

TONGSU SHUXUE MINGZHU YICONG



通俗数学名著译丛

JISUAN CHUREN YILIAO

CONG KAIPULE DAO TOMU DE SHIJIAN TUJIN

伊法尔·埃克朗 著

史树中 白继祖 译

上海教育出版社

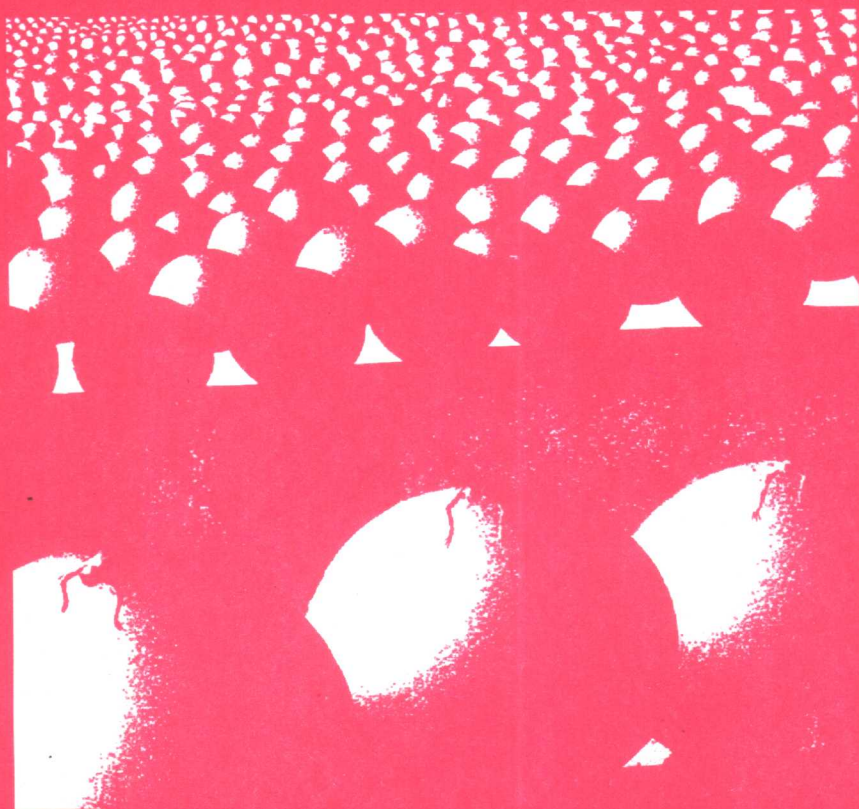
计算出人意料

——从开普勒到托姆的时间图景

计算出人意料

——从开普勒到托姆的时间图景

伊法尔·埃克朗 著 史树中 白继祖 译 · 上海教育出版社



图书在版编目(CIP)数据

计算出人意料 / (法) 埃克朗著; 史树中, 白继祖译.
上海: 上海教育出版社, 1999. 4 (2000. 3 重印)
(通俗数学名著译丛 / 史树中, 李文林主编)
ISBN 7-5320-6270-8

I. 计... II. ①埃... ②史... ③白... III. 突变理论-通俗读物 IV. 0192-49

中国版本图书馆CIP数据核字(2000)第15792号

Ivar Ekeland

Le Calcul, l'Imprévu

Les figures du temps de Kepler à Thom

Éditions du Seuil

© Éditions du Seuil, Janvier 1984

根据舍依出版社 1984 年第 1 版译出,

本书中文版权由上海市版权代理有限公司帮助取得

通俗数学名著译丛

计算出人意料

——从开普勒到托姆的时间图景

[法]伊法尔·埃克朗 著

史树中 白继祖 译

上海世纪出版集团 出版

上海教育出版社

(上海永福路 123 号)

(邮政编码: 200031)

各地新华书店经销 上海中华印刷有限公司印刷

开本 850×1156 1/32 印张 4.25 插页 4 字数 98,000

1999 年 4 月第 1 版 2000 年 4 月第 2 次印刷

印数 5201—10200 本

ISBN 7-5320-6270-8/G·6425 定价: (软精) 7.60 元

译丛序言

数学,这门古老而又常新的科学,正阔步迈向 21 世纪.

回顾即将过去的世纪,数学科学的巨大发展,比以往任何时代都更牢固地确立了它作为整个科学技术的基础的地位.数学正突破传统的应用范围向几乎所有的人类知识领域渗透,并越来越直接地为人类物质生产与日常生活作出贡献.同时,数学作为一种文化,已成为人类文明进步的标志.因此,对于当今社会每一个有文化的人士而言,不论他从事何种职业,都需要学习数学,了解数学和运用数学.现代社会对数学的这种需要,在未来的世纪中无疑将更加与日俱增.

另一方面,20 世纪数学思想的深刻变革,已将这门科学的核心部分引向高度抽象化的道路.面对各种深奥的数学理论和复杂的数学方法,门外汉往往只好望而却步.这样,提高数学的可接受度,就成为一种当务之急.尤其是当世纪转折之际,世界各国都十分重视并大力加强数学的普及工作,国际数学联盟(IMU)还专门将 2000 年定为“世界数学年”,其主要宗旨就是“使数学及其对世界的意义被社会所了解,特别是被普通公众所了解”.

一般说来,一个国家数学普及的程度与该国的数学发展的水平相应并且是数学水平提高的基础.随着中国现代数学研究与教育的长足进步,数学普及工作在我国也受到重视.早在 60 年代,华罗庚、吴文俊等一批数学家亲自动手撰写的数学通俗读

物,激发了一代青少年学习数学的兴趣,影响绵延至今.改革开放以来,我国数学界对传播现代数学又作出了新的努力.但总体来说,我国的数学普及工作与发达国家相比尚有差距.我国数学要在下世纪初率先赶超世界先进水平,数学普及与传播方面的赶超乃是一个重要的环节和迫切的任务.为此,借鉴外国的先进经验是必不可少的.

《通俗数学名著译丛》的编辑出版,正是要通过翻译、引进国外优秀数学科普读物,推动国内的数学普及与传播工作,为我国数学赶超世界先进水平的跨世纪工程贡献力量.丛书的选题计划,是出版社与编委会在对国外数学科普读物广泛调研的基础上讨论确定的.所选著述,基本上都是在外国已广为流传、受到公众好评的佳作.它们在内容上包括了不同的种类,有的深入浅出介绍当代数学的重大成就与应用;有的循循善诱启迪数学思维与发现技巧;有的富于哲理阐释数学与自然或其他科学的联系;……等等,试图为人们提供全新的观察视角,以窥探现代数学的发展概貌,领略数学文化的丰富多采.

丛书的读者对象,力求定位于尽可能广泛的范围,为此丛书中适当纳入了不同层次的作品,以使包括大、中学生;大、中学教师;研究生;一般科技工作者等在内的广大读者都能开卷受益.即使是对于专业数学工作者,本丛书的部分作品也是值得一读的.现代数学是一株分支众多的大树,一个数学家对于他所研究的专业以外的领域,也往往深有隔行如隔山之感,也需要涉猎其他分支的进展,了解数学不同分支的联系.

需要指出的是,由于种种原因,近年来国内科技译著尤其是科普译著的出版并不景气,有关选题逐年减少,品种数量不断下降.在这样的情况下,上海教育出版社以迎接 2000 世界数学年为契机,按照国际版权公约,不惜耗资购买版权,组织翻译出版这套《通俗数学名著译丛》,这无疑是值得称道和支持的举措.参加本丛书翻译的专家学者们,自愿抽出宝贵的时间来进行这类

通常不被算作成果但却能帮助公众了解和欣赏数学成果的有益工作,同样也是值得肯定与提倡的.

像这样集中地翻译、引进数学科普读物,在国内还不多见.我们热切希望广大数学工作者和科普工作者来关心、扶植这项工作,使《通俗数学名著译丛》出版成功.

让我们举手迎接 2000 世界数学年,让公众了解、喜爱数学,让数学走进千家万户!

《通俗数学名著译丛》编委会

1997 年 8 月

献给

凯瑟琳

目 录

引言	
第 1 章 天体的音乐	4
第 2 章 破裂的水晶	27
第 3 章 重返几何学	67
第 4 章 结束与开始	94
附录 1: 庞加莱的一个论题的序曲和赋格曲	109
附录 2: 费根鲍姆分岔	117
文献导引	125
关于本书	126

引 言

很久以来,我就想写一本关于突变理论的书.那时,我只是将突变理论看作一部更为广泛的、论述时间的数学中的惊人进展的著作的一章.新思想已经引入物理学;公众也已熟悉奇异吸引子和费根鲍姆(Feigenbaum)分岔.我要写的书,就是要宣告新思想即将进入科学实践和我们的知识观念中的革命.

随后,我又意识到,新思想已出现一百多年,而我心目中的书也早已问世,甚至已经多次.庞加莱^①在本世纪初已经澄清最意味深长的现象,并且煞费苦心地在一系列至今仍为某种典范的通俗著作中阐述.伯格森^②也同样对此了如指掌,并且以当时的精确科学的方式写下决定性的篇章.尤其是,他们两位都被众多动人心弦的例子所吸引,以至可以推想,这些都被人们读到.

那么何必再重写呢?我的失望甚至是天长地久的:“普天之 [9] 下,历来如此.有什么东西能使人说:‘啊,这是破天荒的!’?它几百年前早就有过.没有对古人的追溯,就不再有他们的继承者;在继承者那里只有追溯.”

① Henri Poincaré (1854—1912), 法国数学家和物理学家.——译者注

② Henri Bergson (1859—1941), 法国哲学家, 1927 年诺贝尔文学奖获得者.——译者注

然而,我想,总还有一些事情可说;尤其是可换一种方式来说.许多新事物的到来支持了先驱者们的天才直觉.经过几代研究者的精心刻画,加上当代大师托姆^①、阿尔诺德^②、斯梅尔^③的贡献,再通过令人惊奇的实验和突如其来的悖论的解释,这些新事物在今天已经变得更加容易向非专家们传播;就像是一些经过无数次访问和研究的遥远的地方,当人们用智慧才能的照相机镜头对它拍摄观看时,新的景观就暴露无遗.

人们应该做的是从中综述几个关键时刻,它们构成此后现代科学赖以矗立的景象.

开普勒^④的三大定律曾经不过是一种天文奇观;以椭圆轨道绕太阳运转的行星的图象被许多代的研究者所公认,并且已超出精确科学的界限.这是被经常引用的、隐含现代思想的参照例子之一;而牛顿^⑤的发现至今仍是整个科学知识的原型.我们可以用同样的方式,通过几个生动的形象:阿尔诺德的猫、斯梅尔的马蹄铁、托姆的皱褶,来综述新近的进展.这些形象在所有科学领域中都唤起反响,并且注定要成为我们的文化遗产的一部分.这将成为后代人的“家族遗像”;它们是如此为人熟知,以致人们都不再去看它们;但一旦若有所失,人们才会感到其宝贵.

这就是我将试图介绍的当今科学家族的相册中的几幅照片.

自然,更容易做的是随大流去参加论文竞赛.当前的进展是

① René Thom(1923—),法国数学家,突变理论创始人.1958年菲尔兹奖获得者.——译者注

② Vladimir Igorevič Arnold(1937—),俄国数学家.——译者注

③ Stephen Smale(1930—),美国数学家.1966年菲尔兹奖获得者.——译者注

④ Johannes Kepler(1571—1630),德国天文学家.——译者注

⑤ Issac Newton(1642—1727),英国数学家和物理学家.——译者注

如此迅速,竞争中所提出的问题是如此激动人心;置身于其中的人真感到进退两难.那么为什么还要写这本书呢?这里,我还是再让一位不知是谁的古代智者来说话:

“告诉我!所有那些你所熟知的、仍然活跃于他们的研究领域的以往的学者,他们在哪里?另一些学者已经占有了他们的封号,但我不知这些人是否还怀念他们.”

我不相信人类自中世纪以来有很大改变.知识分子的责任感问题也几乎没有变化.他们应该向社会各阶层传播知识,引起同代人对世界和他们自身的反思.相反,我们看到人们被禁锢在学校中,其代价是某个大学位置.至于那些真正推动科学发展的学者们,他们并不关心与非专家交流他们的思想;他们为科学而研究科学,而外行们的意见是不足道的.他们错了,因为研究科学是为了人类,而在学者与公众之间的地带就这样被抛弃或者保持空缺,令人遗憾;或者更糟糕的是被一帮江湖骗子所占领.

因此,两者之间更好的接触是必要的.我们应当摆脱某些带着科学色彩的陈腐思想或者某个得逞的东拼西抄者的纯粹胡言.尤其要传播更忠于科学及其苛求的形象;首要的是要让读者自己理解.如果本书能把读者带入这样的境界,那就达到了它的目的.

[11]

第1章 天体的音乐

开普勒定律

下面的图象是人们早就熟悉了的. 它表示一颗绕太阳运转的行星; 为指出其轨道是椭圆而不是圆, 我们用一个扁平的夸张图形来画出轨道. 在所有的初等教科书中, 它纯朴地表明这样一个思想: 地球环绕太阳运转, 并且谆谆教导年轻一代, 这是他们的先辈们用了二三千年才发现的一条真理. 高中学生都能说出开普勒三大定律:

I ——所有行星的轨道都是椭圆, 太阳位于这些椭圆的焦点之一;

II ——联结太阳与行星的(非物质)线段 SP 在相同的时间内扫过相同的面积;

III ——如果取两颗行星 P (周期为 T , 长轴为 a) 和 P' (周期为 T' , 长轴为 a'), 则比值 $\frac{T^2}{a^3}$ 和 $\frac{T'^2}{a'^3}$ 相等.

第一条定律给出轨道的形状. 第二条定律确定了行星沿其轨道运转的速度: 当行星接近太阳时, 它便加速运行; 当行星远
[13] 离太阳时, 它便减速运行. 第三条定律联系着速度与轨道的大小, 它与行星的物理特征没有关系: 行星越远, 其运行速度越慢.

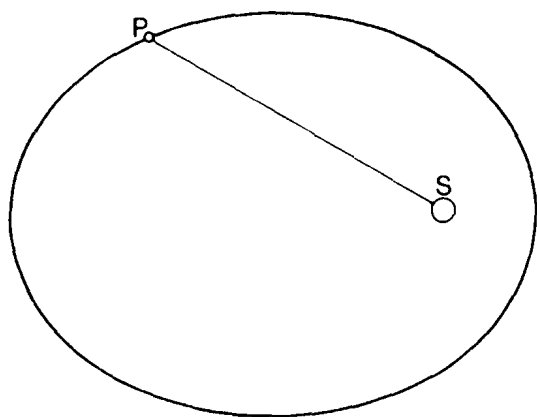


图1 椭圆轨道. S 位于焦点之一.

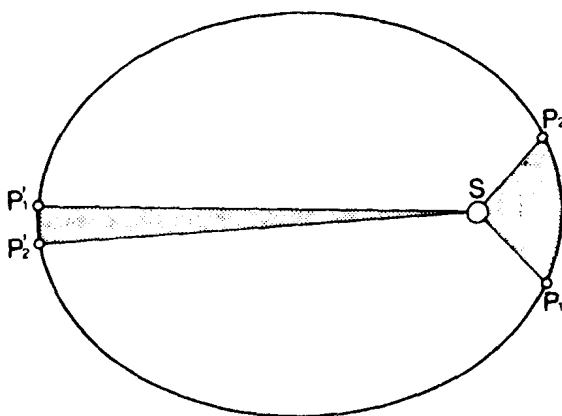


图2 面积定律. 弧 P_1P_2 及 $P'_1P'_2$ 运行同样的时间.

[14]

如果我们把九大行星的运行轨道实际上是在同一平面上的事实, 结合开普勒三大定律, 我们就得到了行星运动的一个完整的描述. 从水星到冥王星, 九个椭圆间一个套一个, 其上九大行星都沿同一方向环绕运转. 这是按太阳系的比例的永恒的赛马

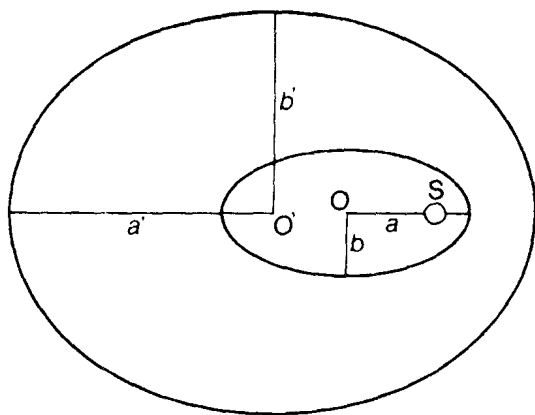


图 3 $\frac{a'}{a} = 2$, 因而 $\frac{T'}{T} = 2.8$. 开普勒椭圆有相同的焦点 S , 但中心不同. 它们的形状, 以至与此相关的 b 和 b' 的值, 并不重要.

(冥王星比水星离太阳远 100 倍, 绕太阳一周的时间是水星的 1000 倍), 它当然使人无法用准确的比例尺表示出来.

- [15] 那是 1605 年, 开普勒发现火星的轨道是椭圆. 他宣布他的前两条定律是在他的著作《新天文学 (Astronomia nova)》(1609) 上, 而第三条定律则是在他的《世界的和谐 (Harmonices Mundi)》(1618) 上. 我们可以毫不夸张地说, 这是历代最伟大的科学发现. 对于许多世纪来, 困扰人类最优秀的智者: 欧多克斯^①、亚里斯塔克^②、托勒密^③、哥白尼^④的一些问题, 开普勒给出了一个

① Eudoxe de Cnide (公元前 408—355), 古希腊天文学家和数学家. ——译者注

② Aristarque de Samos (公元前 310? —250?), 古希腊天文学家. ——译者注

③ Claudius Ptolemaeus (100? —170?), 居于埃及的古希腊天文学家和数学家. ——译者注

④ Nicolaus Copernicus (1473—1543), 波兰天文学家. ——译者注

完整的答案. 让我们来听听开普勒的凯旋曲(《世界的和谐》前言):“现在,处于极为美妙的沉思中的我的内心,18个月前被第一束曙光照亮,3个月前被一个特殊的日子所照亮,而很少有日子被太阳光自身照亮. 什么也不能使我从神圣激情的沉醉中抽身出来,什么也不能阻止我面对世俗的人间,坦荡地承认,为了献给上帝的祭坛,我窃取了埃及人的金瓶,尽管离埃及的边界那样遥远. 如果你们相信我,我欣慰;如果你们怒斥我,我忍受. 不管命运如何,我写我的书;人们现在读它,还是让后代来读它,这无关紧要:如果说上帝为他的作品的一个沉思者已等待了六千年,我的书也可等待读者一百年.”

[16]

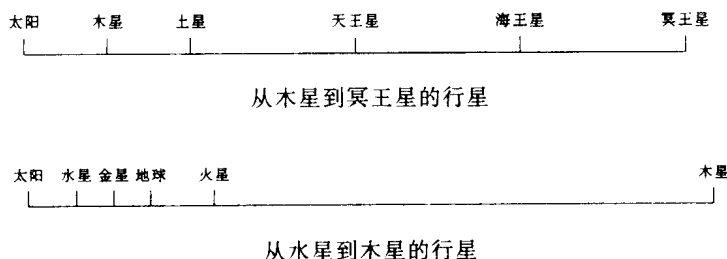


图 4

任何在天文馆里或者在天文图册前跟踪在黄道带上跳着蹒跚的进二步、退一步的圆舞曲的火星的人,都不会有开普勒那样的极端的热忱. 火星固然是在其黄道的一般方向上移动,但是它又在黄道周围不规则地摆动;重新前进以前,总是果断地先向后走,以至其轨线成了充斥后绕的乱线团,就像一个初出道的渔夫扔在深水中任其乱缠的钓鱼线. 木星和土星也有相同的情况. 内行星金星和水星,由于其靠近太阳,还给观察者提出另一些问题. 比如,所谓“晨星”和“暮星”其实是同一颗行星,即相对于太阳的不同位置下的金星. 确认这一事实,就已经假设一整套天文学理论.

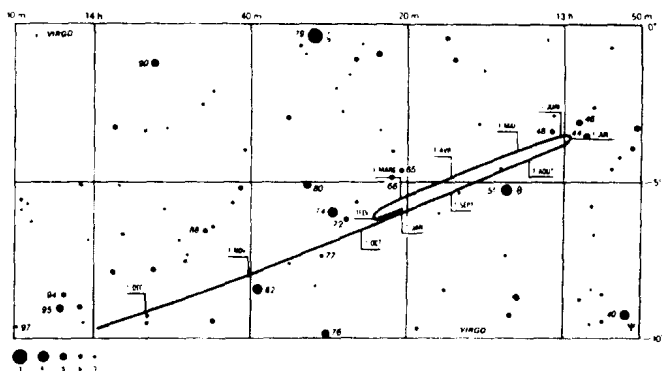


图 5 1982 年 1 月 1 日到 1982 年 12 月 31 日的土星位置.人们可看到它的后退运动(天文局年鉴,1982 年星历表,高蒂埃—维拉尔(Gauthier-Villars)出版社).

[17]

清理行星轨道,就像要从乱缠的带许多鱼钩的钓鱼线中理出头绪来一样,必须要有无限的耐心,何况它们又是在太阳系那样的尺度下进行.开普勒得益于托勒密和哥白尼的已经十分精确的理论以及第谷·布拉赫^①的观察.他并未因此减轻埋头于多年的惊人的计算.没有电子计算器,没有对数表.保存在普尔可沃^②图书馆的计算手稿有成千上万页.在《新天文学》中,他写下了对开的 15 页计算结果,并且恳求读者同情不幸的作者,这是他反复计算 70 次才得到的解.我们再来说渔夫,他看到他把钓鱼线垂直放到水中,那么他是否有某种理由相信当他把钓鱼线重新提出水面时,他能理顺这条线?支持某个托勒密或是某个开普勒努力奋斗的就是对宇宙中隐藏的和谐的不可动摇的信念.

① Tycho Brahe (1546—1601), 丹麦天文学家.——译者注

② Pulkovo, 俄国圣彼德堡附近、建于 1834 年的天文观测台所在地.——译者注

开普勒三大定律是几代天文学家的胜利；这些天文学家在时间上可追溯到远古，在地域上涉及广泛，从中国人到玛亚人，从迦勒底人到阿拉伯人，他们都坚持在那些他们看不到的地方赋以和谐和规律。用肉眼来看，行星的运动像一条湍急的河流那样有规律。那么，为什么不满足于这种整体印象，不满足于黄道的一般方向上的均匀运动的印象，而要不惜一切代价去解释行星的个体运动的甚为偶然的事件呢？

当然，这些知识并非是完全无关紧要的。自最远古时期起，星象学的需要已经使得预测行星在黄道带上的位置成为非常重要的实际大问题之一。开普勒本人作为皇家数学家，肩负建立占[18]星术和预卜天象的重任。在其生涯之初，他已非常幸运地预报了一个十分寒冷的冬天，多次农民暴动和对土耳其的战争；这使他声望大增，远超过他后来发表的所有学术著作给他带来的荣誉。日历的推算，特别是确定复活节的日期，同样提出了一些难度很大的天文学问题，它们的求解需要对地球、太阳和月亮各自的运动有精确的了解。

但是除了这些对我们来说早就过时的实际考虑外，还有一种深层次的理论欲望，一种对宇宙具有某种和谐的坚信；上帝以他的智慧创造了世界，而这种和谐或这种智慧，虽然隐藏着，却以简单的方式来表达。这些至今仍然是我们的信念，因而我们是开普勒和他所遵循的整个传统的继承者。借助于他们的信念，他们给我们遗留下他们的方法，因为他们教导我们，自然界的奥秘最好是用一种数学语言来揭示。就像伽里略^①所说，自然界的大书是用几何图形：圆、三角形和正方形来写成的。

人们可注意到，伽里略不谈椭圆；这似乎无关紧要，但有其重要性。在数学上，反映直观的图形是比仅用来解释直观的文字

^① Galileo Galilei (1564—1642)，意大利天文学家、物理学家和数学家。——译者注