模糊系统与专家系统

FUZZY SYSTEMS AND EXPERT SYSTEMS

邹开其　徐　扬　编著

西南交通大学出版社

内 容 提 要

本书从系统的角度详尽地介绍了模糊数学的理论及其应用。主要内容有：模糊系统的基本理论、评价、聚类、识别、规划、决策和信息处理以及基于模糊系统的专家系统和不确定性推理。其中的许多内容汇集了近年来（特别是1985年、1986年、1987年、1988年）国内外的一些研究成果。本书由浅入深，强调应用，同时也适当地作了一些理论性介绍。

本书可作为从事系统、信息、管理、控制和经济等领域的工程技术人员、大专院校师生以及致力于新兴学科和边缘学科研究的科研人员的一本实用参考书，也可作为高等院校的本科生、研究生有关专业的教科书。

模糊系统与专家系统

MOHU XITONG YU ZHUANJIA XITONG

邹开其　徐　扬　编著

*

西南交通大学出版社出版发行

（四川　峨眉山市）

四川省新华书店经销

西南交通大学出版社印刷厂印刷

*

开本：787×1092　1/32　印张：12.4375

字数：271千字　印数：1～5000册

1989年6月第一版　1989年6月第一次印刷

ISBN 7-81022-069-1/O 014

定价：2.60元

前　　言

凡是有人参与的系统，都要由人进行设计管理和评价决策。因而，研究系统时就不能无视客观外界事物在人脑中反映的不精确性——模糊性及事物本身的模糊性，它是由客观差异的中介过渡性所引起的划分上的一种不确定性。

当代科学的发展迫使各门学科尽可能地定量化和精确化，但那些所谓数学禁区的领域，象人文科学、生物科学等，传统的数学在它们面前确实显得无能为力，这绝非是这些领域不需要数学，而是由于它们太复杂了。模糊集理论的创始人、美国加利福尼亚大学 L. A. Zadeh 教授 1973 年说："当一个系统复杂性增大时，我们使它精确化的能力将减低，在达到一定的阈值时，复杂性和精确性将相互排斥。"这就是著名的"不相容原理"。他尖锐地指出当代科学中的一个基本矛盾就是复杂性与精确性之间的矛盾。如何解决它，R. E. Bellman 在 1973 年曾作了一个极好的回答："要想确切地描述任何现实的物理状态，事实上是办不到的。这是一个公认并经过检验的事实。因此，描述的主要问题便是：减少必然会有的不确切性，使它达到无关紧要的程度。为了把整个问题描述得详尽，我们必须在准确和简明之间取得平衡，既减少复杂性而又不过于简单化。" J. A. Goguen 1974 年说得更加明确："描述的不确切性并非坏事，相反，倒是件好事，它能用较少的代价传输足够的信息，并能对复

杂事物作出高效率的判断和处理。也就是说，不确切性有助于提高效率。”

模糊集理论的提出尽管仅有二十多年，但已广泛应用于各个学科，并不断取得一个个惊人的成果，更引人注目的是，日、美和我国已相继研制成功了智能化的新型计算机雏型——模糊推理机，这标志着模糊集理论的伟大意义，它必将推动整个科学的发展，把人类社会推向一个新的更加文明的时代。

本书是活跃在工程技术、系统、信息、管理、控制和经济等领域中的科技工作者的一本实用参考书，并特别奉献给那些致力于新兴学科和边缘学科研究的探索者。本书内容安排由浅入深，强调应用，介绍了大量的应用方法，同时，也适当穿插了近代数学的一些新思想，当全书读完后，读者会有又上一层楼之感。

由于模糊集理论正值迅速发展的阶段，因此，必有不完善之处，再加之作者才疏学浅，书中定有不少错漏，恳请读者批评指正。

笔者衷心感谢汪培庄教授、郭可詹教授、孙荣光教授和黄盛清教授，他们为本书作了许多实质性的指导；衷心感谢西南交通大学应用数学系和《国家自然科学基金项目——桥梁损伤评估及对策专家系统》研究组对作者的鼓励与支持；衷心感谢西南交通大学出版社的同志们对出版本书的支持和所付出的辛勤劳动。

邹开其　徐　扬

1987年12月于峨眉

目　录

第一章　模糊集合论……………………………1

§1.1　模糊集的定义及运算 ……………………1

§1.2　模糊集的格 ………………………………9

§1.3　模糊集与普通集的关系 …………………15

§1.4　扩展原理 …………………………………21

§1.5　凸模糊集 …………………………………29

§1.6　模糊数 ……………………………………35

§1.7　模糊集的范畴 ……………………………46

第二章　模糊系统聚类及评价…………………60

§2.1　聚类分析 …………………………………60

§2.2　模式识别 …………………………………83

§2.3　综合评判 …………………………………90

§2.4　模糊积分及系统评价……………………107

第三章　模糊规划 ………………………………118

§3.1　模糊约束下的寻优问题…………………118

§3.2　模糊线性规划……………………………129

§3.3　模糊线性多目标规划……………………133

第四章　模糊系统决策 …………………………137

§4.1　具有模糊信息的统计决策………………137

§4.2 模糊决策……………………………………147
§4.3 模糊环境下的指派问题……………………159

第五章 模糊逻辑系统 ……………………………178

§5.1 模糊命题……………………………………179
§5.2 模糊逻辑……………………………………180
§5.3 模糊逻辑公式中短语和文字的可消性
……………………………………………… 189
§5.4 模糊逻辑公式的分析合成及模糊逻辑
电路的实现 ……………………………213
§5.5 模糊语言逻辑……………………………229
§5.6 故障诊断……………………………………234
§5.7 区间值逻辑…………………………………252
§5.8 常用的模糊蕴涵算子……………………264

第六章 基于模糊系统的不确定性推理 ……………266

§6.1 各种模糊推理方法…………………………266
§6.2 模糊推理中的单调性………………………289
§6.3 量化命题的推理方法………………………299
§6.4 复合蕴涵的模糊推理方法…………………303
§6.5 多重蕴涵的模糊推理方法…………………312
§6.6 模糊逻辑蕴涵函数…………………………315
§6.7 合情推理……………………………………321
§6.8 推理的同态准则……………………………329
§6.9 区间值模糊推理……………………………335

第七章　专家系统 ……………………………340
§7.1　专家系统的建造……………………………341
§7.2　知识表示……………………………………351
§7.3　专家系统中工具的选择……………………359
参考文献 ……………………………………………369

第一章　模糊集合论

§1.1　模糊集的定义及运算

任何一个概念总有它的内涵和外延，概念的内涵是这一概念的本质属性，概念的外延是指符合这一概念的全体对象，实际上就是一个集合。

我们在说到某个概念的外延时，总是在一定的范围内来讨论。讨论的范围叫论域，论域中的每个对象叫元素。

给定一个论域 X，X 中的全部子集记作 $\mathscr{P}(X)$，即

$$\mathscr{P}(X)=\{A\,|\,A\subset X\}\,, \tag{1.1.1}$$

一个精确的概念，它的外延是一个普通集合，设这个集合为 A，故有 $\forall x\in X$，$x\in A$ 与 $x\overline{\in}A$ 二者必居且仅居其一。这种特性可用 A 的特征函数 χ_A 来描述。

$$\chi_A: X\longrightarrow\{0,\ 1\}$$

$$x\longmapsto\chi_A(x)=\begin{cases}1, & x\in A,\\ 0, & x\overline{\in}A\,。\end{cases} \tag{1.1.2}$$

A 的特征函数在 x 处的值 $\chi_A(x)$ 叫做 x 对 A 的隶属度。当 $x\in A$ 时，隶属度是 1，表示 x 绝对隶属于 A；当 $x\overline{\in}A$ 时，隶属度是 0，表示 x 绝对不属于 A。

不难看出，特征函数满足下列运算性质：

$$\chi_{A\cup B}(x)=\max\{\chi_A(x),\ \chi_B(x)\}; \tag{1.1.3}$$

$$\chi_{A\cap B}(x)=\min\{\chi_A(x),\ \chi_B(x)\};\qquad(1.1.4)$$

$$\chi_{A^C}(x)=1-\chi_A(x)\ 。\qquad(1.1.5)$$

其中，A、B、$A^C\in\mathscr{P}(X)$ 。

令人遗憾的是，世界上的许多概念都是模糊概念，用绝对的属于和绝对的不属于去描述已经远远不够了。例如“青年人”就是一个模糊概念，它的外延是一个边界不清楚的集合，我们很难说 35 岁的人是不是“青年人”。因而有必要打破绝对的隶属关系，拓广数学的基础——集合论。为此，美国加利福尼亚大学 L.A. Zadeh 教授于 1965 年引入了新的概念——模糊集合。

定义 1.1.1 设 X 是论域，称映射

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}:\ X\longrightarrow[0,\ 1]$$

$$x\longrightarrow\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$$

确定了 X 的一个模糊子集*，简称模糊集，记为 $\underset{\sim}{A}$。$\mu_{\underset{\sim}{A}}$ 叫模糊集 $\underset{\sim}{A}$ 的隶属函数，$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)$ 叫元素 x 隶属于 $\underset{\sim}{A}$ 的程度，简称为隶属度。

X 中的模糊集的全体记为 $\mathscr{F}(X)$，即

$$\mathscr{F}(X)=\{\underset{\sim}{A}\,|\,\underset{\sim}{A}\text{ 是 }X\text{ 的模糊集}\}\ 。$$

例 1.1.1 设论域 $X=\{$张，王，李，赵$\}$，a 表示“漂亮”这一模糊概念，其外延是一模糊集 $\underset{\sim}{A}$。设这四人对 a 的隶属度分别为

---

* 这里采用映射来定义模糊子集，后面将证明它与 $\underset{\sim}{A}$ 是互相唯一确定的。

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(张)=0.9,\qquad \mu_{\underset{\sim}{A}}(王)=0.4,$$

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(李)=0.2,\qquad \mu_{\underset{\sim}{A}}(赵)=0。$$

按 L.A.Zadeh 的记法，有

$$\underset{\sim}{A}=0.9/张+0.4/王+0.2/李+0/赵$$

或 $$\underset{\sim}{A}=0.9/张+0.4/王+0.2/李。$$

上式右端无分式求和之意，分母是论域 X 中的元素，分子是相应的隶属度，隶属度为 0 的项可以不写。

也可把 $\underset{\sim}{A}$ 以向量形式表示为

$$\underset{\sim}{A}=(0.9,\ 0.4,\ 0.2,\ 0),$$

此时，其分量切勿随意颠倒顺序，且隶属度为 0 的项必须写入。

当论域 X 是无限集时，若 $\underset{\sim}{A}\in\mathscr{F}(X)$，则可记 $\underset{\sim}{A}$ 为

$$\underset{\sim}{A}=\int_X \mu_{\underset{\sim}{A}}(x)/x。$$

这里"$\int$"无积分之意，它表示 X 中各元素与其对应的隶属度之间关系的一个总括。

当 X 是一个实数区间时，其模糊集可用普通的实函数表示。

例 1.1.2 以年龄作论域，取 $X=[0,200]$。L.A.Zadeh 给出了"年老 $\underset{\sim}{A}$"和"年轻 $\underset{\sim}{B}$"两个模糊集的隶属函数（图 1.1.1）分别为：

$$\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)=\begin{cases}0, & 0\leqslant x\leqslant 50,\\ \left[1+\left(\dfrac{x-50}{5}\right)^{-2}\right]^{-1}, & 50<x\leqslant 200。\end{cases}$$

$$\underset{\sim}{\mu_B}(x)=\begin{cases}1, & 0\leqslant x\leqslant 25,\\ \left[1+\left(\dfrac{x-25}{5}\right)^2\right]^{-1}, & 25< x\leqslant 200。\end{cases}$$

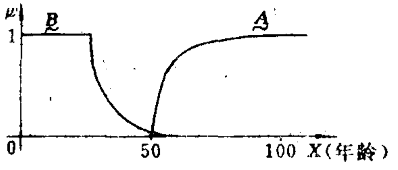

图 1.1.1 "年轻 $\underset{\sim}{B}$"、"年老 $\underset{\sim}{A}$"的隶属函数曲线

例 1.1.3 X＝N＝{全体自然数}。$\underset{\sim}{A}$ 表示"近似等于10的自然数"，则可有

$$\underset{\sim}{A}=0.1/7+0.5/8+0.8/9+1/10$$
$$+0.8/11+0.5/12+0.1/13。$$

例 1.1.4 X＝R＝{全体实数}。$\underset{\sim}{B}$ 表示"聚集在 10附近的实数"，则可有

$$\underset{\sim}{B}=\int_R\left[1+\left(\frac{1}{5}(x-10)\right)^2\right]^{-1}/x。$$

L.A.Zadeh 对模糊集之间的运算给出了

定义 1.1.2 设 $\underset{\sim}{A}$、$\underset{\sim}{B}\in\mathscr{F}(X)$，则

$$\mu_{\underset{\sim}{A}\cup\underset{\sim}{B}}(x)=\max\{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x),\ \mu_{\underset{\sim}{B}}(x)\};\tag{1.1.6}$$

$$\mu_{\underset{\sim}{A}\cap\underset{\sim}{B}}(x)=\min\{\mu_{\underset{\sim}{A}}(x),\ \mu_{\underset{\sim}{B}}(x)\};\tag{1.1.7}$$

$$\mu_{\underset{\sim}{A}^c}(x)=1-\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)。\tag{1.1.8}$$

L.A.Zadeh 对模糊集之间的关系给出了

定义 1.1.3 设$\underset{\sim}{A}$、$\underset{\sim}{B}\in\mathscr{F}(X)$，则

$$\underset{\sim}{A}\subset\underset{\sim}{B}\Longleftrightarrow\forall x\in X,\ \mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\leqslant\mu_{\underset{\sim}{B}}(x);\tag{1.1.9}$$

$$\underset{\sim}{A}=\underset{\sim}{B}\Longleftrightarrow\forall x\in X,\ \mu_{\underset{\sim}{A}}(x)=\mu_{\underset{\sim}{B}}(x)。\tag{1.1.10}$$

这些定义显然是普通集合并、交、余、包含、相等的推广。

例 1.1.5 按例1.1.2，则“年老或年轻”为

$$\mu_{\underset{\sim}{A}\cup\underset{\sim}{B}}(x)=\begin{cases}1, & 0\leqslant x\leqslant 25,\\ \left[1+\left(\dfrac{x-25}{5}\right)^{2}\right]^{-1}, & 25<x\leqslant\dfrac{75+\sqrt{725}}{2},\\ \left[1+\left(\dfrac{x-50}{5}\right)^{-2}\right]^{-1}, & \dfrac{75+\sqrt{725}}{2}<x\leqslant 200。\end{cases}$$

“又老又年轻”为

$$\mu_{\underset{\sim}{A}\cap\underset{\sim}{B}}(x)=\begin{cases}0, & 0\leqslant x\leqslant 50,\\ \left[1+\left(\dfrac{x-50}{5}\right)^{-2}\right]^{-1}, & 50<x\leqslant\dfrac{75+\sqrt{725}}{2},\\ \left[1+\left(\dfrac{x-25}{5}\right)^{2}\right]^{-1}, & \dfrac{75+\sqrt{725}}{2}<x\leqslant 200。\end{cases}$$

“不年轻”为

$$\mu_{B^{C}}(x)=\begin{cases}0, & 0\leqslant x\leqslant 25,\\ 1-\left[1+\left(\dfrac{x-25}{5}\right)^{2}\right]^{-1}, & 25<x\leqslant 200。\end{cases}$$

为了说明L.A.Zadeh给出的模糊集之间的运算的合理性，1973年Belleman给出了

定理 1.1.1 设$\vee$、$\wedge$是$[0,1]\times[0,1]\to[0,1]$的

二元运算且满足：

（1）交换律成立，即

$$x\vee y=y\vee x,\qquad x\wedge y=y\wedge x; \tag{1.1.11}$$

（2）结合律成立，即

$$(x\vee y)\vee z=x\vee(y\vee z),$$

$$(x\wedge y)\wedge z=x\wedge(y\wedge z); \tag{1.1.12}$$

（3）分配律成立，即

$$x\wedge(y\vee z)=(x\wedge y)\vee(x\wedge z),$$

$$x\vee(y\wedge z)=(x\vee y)\wedge(x\vee z); \tag{1.1.13}$$

（4）$\vee$、$\wedge$ 是连续的二元不减函数；

（5）$x\vee x$、$x\wedge x$ 是 x 的严格增函数；

（6）$x\wedge y\leqslant\min\{x,y\}$，$x\vee y\geqslant\max\{x,y\}$；

$$\tag{1.1.14}$$

（7）$1\wedge 1=1$，$0\vee 0=0$， (1.1.15)

则

$$a\vee b=\max\{a,b\}, \tag{1.1.16}$$

$$a\wedge b=\min\{a,b\}。 \tag{1.1.17}$$

证明 不妨设 $a\geqslant b$。令 $k(x)=x\wedge x$，由（7）得

$$k(1)=1。$$

由（6）得 $\quad k(0)\leqslant 0$

且因 $\quad k(0)\geqslant 0$，

故 $\quad k(0)=0$。

由（5）知 $k(x)$ 的反函数存在且反函数也是严格增函数。

设 $\quad k(x)=a'$，

则由（6）和（3）知，

$$k(x)=x\wedge x=a'\leqslant\max\{a',\ a'\wedge a'\}$$
$$\leqslant a'\vee(a'\wedge a')=(a'\vee a')\wedge(a'\vee a')$$
$$=k(a'\vee a')。$$

故 $\quad x\leqslant a'\vee a'$。

再由（6）和（3）知

$$x\geqslant\min\{x,\ x\vee x\}\geqslant x\wedge(x\vee x)$$
$$=(x\wedge x)\vee(x\wedge x)=a'\vee a',$$

所以 $\quad x=a'\vee a'$，

因而 $\quad k(x)=k(a'\vee a')$，

故 $\quad a'=a'\vee(a'\wedge a')$。

由（4）和 $k(1)=1$，$k(0)=0$ 知 $k(x)$ 是〔0，1〕到〔0，1〕的满射，因而 $\forall t\in$〔0，1〕，都有

$$t=t\vee(t\wedge t)。$$

同理可证 $\quad \forall t\in$〔0，1〕，$\quad t=t\wedge(t\vee t)$。

令 $t=c\vee c$，则

$$c\vee c=(c\vee c)\vee[(c\vee c)\wedge(c\vee c)]$$
$$=(c\vee c)\vee[c\vee(c\wedge c)]$$
$$=(c\vee c)\vee c=[(c\vee c)\vee c]\vee c$$
$$=(c\vee c)\vee(c\vee c)。$$

即 $\quad t=t\vee t$。

因而 $\quad a\vee a=a$。

同理 $\quad a\wedge a=a$。

$\forall a',\ b'\in$〔0，1〕，

$$a'\leqslant a'\vee(a'\wedge b')=(a'\vee a')\wedge(a'\vee b')$$
$$=a'\wedge(a'\vee b')\leqslant a',$$

故 $\quad a'\vee(a'\wedge b')=a'\wedge(a'\vee b')=a'$。

令　$f(x)=a\wedge x$，显然 $f(x)$ 是 x 的连续增函数，且

$$f(0)=0\leqslant b, \qquad f(a)=a\geqslant b。$$

由中值定理，$\exists c\in[0, a]$，使得

$$f(c)=b。$$

即　$$a\wedge c=b。$$

所以　$$a\vee b=a\vee(a\wedge c)=a=\max\{a, b\},$$

$$a\wedge b=a\wedge(a\wedge c)=(a\wedge a)\wedge c$$

$$=a\wedge c=b=\min\{a, b\}。$$

定理 1.1.2　设 h 是 $[0, 1]\to[0, 1]$ 的映射且满足：

(1) $h(0)=1$，　　$h(1)=0$；

(2) h 是连续严格减函数；

(3) $h(h(x))=x$；

(4) $h(1-x)=1-h(x)$，

则　$$h(x)=1-x。$$

证明　若 $x=0$，$\frac{1}{2}$，1，则结论显然。若 $\exists x_0, x_0\neq 0$，$\frac{1}{2}$，1，使得 $h(x_0)=y_0\neq 1-x_0$，不妨设

$$y_0>1-x_0,$$

令　$x_1=1-x_0$，$h(x_1)=y_1$，则

$$y_1=h(x_1)=h(1-x_0)$$

$$=1-h(x_0)<1-(1-x_0)$$

$$=x_0。$$

于是

$$1-x_0<h(x_0)<h(y_1)=x_1=1-x_0$$

矛盾，故

$h(x)=1-x$ 。

为简便计，（无特殊声明时）今后常用∨、∧、$^-$分别代替 max、min、h 。

除 L.A.Zadeh 给出的算子外，还有其它一些算子，例如：

概率算子

$$\mu_{\underset{\sim}{A}\cdot\underset{\sim}{B}}(x)=\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\cdot\mu_{\underset{\sim}{B}}(x), \tag{1.1.18}$$

$$\mu_{\underset{\sim}{A}\hat{+}\underset{\sim}{B}}(x)=\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)+\mu_{\underset{\sim}{B}}(x)-\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)\cdot\mu_{\underset{\sim}{B}}(x)。 \tag{1.1.19}$$

有界和算子

$$\mu_{\underset{\sim}{A}\oplus\underset{\sim}{B}}(x)=1\wedge[\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)+\mu_{\underset{\sim}{B}}(x)]。 \tag{1.1.20}$$

有界积算子

$$\mu_{\underset{\sim}{A}\otimes\underset{\sim}{B}}(x)=0\vee[\mu_{\underset{\sim}{A}}(x)+\mu_{\underset{\sim}{B}}(x)-1]。 \tag{1.1.21}$$

其它算子如 γ 算子，Yager 算子，Kaufmann 算子等，参见〔2〕。这些算子都具有一定的合理性且各有其特点，各自描写着不同的现象，读者可据需要选择使用。

§1.2 模糊集的格

为了研究论域 X 上模糊集的全体 $\mathscr{F}(X)$ 的代数结构，我们先介绍格的概念。

定义 1.2.1 设 L 是一集合，$\leqslant$ 是 L 上的二元关系。若 $\leqslant$ 满足：

（1）自反性 $\forall x\in L$，$x\leqslant x$；

(2) 反对称性　$\forall x, y \in L$, $x \leqslant y$ 且 $y \leqslant x$
$\Longrightarrow x = y$;

(3) 传递性　$\forall x, y, z \in L, x \leqslant y, y \leqslant z \Longrightarrow x \leqslant z$,
则称 $\leqslant$ 为 L 上的偏序关系，$(L, \leqslant)$ 为偏序集。

例 1.2.1　实数集 R 关于普通实数的大小关系 $\leqslant$ 是一个偏序集。

例 1.2.2　在自然数集合 N 中定义二元关系

$$m \leqslant n \Longleftrightarrow m \mid n$$

则 $(\mathbf{N}, \leqslant)$ 是一个偏序集。这里 $m \mid n$ 表示 n 能被 m 整除。

例 1.2.3　$\mathscr{P}(X)$ 关于集合的包含关系 $\subseteq$ 是一个偏序集。

显然，$\leqslant$ 是从大小关系中抽象出来的一般概念，它不一定表示普通的大小关系。

容易验证，偏序集的子集按原来的偏序关系仍成为偏序集。

定义 1.2.2　设 $(L, \leqslant)$ 是一偏序集，$S \subseteq L$，若 $a \in L$ 且 $\forall x \in S$，$x \leqslant a$，则称 a 为 S 的一个上界。如果 b 是 S 的上界且对 S 的任一上界 c 均有 $b \leqslant c$，则称 b 为 S 的上确界，记为

$$b = \sup_{x \in S} x \quad \text{或} \quad \bigvee_{x \in S} x$$

或　$\sup S$　或　$\bigvee S$

注意，S 的上确界不一定在 S 中。

类似可以定义 S 的下界和下确界，下确界记为

$$\inf_{x \in S} x \quad \text{或} \quad \bigwedge_{x \in S} x \quad \text{或} \quad \inf S \quad \text{或} \quad \bigwedge S。$$