广东省工科中专数学教材编写组

SHU XUE

数学

（第一册）

广东高等教育出版社

工科中专教材

数　学

第一册

广东省工科中专数学教材编写组编

广东高等教育出版社
·广州·

图书在版编目（CIP）数据

数学　第一册/广东省工科中专数学教材编写组编．—5版．广州：广东高等教育出版社，2001．8
工科中专教材
ISBN 7-5361-0628-9

Ⅰ．数…　Ⅱ．广…　Ⅲ．数学课-专业学校-教材
Ⅳ．G634.601

中国版本图书馆CIP数据核字（2000）第32340号

工科中专教材
数　　学
广东省工科中专数学教材编写组编

广东高等教育出版社出版发行
社址：广州市广州大道北广州体育学院内20栋
邮编：510076　电话：（020）83792953，87550735
广东省乳源县印刷厂印刷
850毫米×1168毫米　32开　7.625印张　192千字
1991年2月第1版
2001年8月第5版　　2001年9月第12次印刷

印数：87 601～90 600册
定价：12.00元

主　编：白苗眉
副主编：沈彩华
编　者：沈彩华　白苗眉　敖岐兰　危顺玲　洪洁怡
统　稿：李继士
审稿者：李继士　涂焜耀　白苗眉　沈彩华　敖岐兰
危顺玲　洪洁怡　谢臣英

前言

本教材是在原广东省高教厅中专处的支持下，由广东省中专数学教研会组织了一批有经验的数学教师重新编写中专工科《数学》教材．1999年他们在总结了十多年来使用原省编教材的经验的基础上，结合现在要推广使用电子计算机辅助教学的形势要求，并根据全国中专工科数学新编教学大纲的精神和主要要求，以及我省中专工科数学教学的实际情况，编写了新教材，2000年秋季投入使用新的省编中专工科《数学》教材有以下的特点：

1．整套教材重点在初等数学部分．包括了高中数学的主要内容，同时结合中专教学特点和培养目标，加强理论联系实际，合理地降低难度，加强对能力的培养．

2．适应新形势，配备CAI课件．运用计算机辅助教学是当前教育发展的方向．新教材的重点章节的重点、难点大都制作了计算机辅助教学课件，刻成光盘，第一册随教材奉送给教师使用（暂不出售)。该课件制作精良，凝聚了教学的经验，使用简易，可以更好地调动学生学习积极性，提高数学教学效果，减轻师生负担．

3．课时恰当，便于排课．根据全面推行素质教育的要求，中专教育要加强文化基础课．新教材必学课时定为210节，选学课时为38节．这是符

合我省实际情况的，适宜两个学期 6－6 排课或三个学期 4－4－4 排课，如需安排选学内容，也可以按 6－4－4 或 4－4－6 排课．这样安排在保证教学需要的同时仍然比现行旧的全国统编教材少 100 多课时．

4．精选例题、习题和复习题．精选例题、习题是本套教材的一个编写特色．本套教材的例题、习题注意到知识点的覆盖面、题型变化、难度、重复等，应用题既联系实际又避免专业性太强，极力防止出现偏题、怪题、错题和难度突然跳跃的陷阱题，避免重复题型的独立题．练习、习题和复习题由浅入深，并在复习题中配备一些选做题，供基础好的学生使用，利于他们进一步进修学习．

新教材共分三册：第一册为中学数学的代数、三角模块（含集合与不等式、函数、三角函数、数列）共 74 课时；第二册主要为中学数学几何模块（含向量、复数、空间图形、直线、二次曲线）共 66 课时，加选学 8 课时；第三册为高等数学模块（含极限、导数与微分、不定积分及简单微分方程、定积分、级数、线性方程组）共 70 课时，加选学 30 课时．第三册在保证知识科学性、系统性和专业够用的前提下，作了较大精简．

这次修订，我们设计制作了配套使用的光盘以作教学改革的创新性尝试．欢迎使用后多提建议．光盘设计制作者：李继士、张建文、刘伟峰、胡宏佳、黄伟祥、涂焜耀．

由于编者水平所限，时间仓促，不足之处在所难免，恳切期望读者批评指正．

广东省工科中专《数学》教材编写组

2000 年 3 月

目　录

第一章　集合与不等式

本章主要介绍作为现代数学基础知识的集合及其运算．集合论是近代数学最基本的内容之一．许多数学分支都是建立在集合论的基础之上的．本章将先介绍关于集合的一些重要概念、常用符号和简单运算，然后介绍一元二次不等式和含有绝对值符号的不等式的解法．

§1－1　集合的概念

一、集合的概念

在日常生活和生产实践当中，通常会将具有某种特性的对象提出来研究．例如：

（1）某中专学校的全体学生；

（2）某车间的全部机床；

（3）直线 $y=2x+1$ 上的所有的点；

（4）所有的正偶数．

在数学上，我们将具有某种特定性质的对象所组成的总体叫做集合（简称集）．把组成该集合的对象叫做这个集合的元素．

例如，上面例子中的（1）是由某中专学校的全体学生所组成的集合，每一个学生都是这个集合的元素；（2）是由某车间的全部机床组成的集合，

车间中的每一台机床都是这个集合的元素；（3）是由直线 $y=2x+1$ 上的所有的点组成的集合，直线上的每一个点都是这个集合中的元素；（4）是由所有的正的偶数组成的集合，每一个正偶数都是这个集合中的元素.

习惯上，我们用大写的英文字母 A、B、C 等表示集合，而用小写字母 a、b、c 等表示集合的元素. 如果 a 是集合 A 的元素，则称"a 属于 A"并记为"$a\in A$"；如果 a 不是集合 A 的元素，则称"a 不属于 A"，并记为"$a\notin A$"（或"$a\overline{\in} A$"）.

我们用 Z 表示整数集，则有：$5\in \mathrm{Z}-3\in \mathrm{Z}$，$\frac{2}{3}\notin \mathrm{Z}$.

由数组成的集合叫数集. 我们已经学过的数集有自然数集、整数集、有理数集和实数集. 它们都有特定的记号，见表 1－1.

表 1－1

名称	自然数集	非负整数集	整数集	有理数集	实数集
记号	N^* 或 N_+	N	Z	Q	R
含义	全体自然数集合 1，2，3，…	零与全体自然数的集合 0，1，2,3,…	全体整数的集合	全体有理数的集合	全体实数的集合

如果上述数集中的元素只限于正数，就在集合记号的右上角标以"＋"号；如果只限于负数，就在集合记号的右上角标以"－"号. 例如，负有理数集用 Q^- 表示.

所谓"给定一个集合"，就是要明确给出这个集合的元素所具有的特性. 根据这个特性可以判断出哪些对象是该集合的元素，哪些对象不是它的元素. 对于任何一个给定的对象，它要么属于该集合，要么不属于该集合，两者必居其一，不能模棱两可. 例如，"大于 10 的自然数"表示一个集合，我们可以明确地判断出 12 属于该集合，5 不属于它. "比较大的数"就不能表示

一个集合．因为“比较大的数”所指对象模糊不清，我们根本无法判断一个给定的元素是否属于该集合．

今后本书所讨论的集合，除有特殊说明外，都是指由实数组成的集合．对集合中的元素 x 可取实数的说明“$x \in \mathrm{R}$”，可省略不写．

二、集合的表示法

1．列举法

列举法就是将集合中的元素一一列举出来，写在大括号 $\{\ \}$ 内．注意：元素排列不考虑顺序而且不能重复．

例如：“所有小于 6 的正整数”可表示为 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 或 $\{5, 4, 3, 2, 1\}$ 等等．由于集合中的元素不能重复，故不能表示为 $\{1, 2, 3, 1, 4, 5\}$ 等含有重复元素的形式．

2．描述法

当集合中的元素很多，不可能或不需要全部一一列举的时候，可以将集合中元素所具有的特征描述出来．集合的这种表示法就称为描述法．

例如：(1) {某图书馆的所有藏书}；

(2) $\{x \mid x > 1, x \in \mathrm{N}\}$；

(3) $\{(x, y) \mid y = x^2\}$

能够用数学表达式表示元素特性的集合一般都采用 (2)、(3) 的形式．用描述法表示集合时，符号“|”的前面写明集合中所包含的元素的一般形式．上例 (2) 表示的是数集，(3) 表示的是点集．符号“|”的后边写明集合中元素的特性．上例中的 (2) 表示所有比 1 大的自然数，(3) 表示曲线 $y = x^2$ 上的所有的点．

列举法和描述法是集合的两种表示方法．实际应用中选用哪一种方法更好，要由具体情况来定，有些集合两种方法都可以

用. 例如, $A=\{x|x<3, x\in \mathrm{N}\}$ 和 $A=\{1, 2\}$ 都表示同一个数集.

三、空集与全集

不含有任何元素的集合叫做空集, 记为 $\varnothing$. 例如, 集合 $A=\{x\ |x^2+3=0, x\in \mathrm{R}\}$, 因为方程 $x^2+3=0$ 在实数范围内无解, 所以集合 A 是一个空集. 注意: $\{0\}$ 是表示含有 "0" 这个元素的一个集合. 它与空集 $\varnothing$ 是完全不同的两个集合.

我们在研究问题的时候, 往往都是在某一特定的范围内进行的. 这个特定范围内所有的元素所组成的集合就称为全集, 记为 Ω. 例如, 我们研究方程的根所组成的数集一般都是在实数范围内的. 那么在这种情况下, 实数集就是它的全集. 再比如, 我们要研究某学校学生的某些情况, 那么这所学校的所有学生所组成的集合就是这个问题的全集.

练习 1-1

1. 用符号 "$\in$" 或 "$\notin$" 填空:

(1) 0 ____ N; 1 ____ N; -3 ____ N; $\frac{1}{2}$ ____ N;
$\sqrt{2}$ ____ N;

(2) 0 ____ Z; 1 ____ Z; -3 ____ Z; $\frac{1}{2}$ ____ Z;
$\sqrt{2}$ ____ Z;

(3) 0 ____ Q; 1 ____ Q; -3 ____ Q; $\frac{1}{2}$ ____ Q;
$\sqrt{2}$ ____ Q;

(4) 0 ____ R; 1 ____ R; -3 ____ R; $\frac{1}{2}$ ____ R;
$\sqrt{2}$ ____ R;

(5) 0 ____ Z^+；　1 ____ Q^-；　-3 ____ R^+；　$\frac{1}{2}$ ____ R^-；

$\sqrt{2}$ ____ Q^+.

2. 用适当的方法表示下列集合：

(1) 长江、珠江、湘江、漓江；

(2) 小于 5 的正整数；

(3) 小于 5 的整数；

(4) 实数轴上在点 $x=2$ 右方的所有的点.

3. 判断：按照下列条件能否组成集合？

(1) 等边三角形的全体；

(2) 成绩较好的学生；

(3) 某学校上学期期末考数学成绩不及格的学生；

(4) 身材苗条的学生；

(5) 方程 $x^2+x+1=0$ 在实数范围内的根；

(6) 实数轴上满足 $-1<x\leqslant 3$ 的数.

4. 选择题：

(1) 设 $A=\{a\}$，则下列写法正确的是（　　）.

(A) $a=A$　(B) $a\in A$　(C) $\varnothing\in A$　(D) $\varnothing\in a$

(2) 方程组 $\begin{cases}2x-y=3\\x+y=0\end{cases}$ 的解集是（　　）.

(A) $\{1,-1\}$　(B) $\{x\mid -1,1\}$

(C) $\{(-1,1)\}$　(D) $\{(1,-1)\}$

(3) 二次方程 $x^2+x-2=0$ 的解集是（　　）.

(A) $\{1,-2\}$　(B) $\{(1,-2)\}$

(C) $\{(-2,1)\}$　(D) $\varnothing$

§1－2　集合的运算

一、集合之间的关系

1. 集合的包含关系

对于两个集合 A 和 B，如果集合 A 的任一个元素都是集合

B 的元素，那么就称集合 A 是集合 B 的子集．记为：$A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$，读作“A 包含于 B”或“B 包含 A”．

例如：$A=\{1, 2\}$，$B=\{1, 2, 3\}$，则 $A \subseteq B$ 或 $B \supseteq A$．

在数集中，显然有 $N_{+} \subset Z$，$Q \subset R$，$N \subset Z$，等等．

由于空集是不含有任何元素的集合，全集是由特定范围内所有元素组成的集合，所以对于任何一个集合 A，均有：$\varnothing \subseteq A \subseteq \Omega$．

而对于任何一个集合 A，因为它的任何一个元素都是集合 A 的元素，所以也有：$A \subseteq A$．

如果集合 A 是集合 B 的子集，且集合 B 中至少有一个元素不属于集合 A，则集合 A 叫做集合 B 的真子集．记为：$A \subsetneqq B$ 或 $B \supsetneqq A$．

例如，$\{1, 2\}$ 不仅是 $\{1, 2, 3\}$ 的子集，同时也是它的真子集．可记为：$\{1, 2\} \subsetneqq \{1, 2, 3\}$．

对于数集来讲，显然有 $N \subsetneqq Z$，$Z \subsetneqq Q$，$Q \subsetneqq R$，等等．

任何一个集合 A，如果它是集合 B 的真子集，那么 A 一定是 B 的子集．

为了形象地说明集合之间的关系．通常用一个长方形表示全集 Ω，用在长方形内的圆表示某个集合，而用圆内的点表示该集合的元素．这种图形称为文氏（Venn）图，如图 1－1 所示．

图 1－2 表示集合 A 是集合 B 的子集，更恰当地说，它表示了集合 A 是集合 B 的真子集．

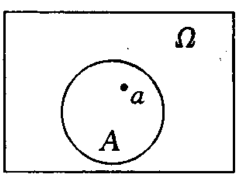


图 1－1

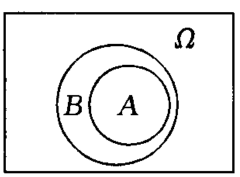


图 1－2

例 1　写出集合 $\{0, 1, 2\}$ 的所有子集，并指出哪些是真

子集.

解：集合 $\{0, 1, 2\}$ 的所有子集为：$\varnothing$，$\{0\}$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{0, 1\}$，$\{0, 2\}$，$\{1, 2\}$，$\{0, 1, 2\}$.

真子集有：$\varnothing$，$\{0\}$，$\{1\}$，$\{2\}$，$\{0, 1\}$，$\{0, 2\}$，$\{1, 2\}$.

从例 1 发现，一个集合有三个元素，则它的子集的个数是 8 个，恰好是 2^3，真子集的个数是 2^3-1.

可以证明：如果集合有 n 个元素，那么它的子集的个数为 2^n，真子集的个数为 2^n-1.

2. **集合的相等关系**

若 $A\subseteq B$，且 $B\subseteq A$，则称 A、B 两个集合相等. 记为 $A=B$. 两个集合相等就表示两个集合中的元素完全相同.

例如：(1) $\{1, 2, 3\} = \{2, 1, 3\}$；

(1) $\{x \mid x^2-1=0\} = \{-1, 1\}$.

二、集合的运算

1. **并集**

由属于集合 A 的元素和属于集合 B 的元素所组成的集合（相同的元素只取一个），称为集合 A 与集合 B 的并集. 记作 $A\cup B$，读作"A 并 B". 即

$$A\cup B=\{x \mid x\in A \text{ 或 } x\in B\}$$

图 1－3 的阴影部分表示并集 $A\cup B$.

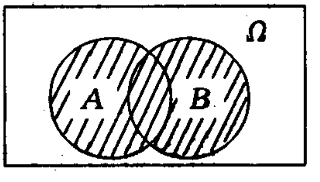


图 1－3

由并集的定义和图 1－3 可知，集合 A 和 B 都是它们的并集的子集，即

$$A\subseteq A\cup B \qquad B\subseteq A\cup B$$

对于任意一个集合 A，显然有 $A\cup A=A$，$A\cup\varnothing=A$. 求并集的运算称为并运算.

例 2 设 $A=\{x \mid (x-1)(x+2)=0\}$，$B=\{x \mid x^2-4=0\}$，求 $A\cup B$.

解： 因为 $A=\{x \mid (x-1)(x+2)=0\}=\{1,-2\}$

$B=\{x \mid x^2-4=0\}=\{-2,2\}$

所以 $A\cup B=\{1,-2\}\cup\{-2,2\}=\{-2,1,2\}$

例 3 设 $A=\{1,2\}$，$B=\{-1,0,1\}$，$C=\{-2,0,2\}$，求：(1) $(A\cup B)\cup C$；　(2) $A\cup(B\cup C)$.

解： 因为 $A\cup B=\{1,2\}\cup\{-1,0,1\}=\{-1,0,1,2\}$

$B\cup C=\{-1,0,1\}\cup\{-2,0,2\}=\{-2,-1,0,1,2\}$

所以 (1) $(A\cup B)\cup C=\{-1,0,1,2\}\cup\{-2,0,2\}=\{-2,-1,0,1,2\}$

(2) $A\cup(B\cup C)=\{1,2\}\cup\{-2,-1,0,1,2\}=\{-2,-1,0,1,2\}$

2. **交集**

由既属于集合 A 又属于集合 B 的元素所组成的集合称为集合 A 与集合 B 的交集．记作：$A\cap B$，读作“A 交 B”，也即

$$A\cap B=\{x \mid x\in A \text{ 且 } x\in B\}$$

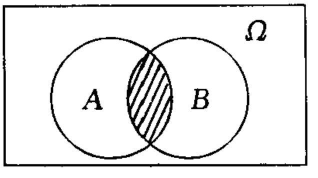


图 1-4

图 1-4 中的阴影部分表示交集 $A\cap B$.

由交集的定义和图 1-4 可知，$A\cap B$ 既是 A 的子集，也是 B 的子集．即

$$A\cap B\subseteq A \qquad A\cap B\subseteq B$$

对于任意一个集合，显然有 $A\cap A=A$，$A\cap\varnothing=\varnothing$．求交集的运算称为交运算.

例 4 设 $A=\{a,b,c,d\}$，$B=\{b,d,e\}$，求 $A\cap B$.

解： $A\cap B=\{a,b,c,d\}\cap\{b,d,e\}=\{b,d\}$

例 5 设 $A=\{x|x>-3\}$，$B=\{x|x<3\}$，求 $A\cap B$.

解： $A\cap B=\{x|x>-3\}\cap\{x|x<3\}$

$=\{x|x>-3$ 且 $x<3\}$

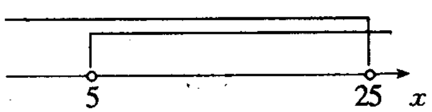
$=\{x|-3<x<3\}$

例 6 设 $A=\{x|x<25\}$，$B=\{x|x>5\}$，$C=\{x|1\leqslant x<20\}$，试求下列集合：(1) $(A\cap B)\cap C$；(2) $A\cap(B\cap C)$；(3) $A\cap(B\cup C)$；(4) $(A\cap B)\cup(A\cap C)$.

解：(1) $(A\cap B)\cap C=\{x|x<25\}\cap\{x|x>5\}\cap\{x|1\leqslant x<20\}$

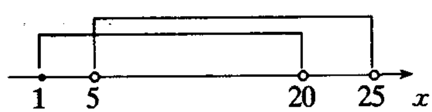
$=\{x|5<x<25\}\cap\{x|1\leqslant x<20\}$

$=\{x|5<x<20\}$



$A\cap B$

图 1-5



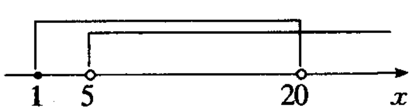
$(A\cap B)\cap C$

图 1-6

(2) $A\cap(B\cap C)=\{x|x<25\}\cap\{x|x>5\}\cap\{x|1\leqslant x<20\}$

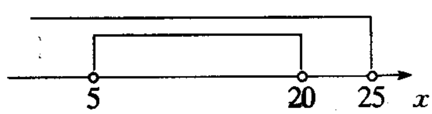
$=\{x|x<25\}\cap\{x|5<x<20\}$

$=\{x|5<x<20\}$



$B\cap C$

图 1-7



$A\cap(B\cap C)$

图 1-8

(3) $A\cap(B\cup C)=\{x|x<25\}\cap\{x|x>5\}\cup\{x|1\leqslant x<20\}$

$=\{x|x<25\}\cap\{x|x\geqslant 1\}$

$=\{x|1\leqslant x<25\}$