

General Relativity and Cosmology
General Relativity and Cosmology
Wang Yongjiu



广义相对论 和宇宙学

GENERAL RELATIVITY AND COSMOLOGY
GENERAL RELATIVITY AND COSMOLOGY

Wang Yongjiu

王永久 / 著



湖南科学技术出版社

General Relativity and Cosmology
General Relativity and Cosmology
Wang Yongjiu



广义相对论 和宇宙学

GENERAL RELATIVITY AND COSMOLOGY
GENERAL RELATIVITY AND COSMOLOGY

Wang Yongjiu

王永久 / 著



湖南科学技术出版社

广义相对论和宇宙学

著 者：王永久

责任编辑：胡海清

出版发行：湖南科学技术出版社

社 址：长沙市展览馆路 66 号

<http://www.hnstp.com>

邮购联系：本社直销科 0731-4441720

印 刷：湖南省新华印刷二厂

(印装质量问题请直接与本厂联系)

厂 址：邵阳市双坡岭

邮 编：422001

经 销：湖南省新华书店

出版日期：2000 年 12 月第 1 版第 1 次

开 本：850mm×1168mm 1/32

印 张：27

插 页：8

字 数：711000

书 号：ISBN 7-5357-2980-0/O·183

定 价：90.00 元

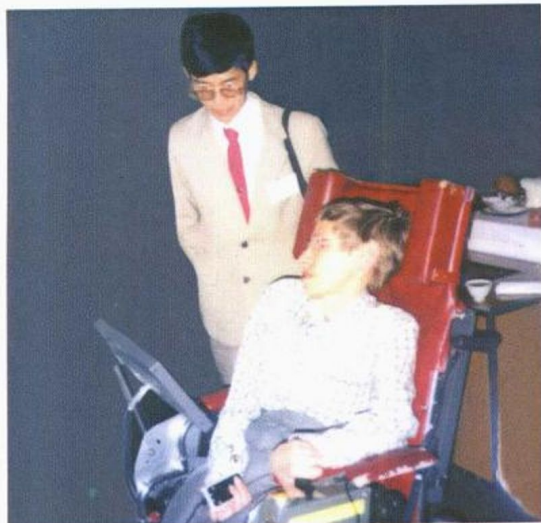
(版权所有·翻印必究)

以致广大
以尽精微

王永久著《广义相对论和
宇宙学》
王绶琯题。

中国科学院院士、数学物理学部副主任王绶琯的题词：

以致广大，以尽精微。



作者于1991年在日本京都和当代卓越的物理学家、英国剑桥大学教授霍金的合影

王永久,我国引力与相对论天体物理学家,湖南师范大学教授,1939年生于吉林省梅河口市,1964年毕业于北京师范大学。他与合作者在国内外重要杂志上发表论文一百余篇,在国内外出版专著9部;曾获“国际引力研究荣誉奖”(美国)、国家教委科技进步奖等多项奖励。1986年被评为《国家级有突出贡献的科技专家》。他严格地解决了时钟佯谬问题,把C·穆莱和B·福克等著名学者的方案纳入其特殊情况;获得爱因斯坦引力场方程的两个重要的严格解,多次被同行学者所引用。现为中国物理学会理事、中国引力与相对论天体物理学会副理事长、湖南省物理学会理事长。

王永久



GRAVITY RESEARCH FOUNDATION

PO BOX 81389
WELLESLEY HILLS MA 02181-0004
USA

Roger W. Babson
Executive
George M. Rideout, Jr.
President

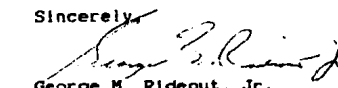
May 2, 1995

Dear Dr. Yongjiu Wang,

The Trustees have asked me to let you know that the Judges selected your essay to receive honorable mention this year. Congratulations on your good work.

We trust your interest will continue and you may decide to enter the competition again in the future.

Sincerely,



George M. Rideout, Jr.
President

获奖通知译文

国际引力研究基金会

基金创立者 W.Babson

基金会主席 M.Rideout,Jr.

1995.5.2

亲爱的王博士：

基金会的董事们让我通知您，评委们一致推选您的论文获1995 年度荣誉奖，祝贺您的出色的工作。

我们相信您将继续保持兴趣并继续参加今后的竞争。

您的忠诚的

George M.Rideout, Jr.

(签字)

主席

(本书作者两次荣获国际引力研究荣誉奖，此为 1995 年获奖的中英文通知)

前言

PREFACE

近年来，许多作者对于高维复合场理论感兴趣，是因为人们已经沿着统一场论的方向做了许多研究工作。人们采用了规范场的思想，分解空间几何的思想，超对称的思想，等等。按照这些思想，人们提出了诸多复合场理论方案。本书重点介绍了几种有代表性的方案。

按照著名的黑洞无毛定理，所有稳态黑洞都只由三个参量唯一确定，这三个参量就是黑洞的质量、角动量和电（磁）荷。原来的物质分布、电磁场分布和诸多信息均在形成黑洞时消失了。美国物理学家 Bowick^[97]指出，将阿贝尔规范理论推广到非阿贝尔情况时，黑洞除了具有上述三个参量以外，“是否还可以携带非阿贝尔荷，例如 QCD 色荷，目前尚不清楚”。书中给出了关于黑洞第四参量存在性的论证。

在经典黑洞热力学中，黑洞的熵与普通热力学中的熵相同。在量子理论中，黑洞的熵除了含经典（主级）部分以外，还含有量子修正部分。书中讨论了计算黑洞量子熵的两类方法——即壳（on shell）和离壳（off shell）方法，并比较了各种离壳方法（砖墙法，顶角奇异性法，钝锥法和体积截断法），阐明了它们与即壳方法之间的联系。

大爆炸宇宙模型成功地解释了自 $t=10^{-2}$ 秒（轻核形成）至 $t=10^{10}$ 年（现在）宇宙演化阶段的观测事实。其中包括元素的起源

(氦丰度测量), 星系光谱的宇宙学红移, 3K 微波背景辐射, 星系计数, 宇宙大尺度的均匀各向同性等. 因此, 大爆炸宇宙模型是普遍被人们所接受的, 故称之为标准宇宙模型. 然而, 标准宇宙模型也有它的困难, 就是在 $t=0$ (大爆炸奇点) 到 $t=10^{-10}$ 秒这一极早期演化阶段中的四个问题: 奇点问题, 视界问题, 平直性问题和磁单极问题. 本书中的“暴胀宇宙学”一章比较详细地阐述了 20 世纪 80 年代诞生的暴胀宇宙学理论. 这一理论解决了上述四个问题中的后三个. 它已经把我们带到了 $t=10^{-35}$ 秒的宇宙极早期, 已接近于宇宙的开端. 至于第一个问题, 即宇宙的初始奇点 (宇宙的创生) 问题, 是量子宇宙学要回答的问题.

广义相对论宇宙学 (标准宇宙学) 是建立在爱因斯坦引力理论基础上的. 严格地说, 量子宇宙学应该建立在量子引力理论的基础上. 然而, 至今尚未建立一个令人满意的量子引力理论. 尽管如此, 人们仍然可以根据已经了解的量子引力的某些特征, 去寻找各种途径, 尝试解决量子宇宙学的主要问题——宇宙的创生问题. 80 年代初, 哈特 (Hartle)、霍金 (Hawking)、维林金 (Vilenkin) 等人提出, 用宇宙波函数来描述宇宙的量子状态, 宇宙动力学方程即惠勒-德维特方程. 这样, 只要确定宇宙的边界条件, 便可定量地研究宇宙的创生问题了.

对于宇宙波函数的选择和宇宙边界条件的确定, 哈特-霍金和维林金分别提出了不同的方案, 这两个方案构成了目前量子宇宙学的两个学派. 本书比较详细地阐述了哈特-霍金的量子宇宙学理论和维林金的量子宇宙学理论, 并对这两个理论做了比较.

由于复合场理论、量子黑洞和量子宇宙学理论要求读者具有广义相对论、量子场论和微分几何的知识, 为了让读者能够独立使用本书, 书中安排了广义相对论和微分几何等基础内容, 放在前两篇和其他各篇的开头讲述.

全书包括广义相对论的数学基础、广义相对论的物理基础、引力场和复合场方程的解、黑洞物理、广义相对论宇宙学和量子宇宙学六篇. 书中包括作者和国内外同行学者们近年来的研究成果. 为

了便于阅读,选入了作者近年来为研究生讲课的讲义中的若干内容和一些著作中的部分内容,后者主要取自刘辽(1987年,1999年)、S. Weinberg(1972年)、M. Carmeli(1982年)、Q. Ivanitzkaya(1979年)、D. Kramer(1980年)、赵峰(1999年)等人的著作。

为了便于读者阅读和选题,书中对于具有普遍意义的章节,均给出了详细的推导过程;对于一些启发性的内容,则只给出物理思想和数学技巧方面的要点。

作者深深感谢刘辽教授、D. Kramer教授和C. Will教授,他们曾对作者部分论文的初稿提出过有益的意见。

作者与合作者荆继良教授,余洪伟教授和唐智明教授获得了两届“国际引力研究荣誉奖”和一届国家教委科技进步奖,获奖论文的内容已写入书中。还有骆宏悌、郭鸿钧、樊军、吕君丽、周三庆、罗新炼、黄亦斌、符立亚、张靖仪、吴胜杳、申立、苏成悦、程立伟、王世良、陈菊华等诸同事,对书稿的整理付出了辛勤的劳动,作者一并表示衷心的感谢!

王 永 久

1999年5月10日

于中国科学院物理所专家招待所

目录

CONTENTS

前言	(1)
第1篇 广义相对论的数学基础	(1)
1 微分几何	(1)
§ 1.1 拓扑学基础	(1)
§ 1.2 微分流形	(10)
§ 1.3 张量	(21)
§ 1.4 外微分	(26)
§ 1.5 黎曼流形	(34)
§ 1.6 李导数	(40)
2 张量分析	(43)
§ 2.1 坐标变换	(43)
§ 2.2 张量	(45)
§ 2.3 张量密度	(52)
§ 2.4 联络和克里斯托菲符号	(54)
§ 2.5 协变微分	(56)
§ 2.6 短程线坐标系	(60)
§ 2.7 曲率张量	(61)
§ 2.8 短程线	(63)
§ 2.9 共形曲率张量	(65)
参考文献	(68)
第2篇 广义相对论的物理基础	(69)
1 广义相对论的基本原理	(69)

§ 1.1	等效原理	(69)
§ 1.2	广义协变原理	(72)
2	广义相对论中的空间和时间	(74)
§ 2.1	非欧几里得几何的引入	(74)
§ 2.2	爱因斯坦转盘	(75)
§ 2.3	广义相对论中的空间和时间	(81)
§ 2.4	引力场的势	(83)
3	引力场方程	(85)
§ 3.1	场方程的建立	(85)
§ 3.2	牛顿极限	(87)
§ 3.3	关于宇宙因子 λ 的讨论	(89)
§ 3.4	引力场的变分原理	(95)
§ 3.5	广义相对论 Maxwell 方程	(99)
§ 3.6	物质的运动方程和物质场的能-动张量	(103)
§ 3.7	李导数和时-空的对称性	(106)
§ 3.8	Killing 矢量	(112)
§ 3.9	引力场的对称性	(120)
§ 3.10	引力场方程的正交标架形式	(135)
§ 3.11	引力场方程的零标架形式	(138)
§ 3.12	广义相对论 Dirac 方程	(149)
4	引力场的分类	(156)
§ 4.1	Petrov 分类	(156)
§ 4.2	电磁场的分类	(158)
§ 4.3	引力场的分类	(161)
5	参量化后牛顿表述	(165)
§ 5.1	PPN 形式	(165)
§ 5.2	PPN 度规	(171)
§ 5.3	守恒定律	(178)
§ 5.4	推导 PPN 度规的一般方法	(187)
6	PPN 运动方程	(191)
§ 6.1	光子的运动方程	(191)
§ 6.2	重质量物体的运动方程	(193)

§ 6.3	引力常数的局部测定	(202)
§ 6.4	N 体的拉格朗日函数, 能量守恒及强等效原理	(207)
§ 6.5	旋转物体的运动方程	(211)
7	经典实验	(214)
§ 7.1	光线的引力偏转	(215)
§ 7.2	光信号传播时间的延迟	(219)
§ 7.3	水星近日点的进动	(221)
8	强等效原理的实验	(227)
§ 8.1	Nordtvedt 效应和 L-E 实验	(227)
§ 8.2	地球物理实验	(231)
参考文献		(236)
第 3 篇 引力场和复合场方程的解及旋转引力效应		(238)
1	一些特殊形式引力场方程的解	(238)
§ 1.1	任意变速参考系中的引力场	(238)
§ 1.2	史瓦希外部解	(241)
§ 1.3	Reissner-Nordström 解	(243)
§ 1.4	史瓦希内部解	(246)
§ 1.5	Kasner 解的推广	(249)
§ 1.6	电荷和磁矩的外部解	(251)
§ 1.7	Weyl-Levi-Civita 解	(257)
§ 1.8	质量四极矩的外部解	(261)
§ 1.9	Vaidya 解	(265)
§ 1.10	电(磁)荷、磁矩和质量四极矩的外部解	(270)
§ 1.11	Tolman 解	(281)
§ 1.12	Wilson 解	(285)
§ 1.13	Einstein-Rosen 解	(289)
§ 1.14	Kerr-Newman 解	(292)
§ 1.15	Kerr 度规的直接推导	(297)
2	复合场方程及解	(301)
§ 2.1	标量-电磁-引力复合场	(301)
§ 2.2	五维标量-电磁-引力复合场理论中的介子质量谱	(311)

§ 2.3	Dilaton-Maxwell-Einstein 复合场	(318)
§ 2.4	共形引力物质规范场	(322)
§ 2.5	非稳态 Einstein-Maxwell 场	(329)
§ 2.6	Einstein-Maxwell 场的一个静磁解	(339)
3	生成解定理	(347)
§ 3.1	引言	(347)
§ 3.2	轴对称度规	(348)
§ 3.3	Ernst 方程	(351)
§ 3.4	Curzon 解	(357)
§ 3.5	由 Ernst 方程直接得到的几个解	(358)
§ 3.6	Ernst 生成解定理和几个生成解	(360)
§ 3.7	Geroch-Kinnersley 生成解定理	(362)
§ 3.8	强磁场中的旋转双荷黑洞解	(369)
§ 3.9	Chandrasekhar 生成解定理	(373)
§ 3.10	参量变换方法	(378)
§ 3.11	Ehlers-Bonnor 生成解定理	(381)
§ 3.12	孤立子(Soliton)方法	(386)
§ 3.13	矩阵 g 的 n -孤立子解	(387)
§ 3.14	度规系数 f 的计算	(392)
§ 3.15	平直时空背景上的 2-孤立子解	(394)
§ 3.16	平直时空背景上的 n -孤立子解	(397)
§ 3.17	两个 Kerr 解的迭加	(400)
4	旋转引力效应	(406)
§ 4.1	陀螺进动的 Frenet-Serret 描述	(406)
§ 4.2	准 Killing 轨道	(407)
§ 4.3	稳态轴对称时空	(411)
§ 4.4	旋转坐标和圆轨道陀螺的进动	(414)
§ 4.5	稳态柱对称时空	(425)
参考文献		(433)
第 4 篇	黑洞物理	(436)
1	球对称引力场的奇异性	(437)
§ 1.1	史瓦希面	(437)

§ 1.2	自由下落坐标系	(439)
§ 1.3	史瓦希黑洞	(442)
§ 1.4	Kruskal 坐标	(443)
§ 1.5	Penrose 图	(445)
2	球对称恒星的引力坍缩	(448)
§ 2.1	广义相对论恒星的引力平衡	(449)
§ 2.2	球对称恒星的引力坍缩	(451)
3	Kerr 黑洞	(454)
§ 3.1	Kerr 度规	(454)
§ 3.2	特征曲面	(455)
§ 3.3	黑洞的无毛定理	(459)
§ 3.4	Rindler 变换	(465)
§ 3.5	稳态时空中的事件视界	(470)
§ 3.6	黑洞的第四个参量	(471)
4	经典黑洞热力学	(483)
§ 4.1	经典黑洞的面积不减定理	(483)
§ 4.2	经典黑洞的温度和熵	(488)
§ 4.3	黑洞热力学的基本定律	(495)
5	黑洞热力学的量子理论	(496)
§ 5.1	离壳与即壳	(496)
§ 5.2	欧氏方案和热力学熵	(498)
§ 5.3	模型描述: 即壳结果	(501)
§ 5.4	离壳方法	(505)
§ 5.5	砖墙模型	(506)
§ 5.6	顶角奇异性方法	(511)
§ 5.7	钝锥方法	(513)
§ 5.8	体积截断方法	(516)
§ 5.9	离壳与即壳计算结果的比较	(519)
§ 5.10	小结	(526)
§ 5.11	二维有效作用量的共形变换	(529)
§ 5.12	二维标量场的有效作用量和自由能	(530)
§ 5.13	砖墙边界附近的 Casimir 效应和场涨落	(533)

§ 5.14	四维爱因斯坦-麦克斯威理论的球对称退化	(538)
§ 5.15	Tree-Level 黑洞热力学	(540)
§ 5.16	L-P 作用量及量子场热态的选择	(546)
§ 5.17	量子修正的黑洞几何	(551)
§ 5.18	热力学量的量子修正	(555)
§ 5.19	欧氏克尔-纽曼几何	(561)
§ 5.20	视界的外几何	(564)
§ 5.21	顶角奇异性和曲率张量	(565)
§ 5.22	热核展开和熵	(571)
§ 5.23	Dirac 旋量场的熵	(574)
6	黑洞的量子辐射	(581)
§ 6.1	粒子对的自发产生过程	(581)
§ 6.2	霍金辐射	(587)
参考文献		(593)
第 5 篇	广义相对论宇宙学	(598)
1	宇宙学原理和 Robertson-Walker 度规	(599)
§ 1.1	宇宙学原理	(599)
§ 1.2	Robertson-Walker 度规	(600)
§ 1.3	空间距离和曲率	(602)
§ 1.4	粒子和光子的行为	(603)
2	宇宙动力学	(607)
§ 2.1	爱因斯坦场方程	(607)
§ 2.2	弗里德曼宇宙模型	(608)
§ 2.3	宇宙物质的密度和压强	(610)
§ 2.4	宇宙年龄的计算	(612)
§ 2.5	粒子视界和事件视界	(613)
§ 2.6	含有宇宙因子的模型	(615)
§ 2.7	宇宙早期结构和背景辐射	(618)
3	其他宇宙模型	(621)
§ 3.1	Bianchi-I 型宇宙	(621)
§ 3.2	五维 Bianchi-V 型宇宙	(624)
§ 3.3	Gödel 宇宙	(627)

§ 3.4	六维宇宙	(628)
§ 3.5	Einstein-Kartan 宇宙	(640)
§ 3.6	Dirac 假设	(646)
§ 3.7	奇点定理	(646)
4	宇宙的暴胀	(648)
§ 4.1	大爆炸宇宙模型的成就和困难	(648)
§ 4.2	宇宙的暴胀	(652)
§ 4.3	关于宇宙暴胀的补充讨论	(656)
参考文献		(676)
第 6 篇 量子宇宙学		(678)
1	宇宙量子力学	(679)
§ 1.1	量子引力的路径积分表述	(679)
§ 1.2	宇宙动力学方程	(682)
§ 1.3	边界条件	(685)
2	宇宙波函数	(690)
§ 2.1	基态波函数的表述	(690)
§ 2.2	半经典近似	(692)
§ 2.3	小超空间模型	(694)
3	宇宙结构的起源	(703)
§ 3.1	引言	(703)
§ 3.2	广义相对论的正则形式	(705)
§ 3.3	量子化	(706)
§ 3.4	未受扰动的弗里德曼模型	(707)
§ 3.5	扰动的弗里德曼模型	(709)
§ 3.6	3 球上的谐函数	(714)
§ 3.7	作用量和场方程	(717)
§ 3.8	波函数	(720)
§ 3.9	边界条件	(721)
§ 3.10	扰动的增长	(725)
4	虫洞波谱	(730)
§ 4.1	边界条件	(731)
§ 4.2	具有无质量标量场的小超空间模型	(734)

§ 4.3 有质量标量场的小超空间模型	(737)
5 没有假真空的开暴胀	(747)
§ 5.1 关于宇宙的暴胀	(747)
§ 5.2 瞬子	(748)
§ 5.3 Ω_0 的值	(752)
§ 5.4 Ω_0 的估计	(753)
6 Vilenkin 的量子宇宙学	(756)
§ 6.1 基本体系	(756)
§ 6.2 边界条件	(758)
§ 6.3 小超空间波函数	(760)
§ 6.4 ψ_T 和 ψ_H 的宇宙学预言	(766)
§ 6.5 扰动超空间	(768)
§ 6.6 开暴胀和人择原理	(771)
7 其他量子宇宙学模型	(780)
§ 7.1 有质量标量场模型	(780)
§ 7.2 含暴胀标量场的模型	(782)
§ 7.3 整体转动模型	(783)
§ 7.4 高维模型	(785)
§ 7.5 一个无奇点的宇宙解	(791)
§ 7.6 宇宙的拓扑结构	(796)
§ 7.7 时空泡沫结构和虫洞	(799)
§ 7.8 一个闭合宇宙模型	(802)
§ 7.9 一个具有耦合标量场的模型	(804)
§ 7.10 含有旋量场的模型	(811)
8 诱导引力和宇宙模型	(817)
§ 8.1 诱导引力理论	(817)
§ 8.2 虫洞解	(822)
§ 8.3 Hosoya 量子化	(829)
§ 8.4 σ 模型的宇宙波函数	(838)
参考文献	(843)