高等职业技术教育系列教材

陶铁胜 主编
陆履亨 编著

高等数学基础与应用

GAODENG ZHIYE JISHU JIAOYU XILIE JIAOCAI

SJPC

GaoDeng
ShuXueJiChu
Yu YingYong

上海三联书店

高等职业技术教育系列教材

陶铁胜 主编
陆履亨 编著

高等数学基础与应用

GAODENG ZHIYE JISHU JIAOYU XILIE JIAOCAI

Gaideng
Shuxue Jichu
yu Yingyong

SJPC 上海三联书店

图书在版编目(CIP)数据

高等数学基础与应用/陆履亨编著,—上海:上海三联书店,2000.9

高等职业技术教育系列教材

ISBN7-5426-1423-1

Ⅰ.高… Ⅱ.陆… Ⅲ.高等数学-高等教育:技术教育-教材 Ⅳ.013

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 69511 号

高等数学基础与应用 高等职业技术教育系列教材

编　　著/陆履亨

特约编辑/武幼章
责任编辑/李颂申
装帧设计/鲁继德
责任制作/沈　鹰
责任校对/陶立新

出　　版/上海三联书店
　　　　(200233)中国上海市钦州南路 81 号
发　　行/新华书店上海发行所
　　　　上海三联书店
印　　刷/江苏吴县文化印刷厂

版　　次/2000 年 11 月第 1 版
印　　次/2000 年 11 月第 1 次印刷
开　　本/787×1092　1/18
字　　数/240 千字
印　　张/13.5
印　　数/1—6000

ISBN7—5426—1423—1
G·422　定价 19.00 元

总　　序

1999年，高等职业技术教育在我国普遍兴起。它适应了我国经济与社会发展对教育事业的要求，它是我国教育结构调整的产物。华东理工大学顺应我国高等教育改革的大趋势，适时举办了高等职业技术教育。

如何搞好高等职业技术教育？如何形成具有中国特色的高职教育模式？如何使国家重点大学举办的高职形成特色、办出水平？这是我们一直在探索与研究的问题。

我们认为，我国高职教育在总体上还刚刚处于起步阶段，必须科学地借鉴西方发达国家举办高职的经验。从美、德、日、英、法五国发展高职的经验来看，各国高职教育的模式虽然不同，但它们都适应当时各国经济与社会发展的需要。

20世纪50年代中期，西方各国(美、加除外)完成了战后经济的恢复，开始进入高速发展和产业结构调整时期。在新技术革命的推动下，传统工业部门的技术改造，高新技术为核心的新兴工业部门的建立及现代管理制度的引入，促进了这些国家劳动生产率的提高。整个60年代，五国工业年平均增长率都超过了5%(日本高达13%)。制造业向技术密集型产业的转变使得生产一线需要大批较高水平的技能型、技术型实用人才及管理人才。而这种类型的职业人才培养在各国高等教育与职业技术教育领域中还是空白。这就是各国产业界之所以对较高层次职业人才的培养呼声强烈，以及工科类高职迅速兴起的外部驱动力。

长期以来，世界各国传统大学重学术科研、轻技术与应用的积习甚深，且学制较长，结构单一，培养模式划一。20世纪50年代，各国的高等教育因受战争破坏，尚处于恢复与发展时期，不仅其规模落后于产业与经济界的发展需要，而且在教育类型与结构上也难于满足其对各层次与类型专门人才的需求，他们之中的多数人希望接受高等教育，并在较短期限内速成

以就业。故高职在60年代各国教育结构改革中蓬勃兴起。

我们还认识到,高职教育是一种以社会、经济现实和未来发展趋向需求为导向的人才培养的一种新型教育模式。它不仅要有扎实的专业知识作基础,还要有经过严格训练的熟练技能,同时要掌握必需的文化知识。因此,它是一种在德智体全面发展和"四有"人才思想指导下,培养具有综合职业能力和全面素质,直接从事生产、服务、技术和管理第一线工作的技术型应用型人才。它既不是培养学术型设计型人才,也不是培养高级技术工人或技师。因此,在整个教育教学和培训过程中,应在注重专业技术培养的同时把理论知识放在重要地位,并且对新知识、新技能的方法论和社会能力的熏陶给予足够重视,以适应瞬息万变的时代和社会需求。

"高职"其本质特征在于职业教育中的"高",它是相对于中职而言的"高"。世纪之交举办"高职"要着眼于世纪之交不同行业发展的高科技信息、高技术、高技能要求,使这"三高"成为中职的特点,并渗入整个高职教育过程中。我国高等职业教育应该具有的特点是:

第一,高等职业教育是面向基层,面向生产服务一线,培养实用的符合社会生产、生活和服务实践职业岗位所需要的高级的应用技术技能型人才,使之成为主要在生产、生活和服务一线岗位工作,并主要从事成熟理论与技术的应用和操作的高级技术与管理人员。

第二,高等职业教育培养的是具有适应特定职业岗位群的能力和素质的高级的技术、操作和管理人员,其毕业就能基本顶岗工作。

第三,高等职业教育的专业设置是根据社会需要设置并能够及时调整,是以社会职业岗位分工的需要为中心考虑问题的。

第四,高等职业教育的教育教学内容主要是成熟的技术工艺和管理规范,其教学计划与课程设置是按适应职业岗位群的职业能力和职业素质的要求加以确定的。

第五,高等职业教育特别强调通过大量的类似或接近未来职业岗位实际需要的实践与训练课程的调协和实施,以促进相应的技艺的掌握、技能的形成和素质的养成,同时要求基础课的设置与学习按专业需要以"必需"和"够用"为度,强调基础理论的选择与学习是为专业实践和实现专业培养目标提供更有效服务的。

第六,高等职业教育更强调和重视采取联合办学、校企合作等新的办学模式。

第七,高等职业教育毕业生实行"双证制"。高等职业教育的毕业生,在毕业时取得代表其学识的学历证书的同时,还应该取得代表其职业能力

和技术水平的职业资格证书或技术等级证书。

科学地借鉴西方发达国家高职教育的经验，认识我国高职教育所具有的特点，目的就是要搞好我们自己的高职教育。但从华东理工大学高职教育的实际来看，面临的难题不少，其中一个突出问题就是缺乏适合高职教育的教材。去年，为了编写高职教育的教材，学院的骨干教师充分收集资料，吸取国内外优秀高职教材的精华，努力把握当今高职生的特点，花了整整一年的时间，尽心尽职地编写高职教材。可以说，《高职教育系列教材》是一套适合高职教育特点的新教材，又是近年来积极探索高职教育规律与特点的一个成果。

《高职教育系列教材》主要有三大特色：(1)既有基础理论，又有不同的专业教材，但都兼顾到了教学的新对象——高职生，从适合高职生掌握必备、适度的知识要求出发而撰写的；(2)教材的编写通过大量案例、习题、计算机仿真模拟等技术、技能的要求，以使高职生在课堂上能掌握必要的技术、技能知识，为成为合格的高职人才打下基础；(3)无论是《计算机的重新整理与安装维护技术》、《中国传统文化与人力资源开发》、《经济学概论》，还是《市场营销理论与实务》、《物业管理概论》、《社区管理概论》、《保险学概论》、《高等数学基础与应用》，都从不同侧面体现了编著者丰富的积累、理论素养、实际经验，以及对管理科学、人文科学、信息科学等理论与实际结合的追求。理论与实际的渗透、融合只有达到一定的水平与境界，才能成为高职生的技术、技能培养的好教材。

当然，高职教育对我们来说是一项全新的事业，我们的探索还刚起步，这套教材还只是尝试工作。但也只有迈出这探索的第一步，才有后面的丰硕成果。希望这套书出版能起到抛砖引玉的作用，能受高职生欢迎，也期望能得到同行的批评指正。

以上，是我在研究与从事高职教育管理中所想到的，且作为这套书的总序。

鲍宗豪

2000年8月25日

序

有别于以微积分为主的普通高等数学教材，编者把本书设计为能融会微积分、线性代数、概率论的基本思想的简洁的应用数学教材，其面向的对象主要是高职学生。

数学是门重要的基础课程，讲清概念与思想方法是掌握基础数学课程的核心问题，学生通过学习数学不仅可以提高自身的数学修养，给后续课程也可打下必要的基础。作者在编写过程中充分意识到了这一点，并在内容选取与编排上体现了重点突出的鲜明特色。本书的微积分部分以一元连续函数为对象仔细展开，线性代数部分抓住矩阵工具介绍有限维线性空间的重要处理方法，而概率论部分则以二项分布为主要线索进行讨论。

例题与习题是数学教材的一个重要组成部分。本书的例题围绕着所介绍的概念与方法逐步展开，有引入，有说明，有归纳，由浅至深，层次分明。所附习题与主题配合良好，其内容不仅限于数学本身，还延拓到了经济、管理等其他学科。

作为教材要同时兼顾到学与教两个方面。本书在编写时一方面考虑到了所面向学生的特点与培养要求，叙述交代清楚明了，内容切入自然平滑，便于学生自学与复习；另一方面又考虑到了教师与教学的安排，其中微积分部分占全书篇幅的3/5，线性代数概率部分占2/5，这样的比例分配与一年中上下学期周学时的安排可以很好地匹配。

本书的编写是在扩招高职学生的背景下对现有数学教材进行改革的有益尝试，可以预期它的出版对提高高等职业技术教育的教学质量将起着有益的推动作用。

夏宁茂

2000年7月于上海

前　言

本书是一本专门为管理类和人文社科类的高等职业技术教育编写的高职高专数学教材。

科学技术和经济活动的发展,使数学学科越来越渗透到各个领域,同时对技术管理人员的素质提出了更高的要求。党中央和国务院作出重大决策,调整我国的高等教育结构,大力发展高等职业技术教育,这反映了经济发展、社会发展和教育水平发展的必然趋势。高等职业技术教育的培养目标和培养过程中与一般的高等教育有着明显的不同,其在教学过程中更注重实践能力的培养,更注重科学技术的应用。为了适应这种新的形势,我们编写了这本教材。

本教材在编写过程中,力求体现出高等职业教育应有的特点:

1. 注重实用性,削弱理论性和技巧性

本书所涉及到的数学概念,一般都来自于实例,主干清楚,讲究实效,以理解概念和掌握方法为重点。

2. 深入浅出,便于自学

本书在叙述时尽量使语言通俗化,深度和广度符合国家教育部颁发的大专高等数学的基本要求,在传授知识的同时,更注重方法论的教学。本书除了可作为高职生的数学教材外,还可作为高等学历文凭教育用书及夜大学的数学教材。

3. 教学时数紧凑,适用于少学时学科

本书在教学时数上有较大的压缩,一般控制在96学时之内,因此特别适用于少学时的学科用书。

本书完稿后,夏宁茂教授审阅了全书,提出了非常宝贵的修改意见,在此表示衷心的感谢。

由于这类教材尚属首次编写,我们的经验和水平都显不足,本书在特点的把握上,内容的安排和处理上一定存在不少问题,恳请各位专家读者指正。

编　者

2000年6月

目　　录

第　一　章

极限与连续

1.1 函　　数

数学是研究现实世界的空间形式和数量关系的一门科学。我们不仅要研究事物的数量关系，而且更重要的是要研究同一变化过程中各个变量之间相互依赖、相互制约的关系。这种关系反映到数学上就是函数关系。因此函数关系成为高等数学中的一个极为重要的基本概念。

1.1.1 变量

一切事物都在不断地运动、变化和发展。事物的运动有两种状态：相对静止的状态与显著变化的状态。这两种状态表现在数量上就有常量与变量之分。在某一运动过程中，始终保持一定数值而不变化的量叫做**常量**，常用字母 a,b,c 等表示；可以取得不同数值而变化的量叫做**变量**，常用 x,y,z 等表示。例如在自由落体运动中，物体下落的速度 v 和时间 t 都是变量，而落体的质量 m 和当地的重力加速度 g 则是常量。

一个量究竟是常量还是变量，往往是相对而言的，与具体的问题有关。对于同一个量，在某种情况下可认为是常量，但在另一种情况下可能是变量。例如，由于气温的变化会引起机器上的轴热胀冷缩，当气温变化引起轴的变化不大时，可把轴的长度看作常量。如果在精密仪器上，轴的长度变化虽然不大，但也会影响机器的精密度，这时就应把轴的长度看作变量。

变量在变化时，其取值都有一个范围，我们称之为变量的变域，变域一般是由实数组成，有时是实数集 R 本身，有时是实数集的子集。最常见的变域是区间。

1.1.2 函数

函数关系是变量之间满足一定条件的一种关系，我们从两个简单例子来看变量之间相互依赖的关系。

例 1　真空中自由落体下落的路程 s 和下落的时间 t 都是变量。由运动学知道，路程 s 与时间 t 之间的变化规律是：

$$s=\frac{1}{2}gt^2$$

其中：g 是重力加速度。

例 2　为了掌握气温的变化情况，气象台经常使用自动温度记录仪记录气温变化的曲线。如图 1－1。

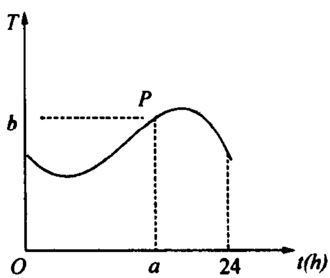

图 1－1

图中横坐标是时间 t，纵坐标是温度 T，曲线反映了在时间区间 $[0,24]$ 内，温度 T 随时间 t 变化而变化的规律。

曲线上任一点 $P(a,b)$ 表示在时间 $t=a$ 时，测得的气温为 $T=b$。所以在区间 $[0,24]$ 内，对于每一确定的时间 t，都有一个确定的温度 T 与之相对应。

上面两个例子说明：同一变化过程中一个量的变化往往会引起另一个量随之变化，而当一个量在其变域内每取一个确定的数值，另一个变量也就相应的取一个确定的数值与之对应，这种变量取得数值之间的对应关系就是函数关系。

定义 1－1　设 X,Y 是两个数集。f 是一个确定的对应规律。如果对于 X 中的每一个数 x，通过 f，都有 Y 中唯一的一个数 y 与之对应，则称 f 是定义在 X 上的**函数**。记作：

$$f: X \to Y$$
$$x \to y$$

并称 X 为函数的**定义域**。当 x 取遍 X 中一切数时，与之对应的 y 组成的变域称为函数的**值域**。

注意：

(1) 定义中，x 是 X 中任意的一个数，因此它是一个变量，我们称 x 为**自变量**。y 是 Y 中的一个数，因此也是变量，其是因 x 的给定而确定的，我们称之为**因变量**。

(2) 由定义可知，一个函数是由对应规律 f 和函数定义域 X 确定的。

值域是随着f和X的给定而确定的，习惯上把X上的函数f说成y是x的函数。并用符号：

$$y = f(x)$$

来简记。当x在X中取定值$x = x_0$时，函数$y = f(x)$的对应值称为**函数值**，记作$f(x_0)$。

(3) 定义中要求每一个$x \in X$都有值域中唯一的一个y与之对应，这种函数称为**单值函数**。如果没有唯一性的限制，只要求对每一个$x \in X$有值域中的数y与之对应，这种函数称为**多值函数**。

例如：函数$y = \pm\sqrt{2 - x^2}$

对于每一个$x \in [-1,1]$，都有两个y值与之对应。今后如果不作声明，本书中提到的函数均指单值函数。

1.1.3 函数的定义域

我们在研究函数关系时，必须十分注意它的定义域X，因为只有当自变量x在定义域X内取值时，函数才有意义。

对反映实际现象的函数关系，定义域应由实际意义来确定。如例1中，自由落体开始下落的时刻$t = 0$，着地时刻$t = T$。因此函数

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

的定义域为$[0, T]$，在这个区间以外来讨论自由落体运动是没有实际意义的。

对用数学表达式所表示的函数，在没有注明其定义域的情况下，它的定义域由函数表达式本身来确定。

例3　讨论函数$y = \dfrac{1 + x}{1 - x}$的定义域

解：　当$x = 1$时，函数没有定义。因此函数的定义域为：

$$(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$$

例4　讨论函数$y = \arcsin\dfrac{x - 1}{5} + \dfrac{1}{\sqrt{25 - x^2}}$的定义域。

解：　当$-1 \leq \dfrac{x - 1}{5} \leq 1$且$x^2 < 25$时，函数才有意义。

$$\text{即}\quad -4 \leq x \leq 6 \text{ 且 } -5 < x < 5$$

因此有：$-4 \leq x < 5$。于是，函数的定义域为$[-4,5)$

1.1.4 函数的表示法

常用的函数表示法有公式法、表格法和图形法。

(1) 公式法(亦称为分析表示法)

例 1 中的函数关系:

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

就是用数学式子来表示函数的方法,叫做函数的**公式表示法**。

(2) 图形法

在例2中,气温 T 与时间 t 的函数关系是通过坐标系中的一条曲线来表示的。这种用曲线表示函数的方法叫做函数的图形表示法。

一般地,设函数 $y = f(x)$ 在平面直角坐标系 xoy 中,以自变量 x 为横坐标,因变量 y 为纵坐标的点 $M(x,y)$ 描出的曲线(图 1 - 2),就叫做函数 $y = f(x)$ 的图形。

用图形表示函数,能直观地了解函数的变化情况。

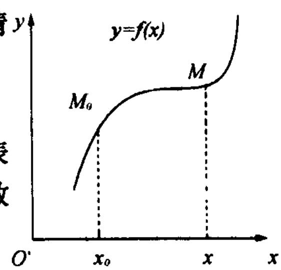

图 1 - 2

(3) 表格法

用表格的形式来表示函数的方法叫做函数的表格表示法,初等数学中的平方表、三角函数表、对数表等都是用表格来表示函数的。又如:

某商店一年里各月彩电的销售量(单位:台)如表 1 - 1 所示:

表 1 - 1

月份 i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
销售量 s	81	84	85	42	37	26	25	27	40	51	59	71

表 1 - 1 中的数据表示了彩色电视机销售量 s 随月份 i 而变化的函数关系,这种函数关系就是用表格表示的。

在分析表示法中常见的函数关系有:

(一) 分段函数

有些函数,对其定义域内自变量 x 不同的取值,不能用一个统一的数学表达式表示,而要用两个或两个以上的数学式子表示,这种函数称为**分段**

函数。

例如：$y = \begin{cases} -x & x < 0 \\ x & x \geq 0 \end{cases}$ 和 $y = \begin{cases} -1 & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$

都是分段函数，其图形分别如图 1－3、图 1－4 所示。

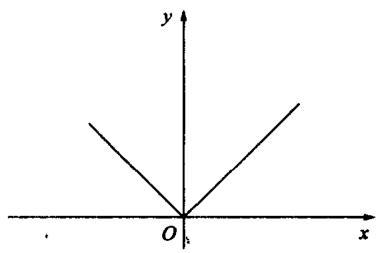

图 1－3

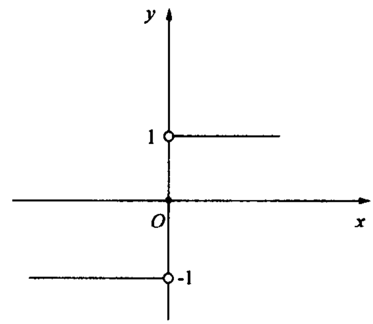

图 1－4

注意：分段函数是用几个数学式子合起来表示的一个函数，而不是表示几个函数。

（二）显函数

如果有些函数的因变量是用自变量表达式表示出来的，并能写成 $y = f(x)$ 的形式。这种函数称为**显函数**。例如，

$y = \sin(2x - 1)$；$y = \lg(x^2 + 1)$ 等等。

（三）隐函数

有些函数，它的因变量与自变量的对应规则是用一个方程 $F(x, y) = 0$ 来表示，但写不出 $y = f(x)$ 的形式，这种函数称为**隐函数**。例如，$\sin(x + y) = e^{xy}$，$ax + by = \sin(xy)$ 等等。

1.1.5 函数的改变量

实际问题中，在研究变量的变化时，有时要考虑由于自变量的变化而引起函数改变多少的问题。

例如，有一正方形的金属薄片受热均匀膨胀，边长从 $x = 2$ 米变到 $x = 2.01$ 米，问该薄片的面积改变了多少？

由于受热，薄片膨胀。当边长由 x_0 变到 x_1 时，薄板增加的面积就是图 1－5 中阴影部分的面积。它是以 x_1 为边长的正方形面积 S_1 与以 x_0 为边长的正方形面积 S_0 之差，即：$S_1 - S_0$ 将这个差记为 ΔS，则阴影部分的面积为：

$$\Delta S = S_1 - S_0 = x_1^2 - x_0^2$$

将 $x_0 = 2$ 米，$x_1 = 2.01$ 米代入上式得：

$$\Delta S = (2.01)^2 - 2^2 = 4.0401 - 4 = 0.0401(\text{米}^2)$$

一般地，设有函数 $y = f(x)$，当自变量从 $x = x_0$ 变到 $x = x_1$ 时，相应的函数值从 $f(x_0)$ 变到 $f(x_1)$，我们称 $x_1 - x_0$ 为 x 的改变量（或称为自变量 x 的增量），记作 $\Delta x = x_1 - x_0$。称 $f(x_1) - f(x_2)$ 为函数 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 处的改变量（或称为函数在 $x = x_0$ 处的增量），记作：

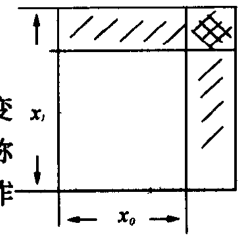

图 1－5

$$\Delta y = f(x_1) - f(x_0)$$

由于 $\Delta x = x_1 - x_0$，故 $x_1 = x_0 + \Delta x$

所以，函数 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 的增量也可表示为：

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

从图形（图 1－6）上看，函数 $y = f(x)$ 在 $x = x_0$ 处的改变量就是线段 BC。

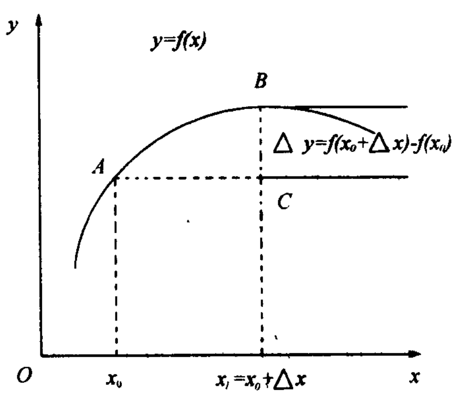

图 1－6

例 5　我们来看例 1 中自由落体运动 $s(t) = \frac{1}{2}gt^2$ 的改变量。

当 t 从 0 秒变到 1 秒时

$$\Delta S_1 = S(1) - S(0) = \frac{1}{2}g - 0 = 4.9(\text{米})$$

当 t 从 1 秒变到 2 秒时

$$\Delta S_2 = S(2) - S(1) = \frac{1}{2}g \times 4 - \frac{1}{2}g = 14.7(\text{米})$$

当 t 从 2 秒变到 3 秒时

$$\Delta S_3 = S(3) - S(2) = \frac{1}{2}g \times 9 - \frac{1}{2}g \times 4 = 24.5(\text{米})$$

由以上数据可看出，时间 t 的改变量同样是1秒，即 $t = 1$ 秒，而下落的路程 $\Delta S_1, \Delta S_2, \Delta S_3$ 都不相等，而是逐渐增大。这说明自由落体运动不是等速运动，其速度是随时间 t 变化的。

1.1.6 复合函数、反函数与初等函数

1.1.6.1 复合函数

我们先来看一个例子：

例6　设有质量为 m 的物体，以初速度 v_0 向上抛，求动能 W 与时间 t 的函数关系。

解：设物体的运动速度为 v，由物理学知，动能为 $W = \frac{1}{2}mv^2$，若不考虑空气阻力，有

$$v = v_0 - gt$$

由上面两式，对于每一 $t \in \left[0, \frac{2v_0}{g}\right]$，经过中间变量 v，都有一个 W 与它对应，它们之间的函数关系为：

$$W = \frac{1}{2}m(v_0 - gt)^2, \qquad \left(0 \le t \le \frac{2v_0}{g}\right)$$

这种形式的函数叫做复合函数。

定义1-2　设函数 $y = f(u)$ 的定义域为 U，若函数 $u = g(x)$ 的定义域为 X，值域为 Z，并且 $Z \subset U$，对于每一个 x∷X，经过 u 都有一个唯一的 y 与它对应，这样就在 X 上产生了一个新的函数，这种由函数 $y = f(u)$ 及 $u = g(x)$ 复合而成的函数称为**复合函数**。记作：

$$y = f(g(x)), \qquad x \in X$$

而 u 称为**中间变量**，X 为复合函数的定义域。

例如，函数 $y = \sin(x^2)$ 可看作由 $y = \sin u$ 及 $u = x^2$ 复合而成的，这个函数的定义域为 $(-\infty, +\infty)$。

注意：不是任何两个函数都可以复合成一个复合函数的。

例如，$y = arc\sin u$ 及 $u = 2 + x^2$ 就不能复合成一个复合函数。因为 $u = 2 + x^2$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$，值域为 $[2, +\infty)$，而 $y = arc\sin u$ 的定义域为 $[-1, 1]$，在 $u = 2 + x^2$ 中无论 x 取何数值，对应的 u 值都不属于区间 $[-1, 1]$，因而不能使函数 $y = arc\sin u$ 有意义。

复合函数也可由两个以上的函数经过复合构成。

例如：$y = \sqrt[3]{u}$，$u = \sin v$，$v = 1 + x$ 经过中间变量 u 和 v 复合成一个复合函