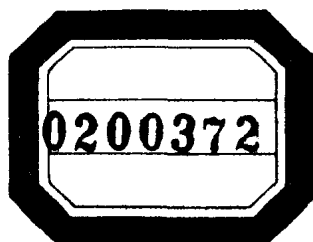


张壁城 编著

水工建筑物的有限元分析

水工建筑物设计丛书 潘家铮 主编

水利电力出版社



THE HYDRAULIC STRUCTURE
DESIGN SERIES
APPLICATIONS OF F.E.M
IN HYDRAULIC STRUCTURE
ANALYSIS

水工建筑物设计丛书 潘家铮 主编



005933 水利部信息所

水工建筑物的 有限元分析

张壁城 编著

水利电力出版社

(京)新登字115号

内 容 提 要

全书共分十二章,内容包括:绪论;杆系结构;弹性力学的基本知识;变分法的概念与固体力学的变分原理;单元形态、场变量模型和形函数;弹性力学问题;稳态场问题;非线性问题;地基问题;瞬态场;结构动力学问题;瞬态场;热传导、渗流;有限元法的最新进展。

本书扼要介绍有限元法的基本原理,特别是在水工建筑物设计中的应用,并附有计算例题及实例。

本书可供从事水利水电工程的技术人员使用,也可供有关院校师生和科研等单位的技术人员参考。

水工建筑物设计丛书 潘家铮 主编

水工建筑物的有限元分析

张壁城 编著

*

水利电力出版社出版、发行

(北京三里河路6号)

各地新华书店经售

水利电力出版社印刷厂印刷

*

787×1092毫米 32开本 14.625印张 319千字 3插图

1991年11月第一版 1991年11月北京第一次印刷

印数0001—1270册

ISBN 7-120-01378-5/TV·486

定价11.55元

序 言

二十多年前笔者曾写过一套《水工结构应力分析丛书》，虽然体例庞杂，取材不精，而且有不少讹误，但在当时尚能满足实际设计同志的需要，所以受到欢迎。直到目前，笔者还经常接到各地读者来信的鼓励，并建议重版。这不仅是对笔者的勉励，更是一种鞭策。但在跨入八十年代的今日，原书内容显然不能满足要求了，所以再重版旧籍是不适宜的。

为了满足许多读者的期望，在有关领导的关心和鼓励下，我们试图以一套新的丛书来替代旧著，这就是即将陆续与读者见面的《水工建筑物设计丛书》。编写这套丛书的目的，乃在弥合教科书、论文文献和实际设计工作间的距离，供广大的水利水电设计同志，特别是基层设计同志在实际工作中参考，还可作为有志进修者的自学材料。在编写时，我们除力图保持原著一本书一个专题、篇幅精简短小的特点外，还想有所提高。即除了仍以结构的分析计算为中心外，适当论述一点有关设计上的问题，同时尽量反映国内外在近二十年来的成就和进展，力求跟上当前形势的需要。全书以实用为主，但也适当注意理论上的论述和概括，并不写成像手册一样。当然，要做到这些是很困难的。每种水工建筑物都有它的特点和复杂的一面，要详尽地讨论它们的设计问题，不仅是我们水平所不及，而且也断非小小的篇幅所能容纳。所以，本书在选材时力求在篇幅所及的范围内结合分析计算，择要介绍一些主要设计原则。基于同样理由，对理论分析中的许多详细的推导过程，也不得不割爱，而只列出基本理论、假定

和重要的成果和公式。当然，我们也力求写得清晰连贯，使读者不难自行导证，并尽量给出有关的文献名称，使读者在必要时可以找到出处。

要编写这样一套丛书，已非笔者个人的能力和时间所及，因此邀请了有较丰富实践经验的同志来共同撰写，笔者只分担了小部分编写任务并做了力所能及的校阅工作。

根据原丛书的内容，并在征求了一些同志的意见后，本丛书将暂定为以下十种分册：压力钢管、水工隧洞和调压室、重力坝、拱坝、土石坝、溢洪道、坝内的孔口和廊道、水工建筑物的温度控制、水工建筑物的有限单元分析以及工程地质计算和基础处理。各分册将视撰稿进度陆续出版。

最后，笔者代表所有参加编写的同志，向热情审阅和加工本丛书的同志们表示衷心的感谢。对本丛书的批评和改进意见请寄水利电力出版社转。

潘家铮

1981年

主要符号表

$T, T(x, y, \tau), T(r, \tau)$ ——温度, $^{\circ}\text{C}$

x, y, z ——直角坐标

r ——极坐标

τ ——时间

a ——导温系数(温度扩散系数),
 m^2/h

λ ——导热系数(热传导系数), $\text{kJ}/$
 $(\text{m}\cdot\text{h}\cdot^{\circ}\text{C})$

c ——比热, $\text{kJ}/(\text{kg}\cdot^{\circ}\text{C})$

ρ ——密度, kg/m^3

β ——放热系数(热交换系数), $\text{kJ}/$
 $(\text{m}^2\cdot\text{h}\cdot^{\circ}\text{C})$

α ——线胀系数, $1/^{\circ}\text{C}$

E ——混凝土弹性模量, MPa

σ ——应力: MPa

ε ——应变

μ ——泊松比

C_v ——离差系数

T_p ——混凝土浇筑温度

T_r ——混凝土水化热温升

T_s ——坝体稳定温度

R ——混凝土浇筑块约束系数

K_p ——混凝土应力松弛系数

$C(t, \tau)$ ——混凝土徐变度

符 号 表

- A ——单元面积
- A ——变换矩阵
- $A(u)$ ——定义的支配微分方程组
- $A(u, v, w)$ ——应变能密度
- a ——加速度
- B ——系数矩阵的带宽
- B ——几何矩阵
- $B(\sigma)$ ——余应变能密度
- b ——宽度
- b ——变换矩阵
- $B(u)$ ——定义的边界条件
- C ——粘滞阻尼矩阵、变换矩阵
- c ——比热, 凝聚力
- D ——弹性矩阵, 体系的动力矩阵
- D_p ——塑性矩阵
- D_{ep} ——弹塑性矩阵
- $D_T(\sigma)$ ——切线弹性矩阵
- E ——弹性模量
- E_t ——割线模量
- E_t ——切线模量
- e ——作为上标表示‘单元’, 作为下标表示‘弹性的’
- F, F ——微分算子、结点力矢、屈服函数

- $\mathbf{F}_i^*$ ——结点 i 的单元结点力
 $\overline{\mathbf{F}}^*$ ——局部坐标系中的单元结点力
 f ——内摩擦系数
 $\mathbf{f}$ ——单元柔度矩阵
 G ——剪切模量
 g ——重力加速度
 H ——水头
 $H_i^{(N)}(x)$ —— N 阶埃米特多项式
 h ——热交换系数
 $\mathbf{I}$ ——单位矩阵
 $\mathbf{J}$ ——雅可比矩阵
 K_I, K_{II}, K_{III} ——应力强度因子
 $\mathbf{K}_n$ —— n 振型的广义刚度矩阵
 $\mathbf{K}_T$ ——切线刚度矩阵
 $\mathbf{K}$ ——总刚度矩阵
 $\overline{\mathbf{K}}^*$ ——局部坐标系中的单元刚度矩阵
 $\mathbf{K}^e$ ——整体坐标单元刚度矩阵
 $\mathbf{K}_o$ ——总传导率矩阵
 $\mathbf{K}_p$ ——总渗透率矩阵
 $\mathbf{K}_e$ ——弹性刚度矩阵
 $\mathbf{K}_p$ ——塑性刚度矩阵
 $L_i(x)$ ——拉格朗日多项式
 L ——自然坐标
 L ——一般的微分算子, 拉格朗日泛函
 $L_1, L_2(L_s)$ ——三角形或四面体的自然坐标
 l ——一维单元的长度
 l_i^* ——拉格朗日多项式

l_{ij} ——矢量 V_{ij} 的长度
 M ——质量矩阵, 变换矩阵
 M_n —— n 振型的广义质量矩阵
 M_x, M_y, M_z ——广义应力分量(弯矩)
 N ——(位移)形函数
 N ——集合体的方程数目
 $n^T = [n_x, n_y, n_z]$ ——边界法向矢
 $\bar{n}$ ——变换矩阵
 O ——零矢量, 零矩阵
 P ——非线性系统中的荷载列矢
 P ——作为下标表示“塑性的”
 Q ——热源
 q ——热源密度矢
 q_n ——法向热流量矢
 R ——外荷载矢
 R_i ——结点 i 的外荷载矢
 R_Q ——内部热源荷载矢
 R_q ——已知表面热荷载矢
 R_h ——表面热交换荷载矢
 R_r ——表面辐射热荷载矢
 $R_n(t)$ —— n 振型的广义荷载矢
 r ——结点场变量矢
 r ——径向坐标
 $\tilde{r}_n$ ——第 n 阶固有振型
 Φ ——弹性振型矩阵, 未知函数
 r_a ——绝对位移矢
 r_s ——地面位移矢

$\mathbf{S}$ ——应力矩阵
 $\bar{T}$ ——(给定的)面力矢
 T ——温度
 T_s ——表面未知温度
 T_e ——对流交换温度
 $\bar{T}_x, \bar{T}_y, \bar{T}_z$ ——面力分量
 t ——时间
 U_i ——总应变能
 U_e ——总外力位能
 $U_{e,i}$ ——余应变能
 $U_{e,e}$ ——外力余位能
 u ——未知函数
 $\mathbf{u}$ ——内部位移矢
 $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$ ——规定的位移分量
 V ——四面体单元的体积, 总体积
 v ——试函数
 W ——单元重量, 功
 $\mathbf{W}$ ——体系的逆动力矩阵
 W_i ——权函数
 w ——板的挠度
 $\bar{\mathbf{X}} = [\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}]^T$ ——体积力矢
 $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ ——局部坐标
 x, y, z ——整体坐标
 $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ ——体积力分量
 Π ——总位能泛函
 Π_e ——总余能泛函
 Π_R ——*Reissner*泛函

- α —— 热膨胀系数
- α_i —— 广义坐标
- γ —— 剪应变
- ρ —— 密度
- $\varepsilon_x, \gamma_{xy}$ —— 正应变、剪应变
- σ_x, τ_{xy} —— 正应力及剪应力的 x 分量
- ε —— 应变矢
- ε_e —— 弹性应变矢
- ε_0 —— 初应变矢
- ε_p —— 塑性应变矢
- δ —— 变分算子
- λ —— 拉氏乘子
- λ —— 特征值
- Δ —— 表示有限增量的记号
- μ —— 泊松比
- ξ —— 阻尼比
- σ —— 应力矢
- σ_0 —— 初应力矢
- $\bar{\sigma}$ —— 等效应力
- σ —— 正应力
- Φ —— 未知函数、水头、函数
- ψ —— 未知函数
- $\Psi(r)$ —— 非线性离散方程算子、失衡力矢
- ω —— 自振频率
- ω_n —— 第 n 阶自振频率
- ∇ —— 梯度算子
- ψ_{σ_0} —— 失衡力结点荷载矢

目 录

序 言	
符号表	
第一章 绪论	1
第一节 引言	1
第二节 有限元法的发展历史简述	3
第三节 基本概念及分析过程概述	7
第二章 杆系结构	12
第一节 结点位移和结点荷载	12
第二节 平衡和相容条件	14
第三节 单元刚度矩阵的确定	16
第四节 坐标系统的变换	27
第五节 整体刚度矩阵的建立和方程组的解算	38
第六节 例题	42
第三章 弹性力学的基本知识	54
第一节 外力及应力	55
第二节 应变-位移方程	56
第三节 应力-应变方程	59
第四节 平衡方程与力的边界条件	72
第五节 弹性力学的若干基本原理	73
第四章 变分法的概念与固体力学的变分原理	79
第一节 变分法的概念	80
第二节 最小值原理	88
第三节 虚功原理	93
第四节 广义变分原理	94

第五章	单元形态、场变量模型和形函数	29
第一节	各种单元形状	100
第二节	场变量模型	102
第三节	建立形函数的方法	109
第四节	一维单元形函数	128
第五节	二维单元形函数	131
第六节	三维单元形函数	144
第六章	弹性力学问题	152
第一节	平面问题	152
第二节	关于水工结构平面问题分析	175
第三节	宽缝重力坝应力分析	179
第四节	空间问题	185
第五节	钢筋混凝土蜗壳应力分析	207
第六节	拱坝应力分析	209
第七节	重力坝的空间分析	217
第八节	轴对称问题	221
第九节	板壳问题	227
第七章	稳态场问题	249
第一节	引言	249
第二节	支配方程	250
第三节	有限元法解稳态场的基本方程	253
第四节	稳态场的平面问题	261
第五节	稳态场的空间问题	267
第六节	非线性稳态场	269
第八章	非线性问题	272
第一节	引言	272
第二节	非线性方程的基本解法	273
第三节	非线性弹性分析和初应力(变)法	280
第四节	弹塑性材料问题	285

第五节	邓肯模型	299
第六节	非线性分析应用举例	302
第九章	地基问题	317
第一节	概述	317
第二节	一般岩体	318
第三节	软弱带和断层节理的处理	320
第四节	基岩的屈服和破坏	331
第五节	基岩徐变的计算	334
第六节	安全准则	339
第七节	拱座稳定分析方法及实例	341
第八节	复杂坝基和深层抗滑稳定	346
第十章	瞬态场: 结构动力学问题	356
第一节	与时间有关的准谐方程	356
第二节	动力方程、质量矩阵、阻尼矩阵	358
第三节	结构自振频率与振型的计算	362
第四节	地震时结构的位移和应力计算	372
第五节	求解动力方程的广义公式	386
第十一章	瞬态场: 热传导、渗流	395
第一节	问题的性质	395
第二节	基本方程	397
第三节	非线性瞬态解	399
第四节	线性瞬态解	407
第五节	解的不稳定性及振荡	407
第六节	大坝底孔的瞬态温度场和温度应力的计算	409
第十二章	有限元法的最新进展	419
第一节	引言	419
第二节	边界元	421
第三节	无限元	431
第四节	奇异元	434

第五节	平衡元	437
第六节	杂交元	439
第七节	混合元	447
第八节	几点展望	449

第一章 绪 论

第一节 引 言

在研究和设计水工建筑物时，经常要分析和解算许多数学物理问题。例如对于给定的荷载确定建筑物与地基中的应力和（或）位移分布、确定地下水的渗流场、计算建筑物的地震动力反应等等。这些问题可按其性质分为三大类：①平衡问题；②特征值问题；③瞬态场问题。对于连续体来讲，可以统称为场问题。

平衡问题的解答是不随时间变化的，因此通常也称为稳态场问题。水工设计中有一大类问题都属于这类性质，例如：确定结构和地基在静力荷载下的应力及位移分布、计算稳态温度场或渗流场等都是。特征值问题是平衡问题的一个扩展。在这类问题中需要确定一些特定的参数和特征矢量。例如求解建筑物的自振频率和振型就是典型例子。

瞬态场问题是指所研究的状态为时间的函数。换言之，这些问题的解答不仅为坐标的函数也是时间的函数。例如非稳态温度场、非定常渗流场和水工结构在动力荷载作用下的动态反应等等。

对以上这些问题的状态，通常可用一个或一组变量来描述，问题常归结为求解满足某些要求的未知函数 u 。 u 定义于某个域（体积域、面积域）内，并须满足某些微分方程和边界条件。由于实际问题的复杂性，要找到这类问题的精确解是不容易的。有效的做法是寻求其近似解或数值解（本世

纪以来，有许多科学家致力于发展数值解法，并且发展了差分法、变分法、权余法和最小二乘法等各种有效方法）。

有限元法是最近发展起来的一种数值方法并取得了极大的成功。其应用范围遍及技术科学的各个领域。这个方法与高速数字计算机的结合，几乎可以寻求技术科学各类问题的数值解。本书内容将扼要介绍有限元法的基本原理，特别偏重于其在水工建筑物设计中的应用。

有限元法最初是从分析复杂的航空结构而发展起来的，以后应用到各类场问题中去。有限元法在水工设计中的大量应用都属于应力或位移场的确定问题。这类问题以用位移法解算最为方便，众所周知，该法最初的建立和引入也正是遵循用位移法解算杆系结构的途径取得成功的。在本书第二章中将先讨论最简单的结构系统——杆件结构，并利用位移法来说明有限元法的基本原理并引入一些基本术语和概念，如结点、单元、刚度和刚度矩阵、坐标变换、位移法方程组的建立和解算。读者如能仔细阅读这一章，则对了解以后各章的内容当大有裨益。

从杆系结构的位移法发展为有限元法虽很自然，但要推广到一般性的弹性力学问题和其它场问题，却还要做不少扩展。为此，在第三章中扼要叙述了弹性力学的基本知识，第四章中介绍了变分法的概念与固体力学的变分原理，第五章中阐述了单元形状和形函数。这些知识对进一步理解有限元法是不可缺少的。具备了这些基本知识之后，在第六章中就讨论弹性力学问题的有限元解法（限于位移法），在第七章中讨论稳态场（温度场、渗流场）的有限元解法（采用变分法）。

在第八至十一章中进而讨论了非线性问题、地基问题和