

数学基本公式手册

〔苏〕 B·T 沃德涅夫 等编

李 文 译

*a
b
cd
f
g
h
i
j
k
l
m
n
o
p
q
r
s
t
u
v
w
x
y
z
A
B
C
D
E
F
G
H
I
J
K
L
M
N
O
P
Q
R
S
T
U
V
W
X
Y
Z
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
/*

黑龙江科学技术出版社

数学基本公式手册

Shuxue Jibengongshi Shouce

[苏] B.T. 沃德涅夫等编

李文译

黑龙江科学技术出版社

一九八四年·哈尔滨

封面设计：晓 白

数学基本公式手册

〔苏〕B.T. 沃德涅夫等编

李 文 译

黑龙江科学技术出版社出版

(哈尔滨市南岗区分部街 28 号)

黑龙江新华印刷厂附属厂印刷·黑龙江省新华书店发行

开本 787×1092 毫米 1/32·印张 11·5·字数 250 千

1984 年 10 月第一版·1984 年 10 月第一次印刷

印数：1—30,170

书号：13217·112

定价：1.25 元

译 者 的 话

《数学基本公式手册》是一本数学工具书，可供大、专院校师生及中、初级工程技术人员使用。手册中收集了有关微分与积分运算、解析几何、微分几何、线性代数、向量分析、微分方程理论、数理逻辑、概率论与数理统计方面的基本公式。作者把上述内容安排在相应的章节中，并考虑到各章节在逻辑上的联系，而未从应用上按大学、中学加以细分。

书中应用笛卡尔直角坐标系（如不特别申明）。为简化公式引用了一些符号： \forall （“任意”）、 \exists （“存在”）、 \Rightarrow （“导至”）、 \Leftrightarrow （“等价”、“当且只有当”）、 \neg （“否定”）及其他等。

限于译者水平，书中缺点错误可能不少。希望广大读者批评指正。

目 录

某些常数	1
第一章 初等几何	3
§ 1—1 集合	3
§ 1—2 测面积学	4
§ 1—3 立体几何	13
§ 1—4 几何变换	18
第二章 分析原理与代数	27
§ 2—1 代数变换	27
§ 2—2 三角公式	37
§ 2—3 双曲函数基本公式	44
§ 2—4 组合原理、牛顿公式	48
§ 2—5 实数与数集	50
§ 2—6 函数	51
第三章 方程与不等式	69
§ 3—1 线性方程与不等式	69
§ 3—2 二次方程与不等式	69
§ 3—3 指数方程与不等式	72
§ 3—4 对数方程与不等式	73
§ 3—5 三角方程与不等式	74
§ 3—6 含有绝对值的最简单方程与不等式	77
第四章 解析几何	79
§ 4—1 平面坐标系与空间坐标系	79
§ 4—2 迪卡尔平面直角坐标系的转换	84

§ 4—3 解析几何的最简单问题	85
§ 4—4 平面上的直线	88
§ 4—5 空间中的直线	93
§ 4—6 平面	97
§ 4—7 二次曲线	103
§ 4—8 二次曲面	113
第五章 高等代数	123
§ 5—1 复数	123
§ 5—2 多项式	126
§ 5—3 行列式	135
§ 5—4 矩阵运算	139
§ 5—5 线性方程组	145
第六章 微分	149
§ 6—1 极限与数列	146
§ 6—2 导数与微分	155
§ 6—3 台劳公式、幂级数	161
§ 6—4 多元函数	167
第七章 微分几何	174
§ 7—1 数量变量的矢量函数	174
§ 7—2 平面曲线	176
§ 7—3 空间曲线	181
§ 7—4 曲面	187
§ 7—5 曲线与曲面的特殊类型	192
第八章 积分	222
§ 8—1 不定积分	222
§ 8—2 不定积分表	281
§ 8—3 定积分	275

§ 8—4 多元函数的积分	280
§ 8—5 特殊积分	290
第九章 复数分析	297
§ 9—1 复变函数	297
§ 9—2 傅立叶级数·傅立叶积分	306
§ 9—3 运算	311
第十章 场论初步	517
§ 10—1 标量场	317
§ 10—2 矢量场	318
第十一章 微分方程	324
§ 11—1 线性常微分方程与方程组	324
§ 11—2 非线性微分方程	331
§ 11—3 偏微分方程	335
第十二章 数理逻辑	342
§ 12—1 命题的代数	342
§ 12—2 命题的运算	346
§ 12—3 谓词	347
第十三章 概率论与数理统计	349
§ 13—1 随机事件	349
§ 13—2 随机变量	351
§ 13—3 数理统计	355

某些常数

(精确到 0.0001)

$$\pi = 3.1416$$

$$\frac{1}{\pi} = 0.3183$$

$$2\pi = 6.2832$$

$$\pi^2 = 9.8696$$

$$\frac{\pi}{2} = 1.5708$$

$$\pi^3 = 31.0063$$

$$\frac{\pi}{3} = 1.0472$$

$$\pi^4 = 97.4091$$

$$\frac{\pi}{4} = 0.7854$$

$$\sqrt{\pi} = 1.7725$$

$$\frac{\pi}{6} = 0.5236$$

$$\frac{\pi}{180} = 0.0175$$

$$\left(\frac{\pi}{180}\right)^2 = 0.0003$$

$$e = 2.7183$$

$$\frac{1}{e} = 0.3679$$

$$e^2 = 7.3891$$

$$\sqrt{e} = 1.6487$$

$$M = \lg e = 0.4343$$

$$\frac{1}{M} = \ln 10 = 2.3026$$

$$\ln 2 = 0.6931$$

$$\ln 6 = 1.7918$$

$$\ln 3 = 1.0986$$

$$\ln 7 = 1.9459$$

$$\ln 4 = 1.3863$$

$$\ln 8 = 2.0794$$

$$\ln 5 = 1.6094$$

$$\sqrt[3]{2} = 1.4142$$

$$\sqrt[3]{3} = 1.7321$$

$$\sqrt[3]{5} = 2.2361$$

$$\sqrt[3]{6} = 2.4495$$

$$\frac{1}{3} = 0.3333$$

$$\frac{1}{6} = 0.1667$$

$$\frac{1}{2!} = \frac{1}{2} = 0.5000$$

$$\frac{1}{3!} = \frac{1}{6} = 0.1667$$

$$\frac{1}{4!} = \frac{1}{24} = 0.0417$$

$$\ln 9 = 2.1972$$

$$\sqrt[3]{7} = 2.6458$$

$$\sqrt[3]{8} = 2.8284$$

$$\sqrt[3]{10} = 3.1623$$

$$\frac{1}{7} = 0.1429$$

$$\frac{1}{9} = 0.1111$$

$$\frac{1}{5!} = \frac{1}{120} = 0.0083$$

$$\frac{1}{6!} = \frac{1}{720} = 0.0014$$

$$\frac{1}{7!} = \frac{1}{5040} = 0.0002$$

第一章 初等几何

§ 1—1 集 合

集 合

由元素 x, y, \dots 组成的集合 A

$$A = \{x, y, \dots\}, x \in A, y \in A, \dots$$

由满足条件 P 的元素 x 组成的集合 A

$$A = \{x | x \text{ 满足条件 } P\}.$$

ϕ —空集

属于 $A \subset B$ — A 属于集合 B .

$A = B$ —集合 A 与 B 重合.

并集

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\},$$

$$A \cup B = B \cup A,$$

$$A \cup A = A,$$

$$A \cup \phi = A,$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C),$$

$$A \subset A \cup B, B \subset A \cup B.$$

集合运算

$$A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且同时 } x \in B\},$$

$$A \cap B = B \cap A,$$

$$A \cap A = A,$$

$$A \cap \phi = \phi,$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C),$$

$$A \cap B \subset A, A \cap B \subset B,$$

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C),$$

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C).$$

集合的差

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A, x \notin B\},$$

$$A \setminus A = \phi,$$

$$(A \setminus B) \cap C = (A \cap C) \setminus B = (A \cap C) \setminus (B \cap C)$$

$$A \setminus B = A \setminus (A \cap B),$$

$$A = (A \cap B) \cup (A \setminus B).$$

全集的补集

$$CA = S \setminus A (A \subset S),$$

$$C(CA) = A,$$

$$A \subset B \Leftrightarrow CB \subset CA.$$

对偶原则

$$C(A \cap B) = CA \cup CB,$$

$$C(A \cup B) = CA \cap CB.$$

§ 1—2 测面积学

若干符号

$[AB]$ ——端点为 AB 的线段,

$|AB|$ ——线段 $[AB]$ 的长,

(AB) ——通过两点 AB 的直线,

\overrightarrow{AB} ——由 A 点发出并通过 B 点的射线,

$\angle ABC$ ——顶点为 B 的角,

\widehat{ABC} ——角的数值,

d ——直角,

1° ——1度, 平角的 $\frac{1}{180}$, $\alpha \cdot 1^\circ = \alpha^\circ$,

$1'$ ——1分, $1' = \left(\frac{1}{60}\right)^\circ = \frac{1}{60} \cdot 1^\circ$,

$1''$ ——1秒, $1'' = \left(\frac{1}{60}\right)' = \frac{1}{60} \cdot 1'$,

1弧度 $= \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ \approx 57^\circ 17' 45''$.

弧度与角度的关系

$$\alpha^\circ = \alpha \cdot \frac{\pi}{180} \text{ 弧度.}$$

三角形 (图 1)

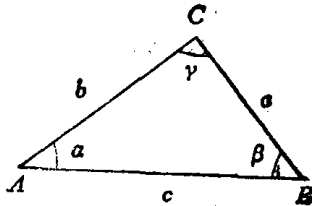


图 1

内角和

$$\alpha + \beta + \gamma = \pi.$$

余弦定理

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha,$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \beta,$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma.$$

正弦定理

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$$

(R ——外接圆半径).

由顶点 A 引出的中线长 m_a ,

$$m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}.$$

由顶点 A 引出的高 h_a

$$h_a = \frac{2\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}{a}$$

$$\left(p = \frac{a+b+c}{2} - \text{周长之半}\right).$$

由顶点 A 引出的角平分线长 l_a

$$l_a = \frac{2\sqrt{bc p(p-a)}}{b+c}$$

(p ——周长之半).

角 A 的平分线的性质

若 D 为角分线与 BC 边的交点, 则

$$\frac{|BD|}{|DC|} = \frac{|AB|}{|AC|}.$$

中线的性质

若 E 和 F 分别 $[AB]$ 及 $[BC]$ 边的中点, 则 $[EF] \parallel [AC]$,

$$|EF| = \frac{1}{2}|AC|.$$

面积

$$S = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}bh_b = \frac{1}{2}ch_c$$

(h_a, h_b, h_c ——分别为由 A, B, C 引出的高长),

$$S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma = \frac{1}{2}ac \sin \beta = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} \quad (\text{海伦公式})$$

$$\left(P = \frac{a+b+c}{2} \right)$$

$$S = \frac{abc}{4R}$$

(R ——外接圆半径) ,

$$S = pr$$

(r ——内切圆半径) .

直角三角形 (图 2)

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}.$$

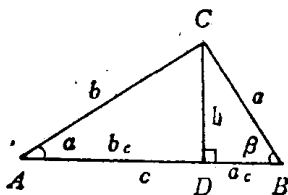


图 2

勾股弦定理

$$a^2 + b^2 = c^2$$

(a, b ——直角边长, c ——斜边长) .

直角三角形的其他关系式

$$b^2 = b_c \cdot c,$$

$$a^2 = a_c \cdot c,$$

$$h_c^2 = a_c \cdot b_c.$$

边角之间的关系

$$a = c \cdot \sin \alpha, \quad a = c \cdot \cos \beta,$$

$$\begin{aligned}
 b &= c \cdot \sin \beta, & b &= c \cdot \cos \alpha, \\
 a &= b \cdot \operatorname{tg} \alpha, & a &= b \cdot \operatorname{ctg} \beta, \\
 b &= a \cdot \operatorname{tg} \beta, & b &= a \cdot \operatorname{ctg} \alpha.
 \end{aligned}$$

平行四边形 (图 3)

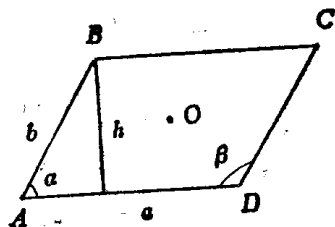


图 3

边与角的性质

$$\begin{aligned}
 [AB] \parallel [CD], & \quad [AB] \cong [CD], \\
 [AD] \parallel [BC], & \quad [AD] \cong [BC], \\
 \widehat{BAC} = \widehat{BCD}, & \quad \widehat{ABC} = \widehat{ADC}, \\
 \alpha + \beta = \pi.
 \end{aligned}$$

对角线的性质

$O = [AC] \cap [BD]$ —— 平行四边形对角线的交点, 对称中心,

$$\begin{aligned}
 [AO] \cong [OC], & \quad [BO] \cong [OD], \\
 |AC|^2 + |BD|^2 &= 2(a^2 + b^2).
 \end{aligned}$$

面积

$$S = ah,$$

$$S = ab \sin \alpha,$$

$$S = \frac{1}{2} |AC| \cdot |BD| \sin \widehat{AOB}.$$

菱形 (图 4)

边的性质

$$|AB| = |BC| = |CD| = |AD|,$$

$$\angle AB \parallel \angle DC, \quad \angle BC \parallel \angle AD.$$

对角线的性质

$$\angle AC \perp \angle BD.$$

面积

$$S = ah,$$

$$S = a^2 \sin \alpha,$$

$$S = \frac{1}{2} |AC| \cdot |BD|.$$

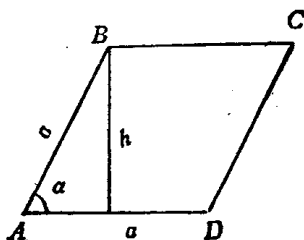


图 4

矩形 (图 5)

边和角的性质

$$|AB| = |CD|, \quad |AD| = |BC|,$$

$$\angle AB \parallel \angle CD, \quad \angle AD \parallel \angle BC,$$

$$\widehat{BAD} = \widehat{ABC} = \widehat{BCD} = \widehat{ADC} = \frac{\pi}{2}.$$

对角线的性质

$$d = \sqrt{a^2 + b^2},$$

$$|AC| = |BD|.$$

面积

$$S = ab.$$

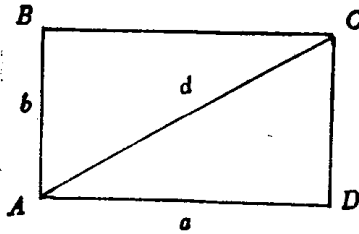


图 5

正方形 (图 6)

边和角的性质

$$|AB| = |BC| = |CD| = |DA|,$$

$$\widehat{BAD} = \widehat{ABC} = \widehat{BCD} = \widehat{CDA} = \frac{\pi}{2}.$$

对角线的长

$$d = a\sqrt{2}.$$

面积

$$S = a^2 = \frac{1}{2}d^2.$$

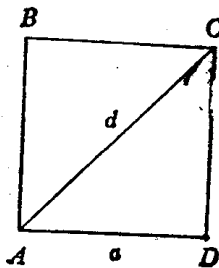


图 6

梯形 (图 7)

边的性质