黄涵洲 李志恒 编著

现代控制理论引论

北京工业大学出版社

现代控制理论引论

现代控制理论引论

黄涵洲　李志恒　编著

北京工业大学出版社

内容简介

本书系统地介绍了现代控制理论的基本内容，包括变分法与最优控制，极小值原理，动态规划法，线性二次型最优控制，随机变量与随机过程的基本概念，脉冲响应的相关辨识，线性差分方程模型的最小二乘参数估计，自校正控制，模型参考自适应控制系统等，既有必要的数学推导，又有适当的物理浅释，内容深入浅出，注重实用。书中附有例题和习题，以帮助读者加深对概念的理解，提高运算技巧。

本书可作为自动控制、工业自动化、计算机科学与应用以及相近专业的本科生和非控制类专业研究生教材，也可供从事自动控制和计算机应用的教师和科技人员参考。

现代控制理论引论
黄涵洲 李志恒 编著
*
北京工业大学出版社出版发行
各地新华书店经销
河北省徐水县宏远印刷厂印刷
*
1995年10月第1版 1995年10月第1次印刷
787×1092 毫米 32 开本 9.25 印张 210 千字
印数：1～2000 册
ISBN 7-5639-0464-6/T・49
定价：6.80 元
（京）新登字 212 号

前　　言

目前，自动控制技术在国民经济各部门获得了广泛应用，为其理论基础的控制理论也有了很大发展。在工程技术上，常把五十年代前后发展起来的控制理论称为“经典控制理论”。它是以单变量控制与调节为其主要内容，采用频域法以传递函数为其数学工具，它可以作为单机自动化的理论基础。而六十年代以后发展起来的所谓“现代控制理论”，则是以多变量控制、最优控制与估计、系统辨识及自适应控制为其主要内容，它已成为现代控制技术的理论基础。随着科学技术的发展和计算机的普遍应用，国民经济各部门的自动化程度在不断发展和提高，现代控制理论在各部门中的应用更趋普遍，因此，对现代控制理论及技术已有迫切的需求。鉴于这种需要，为控制类专业本科生编写了本教材。

本教材分三篇九章。最优控制篇中介绍了变分法、极小值原理、动态规划、二次型性能指标的最优控制问题。动态系统辨识篇中介绍脉冲响应的相关辨识和最小二乘法辨识。自适应控制篇中介绍自校正控制及模型参考自适应控制的基本理论和方法。

本教材力求对现代控制理论的基础内容进行全面、系统、深入浅出的介绍，以使读者能尽快掌握基本理论的概貌，为继续深入探讨有关理论和实践问题打好基础。为此，本教材在取材方面以加强基础、突出重点、注重应用为原则；在叙述方式上，用最低限度的数学工具，适当的物理浅释，通俗易懂的语

言，使读者不致被大量的数学推证所困惑，从而能较快地掌握现代控制理论最基本的内容和方法；在编排上，力求结构严密，最优控制、系统辨识和自适应控制自成一篇，具有相对独立性，某些非基本内容以模块形式出现，可作为选学内容；每章附有例题和习题，以帮助读者理解和应用本教材所涉及的概念和结论。

本教材由冯国楠教授作了全面审阅，并提供了许多宝贵意见，谨致谢意。

由于编者水平所限，错误和不妥之处，恳请批评指正。

编　者

一九九四年七月

目　　录

第一篇　最优控制

第二篇　动态系统辨识

第三篇 自适应控制

第一篇　最优控制

概　述

最优控制是现代控制理论的一个重要组成部分。它所研究的中心问题是：怎样选择控制规律才能使控制系统的性能及品质在某种意义下是最优的。在应用经典控制理论时，各种设计方法本质上都是建立在试探基础上的，在很大程度上依赖于设计人员的实践经验，因此设计结果不可能实现严格的最优。应用最优控制理论则对各种控制系统有可能在严格的数学基础上获得最优控制规律，使描述系统性能与品质的某个“性能指标”达到最优值。因此，随着现代科学技术的发展，最优控制理论已引起人们的普遍重视，并取得了很大发展。

一、最优控制问题的一般提法

所谓最优控制问题的一般提法，是指怎样把一个最优控制问题用数学的语言来表述。在具体叙述问题的一般提法之前，先来看几个实际例子。

例 01-1　设有一物体 M 作垂直升降运动，如图 01-1 所示。假定在 M 内部有一控制器，它可以产生作用力 $u(t)$ 控制物体 M 的上下运动；作用力的大小有限，应满足不等式 $|u(t)|\leqslant k$，其中 k 是最大作用力。设在 $t=t_0$ 时物体 M 离地面的高度为 $x(t_0)$，垂直运动速度为 $\dot{x}(t_0)$，问题是寻找作用力 $u(t)$ 的变化规律，使得 M 最快地到达地面，并且到达地面

时的速度为零。

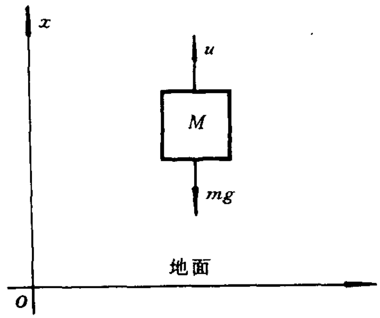

图 01-1

解 设物体 M 的质量为 m，用 $x(t)$ 表示 M 离地面的高度，重力加速度为 g，则物体 M 的运动方程为

$$m\frac{\mathrm{d}^2x(t)}{dt^2}=u(t)-mg \tag{01-1}$$

令 $x_1(t)=x(t)$ 表示物体的高度，$x_2(t)=\dfrac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}$ 表示物体的升降速度，则方程(01-1)可写成

$$\frac{\mathrm{d}x_1(t)}{\mathrm{d}t}=x_2(t)$$

$$m\frac{\mathrm{d}x_2(t)}{\mathrm{d}t}=u(t)-mg \tag{01-2}$$

初始条件：

$$x_1(t_0)=x(t_0),x_2(t_0)=\dot{x}(t_0) \tag{01-3}$$

终值约束条件：

$$x_1(t_f)=0,x_2(t_f)=0 \tag{01-4}$$

根据题意，性能指标应是 M 到达地面的时间

$$J=\int_{t_0}^{t_f}\mathrm{d}t=t_f-t_0 \tag{01-5}$$

我们的任务是寻求这样的控制规律 $u(t)$，它满足约束条件 $|u(t)|\leqslant k$，能把系统由初态(01-3)转移到终态(01-4)，同时使性能指标(01-5)为极小。

例 01-2 设有一盛放液体的搅拌槽，如图 01-2 所示。槽内装有搅拌器 P 不停地搅拌，使液体温度均匀分布。槽内液体温度原为 0℃，在入口处送入一定量、温度为 $u(t)$ 的液体，欲使槽内液体温度经一小时后升高到 40℃，在出口处同时流出等量的液体，以便保持槽内液面的恒定。试寻求 $u(t)$ 的变化规律，使槽内液体温度经 1 小时后上升到 40℃，并要求散失的热量最小。

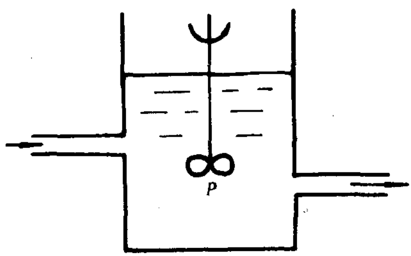

图 01-2

解 槽内液体经搅拌器 P 充分搅拌，液体温度分布均匀，用 $x(t)$ 表示其温度。由热力学可知，槽内液体温度的变化率与温差 $[u(t)-x(t)]$ 成正比，为简便计，令比例系数为 1，于是有

$$\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t}=u(t)-x(t) \tag{01-6}$$

$$x(0)=0℃, x(1)=40℃ \tag{01-7}$$

在 1 小时内散失的热量可用下式表示：

$$J(u) = \int_0^1 [qx^2(t) + ru^2(t)]\mathrm{d}t \qquad (01\text{-}8)$$

其中 q 和 r 都是正的常数。根据以上分析，可将搅拌槽温控问题叙述如下：寻找 $u(t)$ 的变化规律，使槽内液体温度经 1 小时后从 0℃ 上升到 40℃(01-7)，并使散失的热量最小，即性能指标 $J(u)$(01-8)取最小值。

从以上二例可知，最优控制问题的数学描述应包含以下几方面的内容：

1. 受控动态系统的数学模型

它描述了受控系统的运动规律，一般用向量状态方程

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{f}[\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t), t]$$

表示，式中 $\boldsymbol{x}(t)$ 为 n 维状态向量，$\boldsymbol{f}$ 为 n 维向量函数，$\boldsymbol{u}(t)$ 为 m 维控制向量。

2. 衡量控制作用效果的性能指标

这是一个事先规定的衡量控制过程性能好坏的指标函数。所谓过程"最优"，从数学上讲，就是要使这个指标函数达到极值（极大或极小）。性能指标可以是各种各样的，它取决于所要解决的最优问题的主要矛盾。例如在例 01-1 中，缩短 M 的升降周期是其主要矛盾；而在例 01-2 中，因工艺要求，规定了升温时间为 1 小时，不能随意变动，此时最优控制问题的目标是使散失的热量最小。因此，对于不同的控制任务，就有不同的性能指标，无法给出适用一切情况的统一格式。

3. 控制域——容许控制的集合

对于最优控制问题来说，最终需要找出最优控制规律 $\boldsymbol{u}^*(t)$，但它必须在容许的取值范围内，即 $\boldsymbol{u}^*(t)$ 之值必须处于一容许控制集（控制域）U 内，即

$$\boldsymbol{u}^*(t) \in U \subset R^m$$

当控制向量之值的变化不受限制时，U 与整个 m 维向量空间 R^m 重合，这时 U 是一开集；当此值的变化范围受限制时，则 U 可能是一有界闭集。

4. 动态系统的初态和终态

初态和终态也就是状态方程的边界条件，在容许控制的作用下，系统由初始状态转移到终端状态。一般情况下，初始状态是给定的，即 $\boldsymbol{x}(t_0)=\boldsymbol{x}_0$，而到达终端时间 t_f 和状态 $\boldsymbol{x}(t_f)$ 则因问题而异。终端时间 t_f 可能是固定的，如例 01-2 中 $t_f=1$ 小时；也可能是变动的或自由的，如例 01-1 中的最短时间。至于终端状态则可能是固定的、自由的或按一定规律变动的。但无论那一种情况，总可以用一个目标集 S 加以概括：

$$\boldsymbol{x}(t_f) \in S$$

若终态是一个固定点，则目标集仅有一个元素；若终态应满足某些约束条件，则目标集 S 是 n 维空间中的超曲面；若终态不受约束，则目标集 S 便扩展到整个 n 维空间。

根据上述，最优控制问题的一般提法如下：

设动态系统的状态方程：

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = \boldsymbol{f}[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{u}(t),t] \qquad (01\text{-}9)$$

初始状态：$$\boldsymbol{x}(t_0)=\boldsymbol{x}_0 \qquad (01\text{-}10)$$

目标集：$$\boldsymbol{x}(t_f)\in S \qquad (01\text{-}11)$$

控制域：$$\boldsymbol{u}(t)\in U\subset R^m \qquad (01\text{-}12)$$

性能指标：$$J = \Phi[\boldsymbol{x}(t_f),t_f] + \int_{t_0}^{t_f} L[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{u}(t),t]\mathrm{d}t \qquad (01\text{-}13)$$

所谓求解最优控制问题，就是从所有可供选择的容许控制中寻找一个最优控制 $\boldsymbol{u}^*(t)$，使状态 $\boldsymbol{x}(t)$ 由 $\boldsymbol{x}(t_0)$ 经过一定时间转移到目标集 S，并且沿此轨线转移时，使相应的性能指标达到极值（极大或极小）。

二、性能指标的分类

性能指标函数又称价值函数、目标函数、性能泛函等，它一般是一个泛函。要使性能指标达到“最优”，从数学上讲就是要使这个指标函数达到极值，因此最优控制问题可归结为求泛函的极值问题。

性能指标按其数学形式大致分为下列三类：

(1)积分型性能指标。它的形式为

$$J=\int_{t_0}^{t_f}L[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{u}(t),t]\mathrm{d}t \tag{01-14}$$

这是一种积分型泛函，在变分法中，这类问题称为拉格朗日问题。它要求状态向量及控制向量在整个动态过程中都应满足一定要求。

(2)终值型性能指标。它的形式为

$$J=\Phi[\boldsymbol{x}(t_f),t_f] \tag{01-15}$$

在变分法中称为迈耶尔问题。它只要求状态在过程终了时满足一定要求，但在整个动态过程中对状态及控制的演变不作要求。

(3)复合型性能指标。它的形式为上面两种的综合，即：

$$J=\Phi[\boldsymbol{x}(t_f),t_f]+\int_{t_0}^{t_f}L[\boldsymbol{x}(t),\boldsymbol{u}(t),t]\mathrm{d}t \tag{01-16}$$

应该指出，在积分型指标中已包含了对终端状态的要求，所以在复合型性能指标中只是更加强调了对终端状态的要求。这类问题在变分法中称为波尔札问题。

从变分法可知，通过适当变换，拉格朗日问题与迈耶尔问题可以互相转换。

性能指标按实际控制性能的要求还可以分为：

(1)最小时间问题。这是最优控制中常遇到的问题之一。

最小时间问题的性能指标为：

$$J = t_f - t_0 = \int_{t_0}^{t_f} \mathrm{d}t \tag{01-17}$$

对照式(01-14)，这里相当于

$$L[\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t), t] = 1 \tag{01-18}$$

(2)最小燃料消耗问题。粗略地说，控制量 $u(t)$ 与单位时间内燃料消耗量成正比。因此，最小燃料问题的性能指标可用下式表示：

$$J = \int_{t_0}^{t_f} |u(t)| \mathrm{d}t \tag{01-19}$$

对照式(01-14)，这里相当于

$$L[\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t), t] = |u(t)| \tag{01-20}$$

因为燃料消耗与控制量的符号无关，所以取绝对值。

(3)最小能量控制问题。假设 $u^2(t)$ 与消耗功率成正比，则这时的性能指标可用下式表示：

$$J = \int_{t_0}^{t_f} u^2(t) \mathrm{d}t \tag{01-21}$$

相应地

$$L[\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t), t] = u^2(t) \tag{01-22}$$

式中，$u^2(t)$ 在时间区间 $[t_0, t_f]$ 上的积分就是消耗的能量。

(4)线性调节器问题。给定一个线性系统，其平衡状态为 $\boldsymbol{x}(0)=0$，设计的目的是要保持系统处于平衡状态，即系统能从任何初始状态返回平衡状态，这种系统称为线性调节器，它的性能指标可表示成：

$$J = \sum_{i=1}^{n} \int_{t_0}^{t_f} x_i^2(t) \mathrm{d}t = \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i=1}^{n} x_i^2(t) \mathrm{d}t \tag{01-23}$$

这时，调节过程中的状态变量 $x_i(t)$ 的值就代表偏差。由于偏