SPT 高等院校选用教材 工科类

大学物理

（第二版）

下册

天 津 大 学
李金锷 主编

科 学 出 版 社

内 容 简 介

本书为工科大学物理基本教材。根据“打好基础、精选内容、逐步更新、利于教学”的教材建设原则，在内容上做了不少更新，篇幅不足流行教材的三分之二，学者可得到明晰的物理图像，严密的理论体系及对基本规律深入的掌握。

全书分为上、下两册出版。本书为下册。上册内容为力学、气体动理论、热力学及电磁学；下册内容为振动、波动、光学、量子物理、半导体、激光及原子核。

本书除可作为工科教材外，也适合作理科非物理各专业的教材（总学时为120学时左右）。

图书在版编目（CIP）数据

大学物理/下册/李金锷主编. －2版．北京：科学出版社，2001
(高等院校选用教材（工科类))
ISBN 7-03-009125-6

Ⅰ．大… Ⅱ．李… Ⅲ．物理学-高等学校-教材 Ⅳ．O4

中国版本图书馆CIP数据核字（2000）第02091号

科学出版社 出版
北京东黄城根北街16号
邮政编码:100717
涿海印刷厂 印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

1989年2月天津大学出版社第一版
2001年8月第 二 版 开本：710×1000 1/16
2001年8月第一次印刷 印张：18 1/2
印数：1—6 000 字数：333 000

定价：24.00元

（如有印装质量问题，我社负责调换〈北燕〉）

第二版 前 言

本书从 1982 年使用以来，经过多次修改，于 1989 年 2 月由天津大学出版社正式出版第一版。在使用过程中，我们广泛征求了各方面意见，经认真研究，并作了适当的修改后，现重新出版。

本版起更名为《大学物理》。除工科大学外，其他非物理专业同样适用。经过多年的教学实践，集天津大学众多老教师的教学实践经验，证明本书选材恰当，教师好教，学生好学，适合多种不同学时类型的教学，伸缩余地较大。因此，修订再版之际仍本着工科教材编委工作会议提出的基本教材精神进行修订。仍按原定宗旨：（一）最大限度地避免与中学和后续课程的不必要重复；（二）为迎接 21 世纪到来，适当提高了起点；（三）为科技新发展需要，对统计、量子等微观理论内容恰当加强；（四）为了保证基础，重视全书内容的前后联系与呼应，使学生在学习新内容的同时，能加深并扩大对经典基础规律的理解；（五）教材内容及习题都留有余地，便于教师选取和发挥及补充其他知识，也利于学生生动活泼地学习，加强能力的培养。加“*”的节是选讲的内容。参加第二版执笔修订的编著者有顾洪恩、王学信、陈志芳三位教授。衷心感谢校内外教师对本书的使用，并能提出宝贵意见和建议。由于编著者水平有限，有不足之处，尚请广大读者指正。

李金锷

2000 年 8 月 1 日

常用物理常数

名称	符号	最佳实验值	一般计算用值
真空中的光速	c	$(2.99792458\pm0.000000012)\times10^{8}\mathrm{m\cdot s^{-1}}$	$3.00\times10^{8}\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
标准重力加速度	g_n	$9.80665\mathrm{m\cdot s^{-2}}$	$9.8\mathrm{m\cdot s^{-2}}$
引力常数	G	$(6.6720\pm0.0041)\times10^{-11}\mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-2}}$	$6.67\times10^{-11}\mathrm{N\cdot m^2\cdot kg^{-1}}$
真空介电常数（真空电容率）	ϵ_0	$(8.854187818\pm0.000000071)\times10^{-12}\mathrm{F\cdot m^{-1}}$	$8.85\times10^{-12}\mathrm{F\cdot m^{-1}}$
真空磁导率	μ_0	$4\pi\times10^{-7}\mathrm{H\cdot m^{-1}}=12.5663706144\times10^{-7}\mathrm{H\cdot m^{-1}}$	$4\pi\times10^{-7}\mathrm{H\cdot m^{-1}}$
阿伏伽德罗常数	N_A	$(6.022045\pm0.000031)\times10^{23}\mathrm{mol^{-1}}$	$6.02\times10^{23}\mathrm{mol^{-1}}$
摩尔体积	V_m		
（在273.15K及101.325kPa下，理想气体的摩尔体积为$V_{m,0}$）	$V_{m,0}$	$(0.02241383\pm0.00000070)\ \mathrm{m^3\cdot mol^{-1}}$	$22.4\times10^{-3}\mathrm{m^3\cdot mol^{-1}}$
摩尔气体常数	R	$(8.31441\pm0.00026)\ \mathrm{J\cdot(mol\cdot K)^{-1}}$	$8.31\mathrm{J\cdot(mol\cdot K)^{-1}}$
玻尔兹曼常数	k	$(1.380662\pm0.000044)\times10^{-23}\mathrm{J\cdot K^{-1}}$	$1.38\times10^{-23}\mathrm{J\cdot K^{-1}}$
元电荷	e	$(1.6021892\pm0.0000046)\times10^{-18}\mathrm{C}$	$1.602\times10^{-19}\mathrm{C}$
法拉第常数	F	$(9.648456\pm0.000027)\times10^{4}\mathrm{C\cdot mol}$	$96500\mathrm{C\cdot mol^{-1}}$
原子质量常数	m_u	$m_u=1\mathrm{u}$	
原子质量单位	u	$(1.6605655\pm0.0000086)\times10^{-27}\mathrm{kg}$	$1.66\times100^{-27}\mathrm{kg}$
电子［静止］质量	m_e	$(0.9109534\pm0.0000047)\times10^{-30}\mathrm{kg}$	$0.911\times10^{-30}\mathrm{kg}$
质子［静止］质量	m_p	$(1.6726485\pm0.0000086)\times10^{-27}\mathrm{kg}$	$1.673\times10^{-27}\mathrm{kg}$
中子［静止］质量	m_n	$(1.6749543\pm0.0000086)\times10^{-27}\mathrm{kg}$	$1.675\times10^{-27}\mathrm{kg}$
普朗克常数	h	$(6.626176\pm0.000036)\times10^{-34}\mathrm{J\cdot s}$	$6.63\times10^{-34}\mathrm{J\cdot s}$
玻尔半径	a_0	$(0.52917706\pm0.00000044)\times10^{-10}\mathrm{m}$	$0.529\times10^{-10}\mathrm{m}$
里德伯常数	R_∞	$(1.097373177\pm0.000000083)\times10^{7}\mathrm{m^{-1}}$	$1.097\times10^{7}\mathrm{m^{-1}}$
玻尔磁子	μ_B	$(9.274078\pm0.000036)\times10^{-24}\mathrm{A\cdot m^2}$	$9.27\times10^{-27}\mathrm{A\cdot m^2}$
核磁子	μ_N	$(5.050824\pm0.000020)\times10^{-27}\mathrm{A\cdot m^2}$	$5.05\times10^{-27}\mathrm{A\cdot m^2}$
电子磁矩	μ_e	$(9.284832\pm0.000036)\times10^{-24}\mathrm{J\cdot T^{-1}}$	$9.28\times10^{-24}\mathrm{J\cdot T^{-1}}$
质子磁矩	μ_p	$(1.4106171\pm0.0000055)\times10^{-26}\mathrm{J\cdot T^{-1}}$	$1.41\times10^{-26}\mathrm{J\cdot T^{-1}}$
斯特藩-玻尔兹曼常数	σ	$(5.67032\pm0.00071)\times10^{-8}\mathrm{W\cdot(m^2\cdot K^4)^{-1}}$	$5.67\times10^{-8}\mathrm{W\cdot(m^2\cdot K^4)^{-1}}$

目　录

第十一章　振动学基础

振动是机械运动的普遍形式之一.物体在平衡位置附近来回往复作周期性运动叫做机械振动,例如摆的振动,气缸中活塞的振动,分子或晶体晶格中原子的振动,一切发声体的振动等.此外,有一些物理量,它们在某一数值附近随时间周期性地变化,也属于振动的范畴,例如交变电流、交变电磁场等.这些运动的本质虽然不是机械运动,但运动规律的数学描述却与机械振动类似.所以,机械振动的理论是一切振动学的理论基础.

振动之所以特别重要,还在于它是波动的基础,一切波动都是某种振动的传播过程.振动现象是多种多样的,其中最基本最简单的振动是谐振动,复杂的振动都可以分解成一系列的谐振动.我们首先讨论谐振动的特点及其基本规律,再根据动力学观点建立谐振动的微分方程,然后讨论阻尼振动和受迫振动,最后讨论谐振动的合成和分解.

§11.1　谐　振　动

一、　弹簧振子的谐振动

把一个轻弹簧左端固定,右端系一个质量为 m 的物体,放在摩擦力可略去不计的水平气垫导轨上,将物体稍微移动后,物体就在弹性力的作用下相对平衡位置作自由振动.这整个系统叫做弹簧振子,如图 11.1 所示.设物体位置在 O 点时,弹簧为原长,作用在物体上的力等于零,这个位置就是物体的平衡位置.如果把物体向右移到位置 P,则弹簧被拉长,所以有指向左方即指向平衡位置的力作用到物体上,从而使物体返回到平衡位置.当物体回到平衡位置时,弹簧的作用力等于零,但是因为物体在返回时获得了动能,所以它不停止在平衡位置而继续向左移动.当物体在平衡位置左边时,弹簧被压缩,则物体所受的力指向右方即仍指向平衡位置,这时力的作用是阻挠物体运动,直到物体静止在位置 P'.此后,物体在弹性力的作用下向右移动.这样,在弹性力的作用下物体就在平衡位置附近作往复运动.

取平衡位置 O 为 x 轴的原点,并设 x 轴向右为正,按照胡克定律,在弹性极限内物体所受的弹性力和位移成正比,且永远指向平衡位置.这个力 f 可表示为

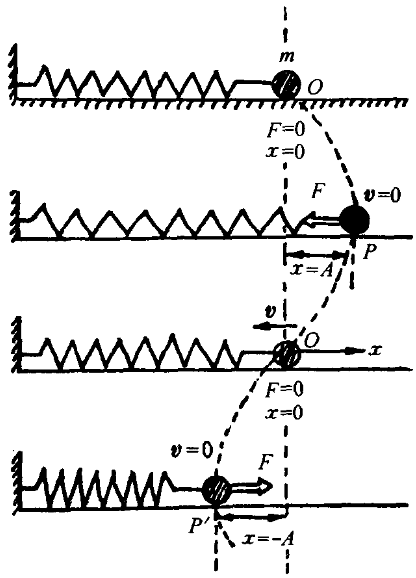


图 11.1　弹簧振子的振动

$$f = -kx \tag{11.1.1}$$

式中 k 为弹簧的劲度系数；负号表示力和移位的方向相反，即弹性力的方向总是指向原点，这是谐振动的基本特点.

二、谐振动的运动方程

根据牛顿第二定律建立物体运动的微分方程式，并将 $f = ma$ 代入公式(11.1.1)，可得

$$ma = -kx \quad 或 \quad a = -\frac{k}{m}x \tag{11.1.2}$$

因为 k 和 m 都是正的恒量，所以它们的比值可用另一个恒量 ω_0 的平方来表示，即

$$k/m = \omega_0^2 \tag{11.1.3}$$

合并式(11.1.2)及式(11.1.3)，并以加速度是位移对时间的二阶导数代入，即得

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 x = 0 \tag{11.1.4}$$

这就是谐振动的微分方程式．它是一个二阶线性常系数微分方程，其解为

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi) \tag{11.1.5}$$

式中 A 和 φ 是两个恒量(积分常数)，这就是谐振动的运动方程(位移和时间的关

系式).

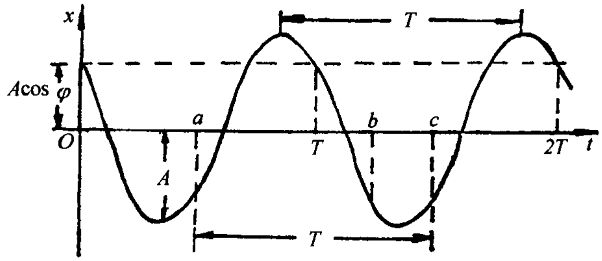


图 11.2 谐振动的位移时间曲线

下面用图 11.2 来阐明公式(11.1.5)中各个量的物理意义:x 表示 t 时刻振子的位移,A 表示振子的最大位移,叫振幅(只取正值).当 $t=0$ 时,振子的位移为 $x=A\cos\varphi$;当 $t=2\pi/\omega_0$ 时,振子的位移 $x=A\cos(2\pi+\varphi)=A\cos\varphi$.因为振子经过这个时间后回到原来的位置,所以 $t=2\pi/\omega_0$ 是振子往复一次所需的时间叫周期,用 T_0 表示,即周期

$$T_0 = 2\pi/\omega_0 \tag{11.1.6}$$

而频率 ν_0 为

$$\nu_0 = 1/T_0 = \omega_0/2\pi \tag{11.1.7}$$

若周期的单位用秒(s),则频率的单位为秒$^{-1}$(s^{-1}),又叫赫兹(Hz),由公式(11.1.6)及(11.1.7)可知 $\omega_0=2\pi\nu_0$,ω_0 可以理解为频率 ν_0 的 2π 倍,叫做振动的角频率.从公式(11.1.3)可以看出,ω_0 的数值,实际上是由振动系统的力学性质确定,也叫振动系统的固有频率,$(\omega_0 t+\varphi)$角叫谐振动的周相角或相位,相位决定时刻 t 谐振动的振动状态(位置和速度),φ 角表示 $t=0$ 时的相位角叫做初相位,它决定初始的振动状态(位置和速度).根据以上分析,振子在一个周期内相位经历着从 0 到 2π 的变化,因而在一个周期内,谐振动的振动状态是不相同的.例如,图 11.2 中 a、b 两点是同一周 期内两个不同的时刻,振子在这两个时刻具有不同的相位.虽然在 a、b 两个时刻具有相同的位移,但其速度不同,所以 a、b 两点表示振子在一个周期内两不相同的状态.所谓振动状态相同,是说不仅位移相同,而且速度也相同,对一个以一定频率作谐振动的质点来说,凡是位移和速度都是相同的状态,它们所对应的相位总是相差 2π 或 2π 的整数倍,由此可见,相位是描述质点在时刻 t 时振动状态的重要物理量.

三、 谐振动的速度和加速度

根据谐振动的运动方程,$x=A\cos(\omega_0 t+\varphi)$对时间求导数,即得谐振动的速

度为

$$v = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t = -\omega_0 A\sin(\omega_0 t + \varphi) \tag{11.1.8}$$

上式也可写成

$$v = v_m\cos(\omega_0 t + \varphi + \pi/2) \tag{11.1.9}$$

式中 $v_m = \omega_0 A$ 称为速度振幅.把速度对时间求导数,即得加速度为

$$a = \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = -\omega_0^2 A\cos(\omega_0 t + \varphi) \tag{11.1.10}$$

或

$$a = \omega_0^2 A\cos(\omega_0 t + \varphi \pm \pi) = a_m\cos(\omega_0 t + \varphi \pm \pi) \tag{11.1.10a}$$

式中 $a_m = \omega_0^2 A$ 称为加速度振幅.由公式(11.1.9)和公式(11.1.10a)可知,作谐振动的质点,它的速度和加速度也是时间的余弦函数,其速度振幅和加速度振幅分别为 $v_m = \omega_0 A$ 和 $a_m = \omega_0^2 A$,而它们的周期和位移的周期相等,但速度、加速度和位移三者具有不同的相位.将公式(11.1.9)、公式(11.1.10a)与公式(11.1.5)相比较,除振幅不同外,速度的相位比位移的相位超前 $\pi/2$;加速度的相位比位移的相位超前 π(或落后 π),也就是说加速度与位移反相.

根据公式(11.1.5)、(11.1.9)、(11.1.10a)画 $x(t)$、$v(t)$ 和 $a(t)$ 在同一坐标图上(如图 11.3 所示),以便进行对比.在图中可以看到,三者的周期是相同的,但在同一时刻三者的相位不同或者说三者之间有相位差.当位移为零时,速度最大,加速度为零(如图中 t_1 点);而位移最大时,速度等于零,加速度却是最大,但与位移方向相反(如图中 t_2 点).

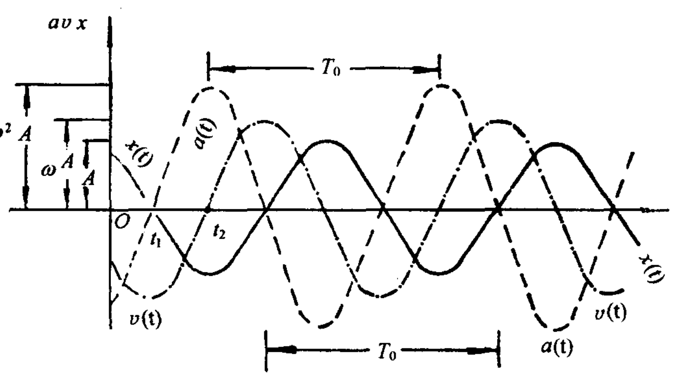


图 11.3　谐振动的位移、速度、加速度的对比图

最后应该指出,如果一个物理量随时间变化的规律遵从余弦函数(或正弦函数)的关系,那么广义地说,这物理量就在作谐振动,不管这物理量是位移、速度、加

速度、角位移等力学量，还是电流、电势差、电场强等电学物理量，只要它们的变化符合谐振动的规律，尽管其本质有区别，谐振动随时间而变化的数学规律是普遍适用的.

四、 旋转矢量法

为了直观地了解谐振动运动方程式中各个量的物理意义，并为后面讲述振动合成提供简捷的方法，我们介绍谐振动的旋转矢量法.

如图 11.4 所示，在图平面内取坐标轴 Ox，由原点 O 作一个矢量 OM，矢量的长度等于振幅 A，这个矢量也叫振幅矢量并以 $\boldsymbol{A}$ 表示，它以角频率 ω_0 的角速度，在图平面内绕 O 点作逆时针匀速转动. $t=0$ 时，矢量 $\boldsymbol{A}$ 在 OM_0 处与 x 轴的夹角等于 φ；在时刻 t，矢量 $\boldsymbol{A}$ 在 OM 处与 x 轴之间的夹角等于 $\omega_0 t+\varphi$；此时矢量 $\boldsymbol{A}$ 的末端在 x 轴上的投影点 P 的位置是 $x=A\cos(\omega_0 t+\varphi)$，此式与公式(11.1.5)完全相同. 矢量 $\boldsymbol{A}$ 旋转一周所需的时间与谐振动的周期相同，矢量 $\boldsymbol{A}$ 端点 M 作匀速率圆周运动，通常把这个圆叫参考圆.

由此可见，谐振动的运动规律可以用一个匀速转动的旋转矢量来表示；矢量的长度即振动的振幅，矢量旋转的角速度即振动的角频率，矢量在时刻 t 与 x 轴的夹角为振动的相位 $\omega_0 t+\varphi$，而 $t=0$ 时矢量与 x 轴的夹角就是振动的初相位 φ.

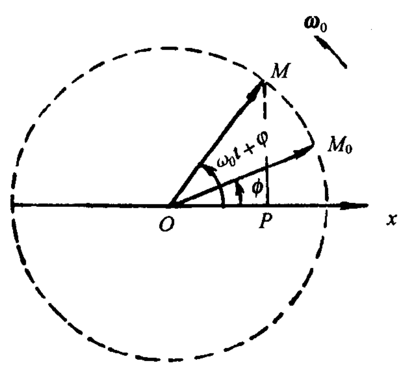


图 11.4 谐振动的旋转矢量法

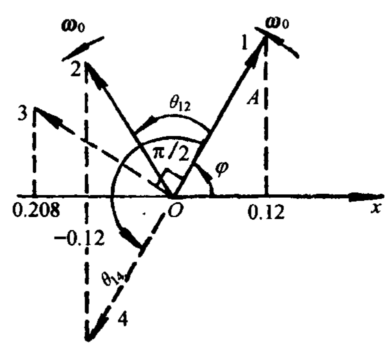


图 11.5

例题 1 如图 11.5 有一匀速旋转的矢量 $\boldsymbol{A}$ 作逆时针方向转动，其长度为 0.240 m，角频率 $\omega_0=\pi/2\ \mathrm{s}^{-1}$，在 $t=0$ 时，矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 x 轴夹角 φ 为 $\pi/3$. 试求：(1) 矢量 $\boldsymbol{A}$ 端点在 x 方向上投影点的运动方程；(2) 画出 $t=0$、$t=1.00$ s、$t=2.00$ s 时矢量 $\boldsymbol{A}$ 的位置及其端点在 x 方向的投影；(3) 从谐振动的起始点 $x=+0.120$ m 到 $x=-0.120$ m 处所需的最短时间和最长时间(一个周期内).

解　(1)矢量 $\boldsymbol{A}$ 端点在 x 方向上投影点的运动方程为

$$\begin{aligned} x &= A\cos(\omega_0 t + \varphi) \\ &= 0.240\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \frac{\pi}{3}\right)\ \mathrm{m} \end{aligned}$$

(2) 当 $t=0$ 时,矢量 $\boldsymbol{A}$ 在"1"位置上;$t=1.00$ s 时,矢量 $\boldsymbol{A}$ 在"3"位置上;$t=2.00$ s 时,矢量 $\boldsymbol{A}$ 在"4"位置上. 其矢量 $\boldsymbol{A}$ 在 x 方向的投影分别为 $x_1=+0.120$ m、$x_3=-0.208$ m, $x_4=-0.120$ m(这些数据可直接从矢量图得到或从运动方程得到).

(3) 振动位移从 $x=+0.120$ m 到 $x=-0.120$ m 所需的最短时间即矢量 $\boldsymbol{A}$ 从"1"位置匀速旋转到"2"位置所需时间

$$t = \theta/\omega_0 = \theta_{12}/\omega_0 = \frac{\pi/3}{\pi/2} = \frac{2}{3} = 0.667\ (\mathrm{s})$$

同理从 $x=+0.120$ m 到 $x=-0.120$ m 所需最长时间,即矢量 $\boldsymbol{A}$ 从"1"位置匀速旋转到"4"位置所需时间

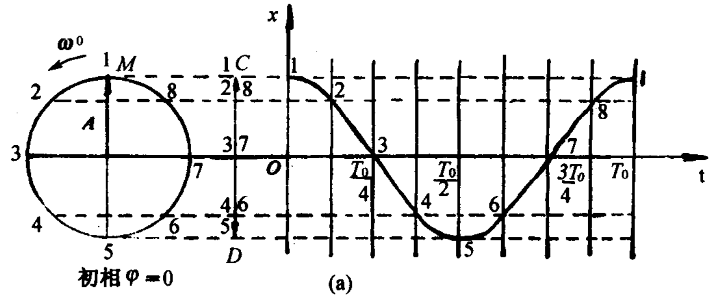
$$t' = \frac{\theta}{\omega_0} = \frac{\theta_{14}}{\omega_0} = \frac{\pi}{\pi/2} = 2.00\ (\mathrm{s})$$

式中 t、t' 也可以从运动方程中计算得到.

例题 2　利用旋转矢量绘制 $x=A\cos\omega_0 t$ 及 $x'=A\cos(\omega_0 t+\pi/4)$ 两条振动曲线,如图 11.6(a)、(b)所示.并比较两个谐振动的步调(图 11.7).

解　振幅矢量 $\boldsymbol{A}$ 以 ω_0 的角速度作逆时针方向运动,如图 11.6(a)、(b)中矢量 $\boldsymbol{A}$ 都从位置"1"开始,连续经过 2、3、4、… 各位置,在圆周上两相邻位置的时间间隔各为 $\frac{1}{8}$ 周期.把这些位置投影于和圆的竖直直径平行的直线 CD 上,再在 CD 的右边画出许多彼此间距离相等并和 CD 平行的直线.这些直线依次和圆上的各位置 1、2、3、…相联系.再把圆周上的位置"1"投影在第一条直线上,位置"2"投影在第二条直线上,依此类推.这样一点一点地画,就得到图 11.6(a)、(b)右边的曲线即谐振动的位移时间曲线.

下面,将 $x=A\cos\omega_0 t$ 和 $x'=A\cos(\omega_0 t+\pi/4)$ 两个谐振动的步调作一比较,如图 11.7.当 $t=0$ 时,谐振动 x 的初相位为 $\varphi=0$,而谐振动 x' 的初相位 $\varphi'=\pi/4$,这两个谐振动存在着一个相位差 $\Delta\varphi=(\omega_0 t+\varphi')-(\omega_0 t+\varphi)=\pi/4$.这个相位差在图 11.7 中亦可用时间差 $\Delta t=(\varphi'-\varphi)/\omega_0$ 来表示,即谐振动到平衡点(或位移正、负最大)时晚的一段时间 $\Delta t=(\varphi'-\varphi)/\omega_0$.若从相位上看也可以说谐振动 x' 的动作比谐振动 x 的动作超前 $\pi/4$,一般情况下相位差$(\varphi'-\varphi)$可正可负,相应地我们常说谐振动 x' 比谐振动 x 超前或落后.当 $\varphi'=\varphi$ 时,我们称这两个谐振动为同相或同步;当 $\varphi'-\varphi=\pi$ 时,两个谐振动相差半周期,称为两个反相的谐振动.



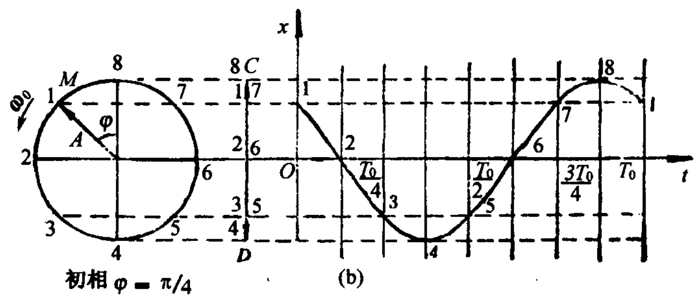


图 11.6 谐振动位移时间曲线

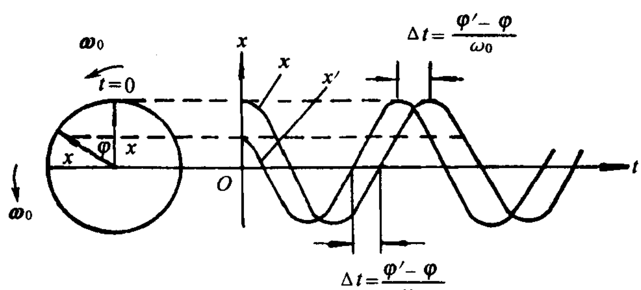


图 11.7 两个谐振动 $x(t)$和 $x'(t)$的步调

五、 弹簧振子的固有周期及其振幅和初相位的确定

根据公式(11.1.6)谐振动的周期是 $T_0=2\pi/\omega_0$，根据公式(11.1.3)谐振动的角频率 $\omega_0^2=k/m$，现将 $\omega_0=\sqrt{k/m}$代入 $T_0=2\pi/\omega_0$，则得

$$T_0 = 2\pi\sqrt{m/k} \tag{11.1.11}$$

或频率

$$\nu_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{k/m} \tag{11.1.12}$$

上式说明弹簧振子的周期(或频率)由振子系统本身的力学性质(劲度系数 k 及振子质量 m)来决定,而与振幅及初相位无关.由此常称 T_0 为固有周期,称 ν_0 为固有频率.

振幅 A 和初相位 φ 是由振动的初始条件来确定的.由于

$$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi),\ v = -\omega_0 A\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

若已知 $t=0$ 时,$x=x_0$,$v=v_0$,则显然有

$$\begin{cases} x_0 = A\cos\varphi & (11.1.13) \\ v_0 = -A\omega_0\sin\varphi & (11.1.14) \end{cases}$$

解此方程组可得

$$A = \sqrt{x_0^2 + v_0^2/\omega_0^2},\quad \tan\varphi = -\frac{v_0}{\omega_0 x_0}$$

这个结果表明,已知初位移和初速度,就能确定谐振动的振幅和初相位.

例题 3 若图 11.1 中的弹簧劲度系数为 0.125 kg/cm,物体质量为 400 g.(1)当用手把物体从平衡位置向右拉,距离 10.0 cm 后,立即撒手并按停表开始计时;(2)使物体在距平衡位置 10.0 cm 处,具有 2.40 m/s 的速度向左运动并开始计时.分别求出两种情况的运动方程及频率与周期.

解 谐振动的运动方程为 $x = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$,只要求出 A、ω_0 与 φ 的具体值,运动方程就确定了.在同一振动系统中,初始条件不同,但角频率 ω_0 相同,已知弹簧劲度系数 $k = 0.125\ \text{kg/cm} = 0.125\times 9.8\times 10^2\ \text{N/m}$;物体质量 $m = 400\ \text{g} = 0.400\ \text{kg}$.于是得振动系统的角频率为

$$\omega_0 = \sqrt{k/m} = \sqrt{\frac{0.125\times 9.8\times 10^2\ \text{N/m}}{0.4\ \text{kg}}} = 17.5\ \text{s}^{-1}$$

下面根据周期和频率的公式得出

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = \frac{6.28}{17.5} = 0.358(\text{s})$$

$$\nu_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{0.358} = 2.79(\text{Hz})$$

(1) 由于从左向右为坐标轴的正方向.按题意可知:$t=0$ 时,$x_0 = 10.0\ \text{cm} = 0.100\ \text{m}$,$v_0 = 0$,于是可得到此情况下的振幅 A 与初相位 φ 分别为

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2}} = x_0 = 0.100\ \text{m},\ \varphi = \arctan\left(-\frac{v_0}{x_0\omega_0}\right) = 0$$

运动方程为

$$x = 0.100\cos(17.5t)\ \text{m} \tag{a}$$

(2) 此时的初始条件为：$t=0$ 时，$x_0=0.100$ m $v_0=-2.40$ m/s(负号表示初速与坐标轴的正向相反). 于是有

$$A = \sqrt{x_0^2+\frac{v_0^2}{\omega_0^2}} = \sqrt{(0.100)^2+\left(\frac{-2.40}{17.5}\right)^2} = 0.170\ (\text{m})$$

$$\varphi = \arctan\left(-\frac{v_0}{\omega_0 x_0}\right) = \arctan\left(\frac{2.40}{0.1\times 17.5}\right) = 53.8^\circ \text{ 或 } 233.8^\circ$$

由于 $x_0=A\cos\varphi=0.100$ m，x_0 为正值，故应该用 53.8°(0.937 rad)所以运动方程为

$$x = 0.170\cos(17.5t+0.937)\text{m} \tag{b}$$

例题 4 若将例题 1 中的弹簧振子铅直地悬挂起来，如图 11.8(b)所示，并使它作铅直方向的振动，(1)问它是不是谐振动？周期是多少？(2)当这个弹簧振子在铅直方向取得平衡以后，再将物体向下拉 10.0 cm 并以 2.40 m/s 的速度迅速向下推动该物体，开始计时，求运动方程(弹簧很轻，质量可以忽略不计).

解 (1)如图 11.8 所示，其中(a)图为弹簧没有系物体时的长度 l，图(b)为系物体 m 后弹簧伸长 Δl 并获得平衡，即在数值上 $k\Delta l=mg$. 现在通过 O 点的水平

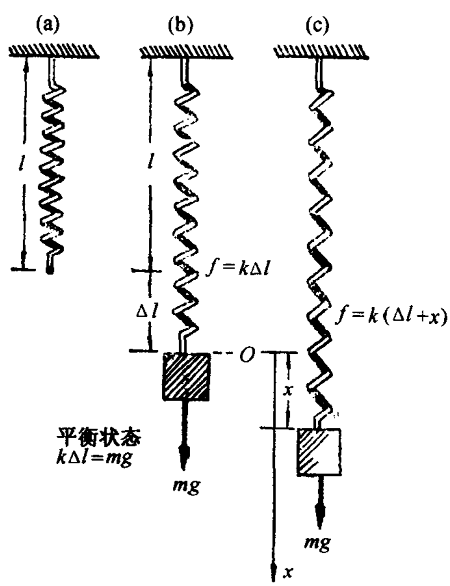


图 11.8 铅直悬挂的弹簧振子

线标志平衡位置,并以 O 点为原点沿铅直作坐标轴 Ox,规定向下为正,如图 11.8(c)所示.

将物体 m 向下拉至位移为 x,然后放手,则此时物体所受的合力 $\sum f$ 为重力 mg 减弹性力(按坐标 Ox 的正方向计算),即 $\sum f = mg - k(\Delta l + x)$,由于 $k\Delta l = mg$,则上式化为 $\sum f = -kx$,将此式代入牛顿定律并以微分方程式来表示,即得 $d^2x/dt^2 + \omega_0^2 x = 0$.以上分析说明,对铅直悬挂的弹簧振子,振动物体所受的力(或加速度)也和位移成正比,而方向相反,这符合谐振动的特征,故仍为谐振动.

这一振动的周期仍然为 $T_0 = 2\pi/\omega_0 = 2\pi\sqrt{m/k}$,故周期 T_0 仍为 0.358s.

这个例题告诉我们,振动系统除受弹性力之外还受有像重力那样的恒力作用时,并不改变系统的振动情况,只改变振动系统的平衡位置.

(2)这个弹簧振子的运动方程仍然为

$x = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$,按题意给出的初始条件为:$t = 0$ 时,$x_0 = 10.0$ cm,$v_0 = +2.40$ cm/s(正号表示初速度与 Ox 正方向相同),于是得

$$A = \sqrt{x_0^2 + \frac{v_0^2}{\omega_0^2}} = \sqrt{(0.100)^2 + \left(\frac{2.40}{17.5}\right)^2} = 0.170\ (\mathrm{m})$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{-v_0}{x_0\omega_0}\right) = \arctan\left(-\frac{2.4}{0.100 \times 17.5}\right)$$
$$= -53.8^\circ \text{ 或 } (180^\circ - 53.8^\circ) = 126.2^\circ$$

这两个 φ 值应该取哪个呢? 由于 $x_0 = A\cos\varphi = 10.0$ cm,x_0 为正值,故应该用 -53.8°(0.937 rad),所以运动方程式为

$$x = 0.170\cos(17.5t - 0.937) \tag{c}$$

讨论 从上述两例可知,同一振动系统,尽管振幅和相位可以不同,但周期却保持一定.因为 $x = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$是微分方程 $d^2x/dt^2 + \omega_0^2 x = 0$ 的通解,而谐振动方程

$$x = 0.100\cos(17.5t)\,\mathrm{m}$$
$$x = 0.170\cos(17.5t + 0.937)\ \mathrm{m}$$
$$x = 0.170\cos(17.5t - 0.937)\ \mathrm{m}$$

表示在不同的初始条件下微分方程 $d^2x/dt^2 + \omega_0^2 x = 0$ 的特解,从数学的角度来看,A、φ 可以取任意值,但对物理问题来说,A 和 φ 变化的范围必须在振动系统的物理性质允许范围内(例如振幅不能超过弹簧的弹性极限).

六、 谐振动的能量

以弹簧振子为例,在图 11.1 中,当物体处于位置 P 点处,其位移(即坐标)为 x,速度为 v,于是它所具有的动能 E_k 和弹性势能 E_p 为