飞跃。由于在复数域内研究系统有很大的局限性，这就要求能直接在时域内对控制系统进行研究。研究方法由复数域又回到时域形成了现代控制理论。

把握现代控制理论的研究方法是学习和应用现代控制理论的关键。

§ 1-5 现代控制理论的应用

自从六十年代初现代控制理论出现以来，它就显示出强大的

生命力，并在众多的领域中获得了应用。目前，现代控制理论的应用早已不限于国防尖端技术等少数领域，而是向更广阔的领域扩展。下面列举若干个现代控制理论已经或将获得应用的领域。

- | | |
|------------|-------------|
| 1) 宇宙空间系统; | 12) 人-机系统; |
| 2) 化学过程; | 13) 生态学; |
| 3) 运输系统; | 14) 空中交通管制; |
| 4) 城市系统; | 15) 农业; |
| 5) 车辆交通; | 16) 电力系统; |
| 6) 市政服务; | 17) 原子反应堆; |
| 7) 工业过程; | 18) 海洋监视; |
| 8) 经济系统; | 19) 数字系统; |
| 9) 生理学; | 20) 航海; |
| 10) 医药; | 21) 通讯; |
| 11) 社会系统; | 22) 生物学。 |

随着新技术革命向纵深的方向发展，现代控制理论的应用还远不止上面所列举的这些领域。要想花很少的篇幅来说明现代控制理论在这些领域中的应用情况是不可能的。为了使读者对现代控制理论的应用情况有个感性认识，下面举两个例子加以说明。

发射一个宇宙飞船到月球又把它安全地回收到地球上，是一个复杂的控制系统的例子。如果对宇宙飞船的轨道控制不准确，那么飞船就可能飞到外层空间去。此外，从地球上监控月球表面上宇航员所背的电视摄影机，使摄影机通过遥控来扫描月球表面，并对准感兴趣的目标也是一个控制问题。

西方的经济学家认为，一个经济系统的成败是通过总的国家生产、失业率、平均小时工资和消费品价格等指标来衡量的。如果消费品价格指标的年增长太大，或者失业率是不可接受的，则经济政策必须修改。这可以通过改变利率、政府开支和金融政策而达到。这个经济系统可以看作一个控制系统，其目的是获得一个健全的总的国家生产的年增长，以保证失业率低于一定的百分