

大气科学和地球流体力学国家重点实验室

研究专集 (二)

LASG Monography No.2

气候变化 若干问题研究

李崇银 主编



科学出版社

大气科学和地球流体力学国家重点实验室

研究专集 (二)

气候变化若干问题研究

李崇银 主编

科 学 出 版 社

1 9 9 2

(京)新登字 092 号

内 容 简 介

本文集系近几年来有关短期(月和季度)和中期(年际)气候变化和异常研究方面的主要成果,包括气候变化的特征及可预报性;大气季节内变化(振荡);亚洲季风气候;海-气及陆-气相互作用和气候影响等内容。其中不少研究成果在国内外尚属首次提出,对于认识气候变化的规律,以及进一步研究各种物理机制都有一定的价值。

大气科学和地球流体力学国家重点实验室
研究专集(二)

气候变化若干问题研究

李崇银 主编
责任编辑 许贻刚

科学出版社出版

北京东黄城根北街16号
邮政编码: 100707

上海王桥印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

1992年7月 第一版 开本: 787×1092 1/16
1992年7月 第一次印刷 印张 16
印数: 1-700 字数 376000

ISBN 7-03-003268-3/P·641

定价: 17.80 元

前 言

自 70 年代以来,世界大范围气候异常(例如非洲的持续干旱和孟加拉的洪涝等)给许多国家的水资源、粮食生产和能源都带来极其严重的影响。因此,气候异常变化的原因及气候预测已成为一个迫切需要研究解决的重大科学问题,并受到各国科学家及政府的共同关心和重视。中国地处气候脆弱区,气候灾害发生频数相当高,气候异常对国民经济影响十分严重。因此,搞清气候变化及异常的原因,逐步提高对灾害性气候的预测预报能力,更是我国现代化建设提出的迫切要求。

面对国际科学前沿的重大问题,为国民经济建设的需要提供科学服务,中国科学院大气物理研究所“大气科学和地球流体力学数值模拟国家重点实验室”(LASG)从 1985 年创建之时起,就一直把气候变化问题的研究作为重点支持的研究课题,组织了十分强的力量进行研究,并且得到了中国科学院和国家自然科学基金委员会的积极支持。几年来,LASG 的研究人员从观测资料的分析和诊断、数值模拟试验以及动力学理论等各个方面对气候变化及其异常问题进行了广泛深入的研究,取得了丰硕的研究成果,包括气候变化的物理原因及规律、引起气候异常的主要因素、大气环流演变与气候异常的关系、陆-气和海-气相互作用对气候变化的影响、大气和大洋环流模式的设计研究和模拟试验,等等。除已在有关学报上发表的研究成果之外,有关大气环流模式设计和试验问题的论文已在另一专集中刊出,而有关大气中 CO_2 含量增加的可能气候效应方面的论文将会在下一个专集中同大家见面。本专集将主要介绍有关短(月和季度)、中(年际)期气候变化和异常方面的研究成果,也部分涉及长期(年代际)气候变化问题。

为更清楚地说明问题,有助于大家阅读和理解,这里就几个主要问题简要论述如下:

1. 气候变化的特征及可预报性

要认识并预测气候,首先需要知道气候变化的基本特征。由于气候系统是典型的多层次复杂系统,气候的变化也是多层次的,一般从低层次看是相对不确定的,从高层次看则相对比较确定;高层次控制低层次,低层次对高层次有反馈作用。深入研究不同层次变化间的关系及相互作用是很重要的。

对 1951—1990 年我国 336 个测站夏季(6—8月)降水量的研究表明,我国夏季降水在 1965 年前后有一次明显跳跃;80 年代又与 70 年代有明显差别。表明了气候变化的阶段性、突变性。

理论模式的研究表明,对应不同的加热强迫可以出现平衡态、确定性周期解、噪声周期解和混沌解。大气大尺度流型的年际变化与强迫参数可以是线性,也可以是非线性关系。因此,外强迫及大气内部动力过程对于气候变化都是很重要的。

基于非线性混沌理论,对北半球 1851—1984 年平均地面温度序列进行的分析表明,气候系统是一个高维混沌系统,平均可预报时间尺度为 9.9 年。滤波处理后,关联维数可大大降低,而可预报时效也可以延长。

2. 大气季节内变化(振荡)

大气季节内(30—60天)振荡的发现可追溯到70年代初,由于其时间尺度属于短期气候变化问题、从而被认为是短期气候变化的重要原因,还被认为是激发 ENSO 事件的重要机制之一。这样,自80年代以来,它便成为国际大气科学的重要前沿研究课题。在本专集中,继我们揭露大气季节内振荡的全球特征,又进一步揭露了大气季节内振荡的时间演变规律和南北半球间相互影响的主要途径;指出了30—60天振荡与季节转换有密切的联系。

关于热带大气季节内振荡的产生机制已有较多研究,并已提出了一些可信的理论,而有关中高纬度大气季节内振荡的机理在国内外都研究得很少。本专集关于地形强迫 Rossby 波的不稳定和波包理论的研究无疑是这方面有意义的工作,前者提出了激发产生中高纬度大气30—60天振荡的动力学机制,波包演变又与低频振荡的活动直接有关。数值模拟试验又清楚地表明,大气对外强迫的响应主要为低频遥响应,即外强迫是激发产生大气季节内振荡的重要机制之一。

3. 亚洲季风气候

亚洲季风不仅仅是一种大气环流演变现象,就季风系统而论,其变化的时间尺度都比较大,夏季风槽脊的活动,季风低频振荡以及风系的大范围转变和异常等都与亚洲地区的短期气候变化和年际气候异常密切相关。因此,亚洲季风问题也就成为气候研究的重要内容之一,我国的天气气候变化更是与季风活动紧密相连,季风研究更为重要。

东亚冬季风,即东亚寒潮,是大家比较熟悉的,但并非已认识清楚。近来的研究表明,东亚冬季风与 ENSO 有着明显相互作用。一方面,通过大气环流的异常及遥相关,ENSO 年冬季东亚冬季风多偏弱;另一方面,持续的强冬季风可以使赤道中西太平洋地区信风减弱,并引起那里积云对流活动的增强,而由此所激发的异常 Kelvin 波和强的30—60天振荡活动,将最终引发 El Niño 事件。东亚寒潮的异常活动对南半球大气环流和气候影响的数值模拟表明,东亚强寒潮活动不仅可以增强澳大利亚夏季风,而且对激发南半球大气30—60天振荡有重要作用。

夏季风及其变化对我国夏季旱涝有着极其重要的影响,夏季旱涝的发生往往是同夏季风的强度或建立的时间有密切联系。本专集中的有关研究则在于分析夏季风及季风雨变化的原因。大气热力状况(热源和热汇)的变化是季节性风系建立和演变的基本原因,数值模拟清楚表明,当南亚热源汇区的 SST 出现异常时,源汇区热力对比差异增大而东亚季风的热源汇区 SST 有负异常,那么长江及黄河中上游地区夏季多雨,反之则少雨。其结果同资料分析得到的南亚及东亚季风区热力状况的影响相一致。模式研究还清楚表明,大气湿过程与大尺度环境场的相互作用可以使夏季风气候特征更显著;地形和湿过程加热的共同作用是形成东亚季风的重要原因。

4. 海-气及陆-气相互作用

气候的变化及异常不仅是大气内部的状态和过程,而且是与大气有密切联系的海洋冰雪、陆地表面及生物圈共同作用的结果。现在人们一般把它们统称为气候系统,其中海洋过程及陆面过程对气候的影响尤为引起普遍重视。ENSO 事件及其对全球范围气候变化的影响已被一系列研究视为海-气相互作用的最重要例证,在本专集中,数值模拟试验进一步表明了 ENSO 事件对中高纬度大气环流及气候的影响;而通过观测资料的分析又

揭露和提出了东亚大气环流和气候异常与 ENSO 的相互作用特征;对邻近海域水温异常影响我国气候变化的数值模拟取得了与观测相当一致的结果,进一步肯定了海洋的重要作用。不仅如此,新近的研究还表明,海温异常对飑线这样的中尺度系统的形成也有重要影响。

海温异常对气候的变化和异常有着极为重要的影响,尤其是对年际气候变化的影响已是大家公认的事实,但是具体影响的过程和机理并未完全搞清楚,有待继续研究;同时,作为地球流体的大气和海洋间的相互作用问题更应引起重视。我们的研究只能算是在这方面开了个头,初步结果令人鼓舞,但许多研究工作尚需深入进行。例如海洋内部动力过程、冰雪分布异常的影响;完全耦合模式的研究和试验等。

相对于海-气相互作用来讲,陆-气相互作用是一个更复杂而研究不多的问题。我们在这方面已开始进行了有成效的研究,关于大气、植被和土壤相联系的陆面过程模式的研究,提出了一个对地表各部分的温湿状况和能量输送都能很好模拟的陆-气相互作用模式。同时,也研究了地温距平资料同中国汛期降水的关系。

5. 气候影响及其他

气候变化及异常对生态环境的影响是大家都极为关注的问题,但因其难度较大,研究尚不多。对局部地区资料的分析研究表明,现代江南气候变化具有变冷、少日照、天气气候灾害频数升高的趋势;生态对气候变化有敏感的反应,生态环境有趋于恶化的现象,对农林业生产构成直接威胁。

人类活动逐渐使大气中温室气体含量增加,已成为国内外学者极为重视的事情。它们对辐射强迫的影响,可直接引起全球性气候异常。而如何描述辐射的变化,是一个很重要的问题。利用 1765—2100 年期间的计算资料,提出的各种温室气体引起的气候辐射强迫变化和温室气体浓度间的拟合关系式,对进一步研究温室气体的气候效应有重要意义。

本专集虽然收纳了 20 余篇论文,也仅是 LASG 有关气候问题研究的一部分成果。我们希望,也准备提交更多更好的研究成果,为祖国四化建设服务。由于时间紧迫,文中定有不妥及错误之处,请读者批评指正。

李桂龙同志为本专集的出版做了部分事务工作,特致谢意。

李崇银

目 录

前言	(i)
第一部分 气候变化规律及其可预报性	(1)
气候层次动力学初探	刘式达、郑祖光、林振山 (1)
大气低阶斜压模式的确定周期性和噪声周期性	缪锦海 (7)
近 40 年我国夏季旱涝变化及其成因初探	黄荣辉、梁幼林、宋连春 (14)
年际时间尺度气候振荡的数值研究	罗哲贤 (30)
近百年来气候系统的复杂性和可预报性	杨伟愚、杨培才 (39)
第二部分 大气季节内振荡	(47)
30—50 天大气振荡的观测研究(Ⅱ)——时间演变和两半球跨赤道相互作用	李崇银、周亚萍 (47)
大气 30—50 天低频振荡与季节转换	周静亚、杨大升、朴艺花 (55)
常定正压行星波波包的结构和传播	卢佩生 (71)
地形强迫 Rossby 波的不稳定和中高纬度地区 30—60 天低频振荡	罗德海、李崇银 (82)
第三部分 亚洲季风气候	(87)
东亚冬季风异常与 ENSO	李崇银 (87)
地形和大气湿过程在夏季季风气候形成中的作用	钱永甫、杨子为 (99)
南半球大气对欧亚大陆寒潮活动的遥响应及其季节内振荡	肖子牛、李崇银 (111)
东亚、南亚季风热源、汇区 SST 异常对我国夏季降水异常分布的影响	全小伟、包 宁、袁重光 (123)
第四部分 海-气及陆-气相互作用	(145)
冬季黑潮增暖对我国东部汛期降水影响的数值模拟研究	李崇银、龙振夏 (145)
我国夏季风和降水与邻近海洋水温关系的数值试验	陈月娟 (157)
赤道东太平洋海温异常对中纬度大气环流影响的数值试验	卢咸池 (168)
冬季中国南海地区的冷涌活动与海-气之间的相互作用	朱亚芬、周静亚、杨大升 (191)

大气-植被-土壤系统模式及初步试验·····	季劲钧、胡玉春	(205)
下垫面热力场的变化对中国汛期降水的影响·····	马柱国、汤懋苍	(215)
第五部分 气候影响及其他 ·····		(222)
过去、现在和未来温室气体的气候强迫 ·····	石广玉、樊小标	(222)
江南现代气候变异及其引起的生态环境响应·····	汪 铎	(229)
1980, 1983 年长江下游降水与全球 500hPa 高度场交叉相关的比较分析 ·····	杨大升、曹文忠	(235)

第一部分 气候变化规律及其可预报性

气候层次动力学初探

刘式达 郑祖光 林振山

(北京大学) (北京气象学院) (南京大学)

提 要

本文论述了气候系统各层次之间的动力学关系。它包括(1)从低层次看是相对不确定的,从高层次看则相对比较容易确定;(2)高层次控制低层次,低层次对高层次进行反馈作用;(3)高层次要对低层次进行压缩。并从非线性动力学的角度尝试定量描述这几种关系,且结合实际气候资料对以上关系作了说明。

气候系统是最典型的多层次复杂系统,要做好气候变化的预测,只有认真分析气候各层次之间的关系等若干基本问题,才能逐步把握气候变化的实质。

一、引 言

气候变化是一个非常复杂的理论和实际问题。除了人为因素和自然因素不易分开以外,复杂的原因主要是气候包含很宽的时间尺度,上至几十万年,下至季节和几十天。大大小小的时间尺度的变化混在一起形成复杂系统。一个复杂系统必然含有多种层次。我们若用地形位势的极小值代表气候的热和冷(或旱和涝)两种状态,则气候的多层次系统见图1。

从图1看出,大的地形极小值代表时间尺度长的气候层次。同时,在大的地形极小值中又包含有许多大大小小的地形极小值,它们代表时间尺度相对较短的不同气候层次。同处在大的极小值中,但不同的极小值仍然代表相对冷暖的不同气候。

本文主要探讨气候的这种不同层次之间的关系,尤其用非线性动力学的概念加以论述。

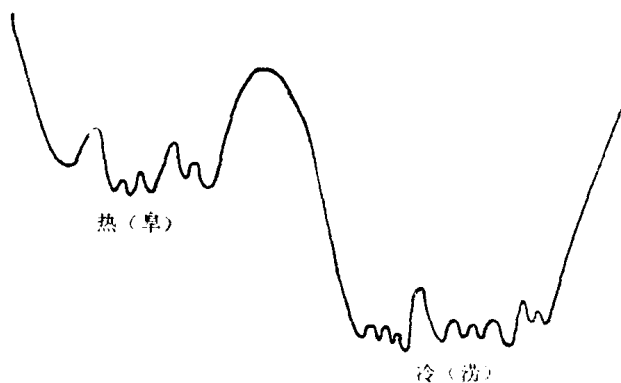


图1 气候系统的不同层次示意图

二、高、低层次的确定性

从图1明显看出,两个大的地形极小值分别代表热、冷两种状态,但是从小的尺度层次上考虑一个热(或冷)的状态中还含有若干小的冷暖,由于层次比较低,这种小的冷暖究竟属于哪个大的冷暖就不易分辨。

图2(a)是我们519年(1470—1988)旱涝等级资料的时间序列,它们看起来是非常杂乱无章的,像湍流一样几乎找不到规律,这种随机性是各种时间尺度的气候非线性相互作用的结果。

但是经过平滑的结果[图2(b),(c),(d)],愈来愈看出大概在1550到1570年之间是早期,1630到1640年之间是涝期。

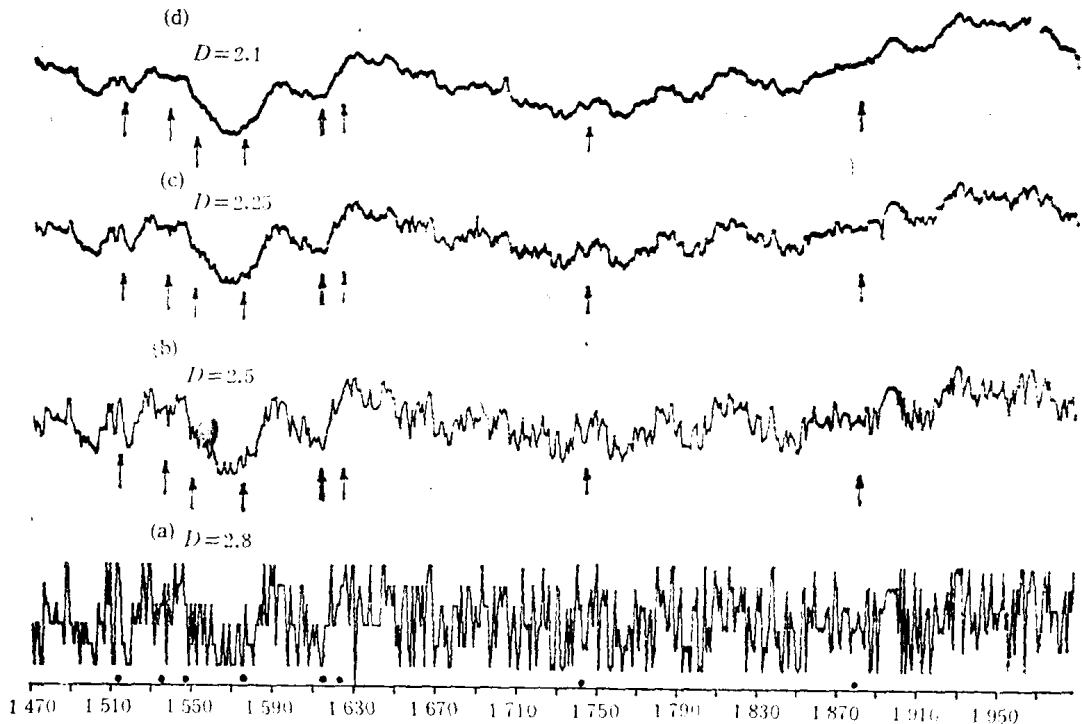


图2 我国519年(1470—1988)旱涝等级资料

(a)原始资料;(b),(c),(d)愈来愈平滑的结果

怎么来量度这种不确定性呢?回忆统计物理上的例子就很有启发。一个盒子中充满气体,从分子运动的低层次上看,分子运动也是杂乱无章的、不确定的。但是从宏观层次上看,气体又是很均匀的,因此物理学家 Boltzmann 引入熵 S 和微观不确定性的个数 N 之间有如下关系:

$$S \sim \lg N \quad (1)$$

这种宏观状态量——熵,就和微观状态不确定性的数目联系在一起。

若每个微观状态出现的概率 P 相等,即 $P_i = \frac{1}{N}$,则(1)式右边又可以写成

$$- \sum_{i=1}^N P_i \lg P_i = - \sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \lg \frac{1}{N} \quad (2)$$

(2)式左边就是 40 年代末 Shannon 引入的信息 I 。同时 Mandelbrot 引入的分数维 D 定义为

$$D = \frac{\lg N}{\lg(\frac{1}{r})} = \frac{-\sum_{i=1}^N P_i \lg P_i}{\lg(\frac{1}{r})} = \frac{-\sum_{i=1}^N \frac{1}{N} \lg \frac{1}{N}}{\lg(\frac{1}{r})} = \frac{I}{\lg(\frac{1}{r})} \quad (3)$$

(3)式说明熵 S 或信息 I 是和分数维 D 成正比。

因此分数维也是高层次对低层次不确定性的量度^[1-2]。对图 2(a) 资料我们算出的分数维 D 是 3.3, 这里我们给分数维以气候学的含义。

三、低层次的反馈

从图 1 看出, 尽管在大的极小值中有许多热或冷相对大小的小极小值, 但它们都属于冷的(或暖的)大的时间尺度的气候状态, 这就是所谓“大气候控制小气候”。当我们研究某一层(时间尺度)的气候状态时, 该层次的高一层可以看成是该层次的统计平均, 是低层次的集中表现。

从 1851 到 1984 年的北半球气温距平时间序列看是非常杂乱无章的, 见图 3(a), 但

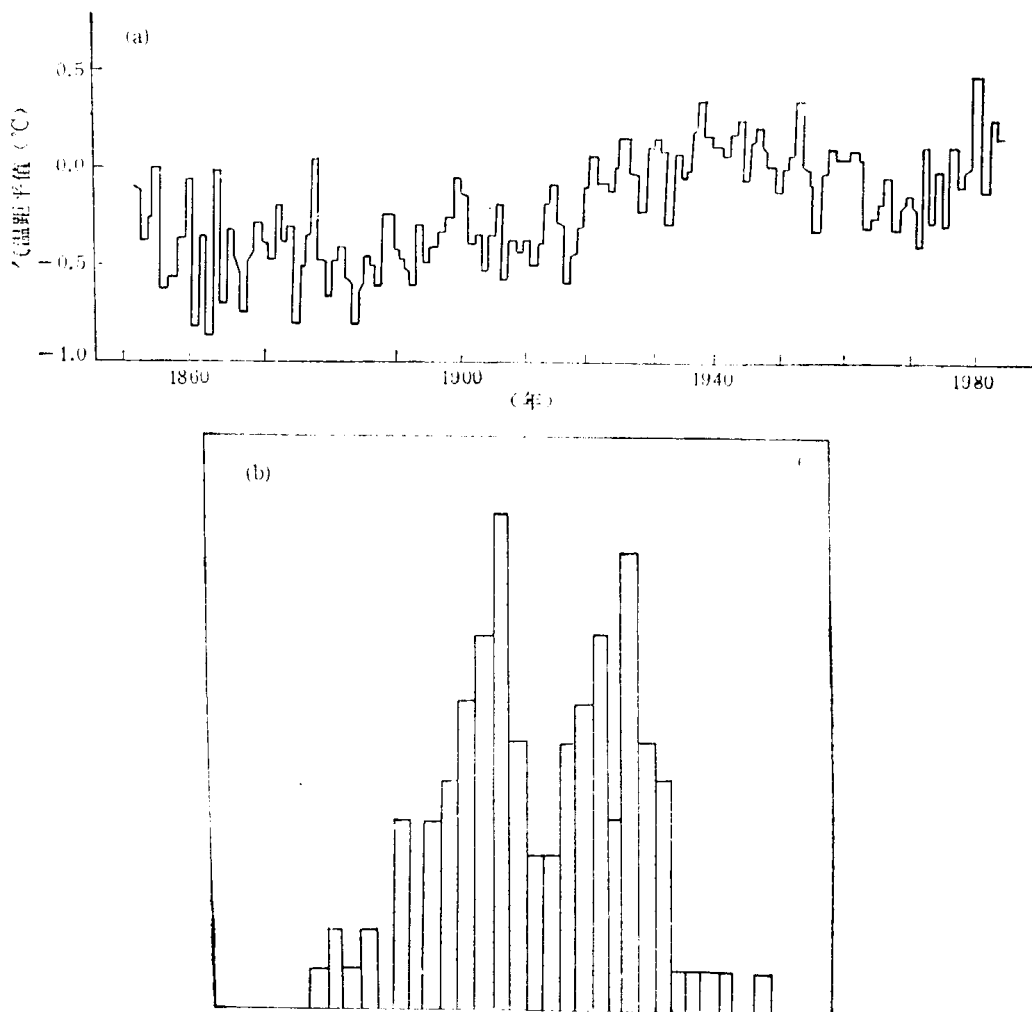


图 3 北半球气温距平的时间序列(a)与频率分布(b)

是它的频率分布却具有双峰结构,见图 3(b)。

因此高层次的气温 $\bar{T}$ 的动力方程可以描写成^[3]

$$\frac{d\bar{T}}{dt} = -\bar{T}^3 + a\bar{T}^2 - b\bar{T} + c \quad (4)$$

对于比该研究层尺度小的低层次可以看成是对该层次的涨落,这样,包含有高低层次对该层次气温 T 作用的动力方程可以写成

$$\frac{dT}{dt} = -T^3 + aT^2 - bT + c + f(T) \quad (5)$$

式中 $f(T)$ 是随机力, $T = \bar{T} + T'$, 其中 $\bar{T}$ 满足方程(4)。

方程(5)称为 Langevin 方程,其概率分布遵守相应的 Fokker-Planck 方程。该方程中随机力(低层次的反馈作用)却表现为扩散项,这就是低层次的扰动输送,这和雷诺平均运动方程中出现的雷诺应力的动量输送项意义相同。

通过分析,我们得出 1920 年左右是当代气候的突变点,由偏冷转为偏暖。且偏暖期将持续到 2020 年。

四、高层次的信息压缩

既然高层次的气候是低层次气候变得比较小的扰动平滑的结果,因此那些描述小时间尺度的快变量就消失了,高层次将它们的信息就进行了压缩。

设气候时间序列 $T(t)$ 的傅氏变换为 $\hat{T}(f)$, 则

$$T(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{T}(f) e^{ift} df \quad (6)$$

式中 f 是频率。

故功率谱为

$$E(f) = |\hat{x}(f)|^2 \sim f^{-\beta} \quad (7)$$

式中 β 叫功率谱指数。

功率谱 $E(f)$ 的幂函数形式(7)正反映了气候资料频率 f 空间中跨越很宽的尺度。已经证明功率谱指数 β 和分数维 D 之间的关系为^[1]

$$\beta = (2d + 3) - 2D \quad (8)$$

式中 d 是欧氏空间维数。例如 $d=0, 1, 2, 3$ 时, (8)式分别为

$$\beta = 3 - 2D, \quad \beta = 5 - 2D, \quad \beta = 7 - 2D, \quad \beta = 9 - 2D \quad (9)$$

因为将气候时间序列求差值运算和平滑运算分别相当于微分和积分运算。它们会带来什么结果呢? 将(6)式微分 n 次有

$$\frac{d^n T}{dt^n} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (-if)^n \hat{T}(f) e^{ift} df \quad (10)$$

由(7)式和(10)式看出, n 次微分后的功率谱为

$$E^{(n)}(f) \sim f^{-\beta+2n} = f^{-(\beta-2n)} \quad (11)$$

由(11)式看出, n 次微分的结果功率谱指数由 β 降为 $\beta-2n$, 那么, 按(8)和(9)式, 其相应的维数 D 要增加。反之, 若积分(或平滑)的话, $n < 0$, 功率谱指数要增加(它反映气候系

统中高频成分被滤掉),则相应的维数要减小。

图 2(b), (c), (d)是按(10)式对 n 是非整数时, 相应的维数 $D=2.5, 2.25$ 和 2.1 三种情况下的原气候资料图 2(a)的气候变化曲线。^[5]从图上看, 随着 D 的减小, 气候变化曲线愈来愈光滑, 气候变化趋势愈来愈明显。由于平滑的结果使分数维 D 减小, 按照(3)式也就意味着信息进行了压缩。因此原则上讲描述高层次气候动力学的独立变量个数要比描述低层次气候动力学的为少。这对气候变化的理论分析有重要意义。

应该着重指出, 气候资料平滑的结果使能谱曲线在双对数坐标($\lg E(f), \lg f$)纸上的斜率 β 更大, 见图 4(a)。这和(7)式不同, 在(7)式将 f 乘上 λ 倍后有

$$E(\lambda f) = \lambda^{-\beta} E(f) \quad (12)$$

此时在双对数坐标系中的斜率不变, 见图 4(b)。

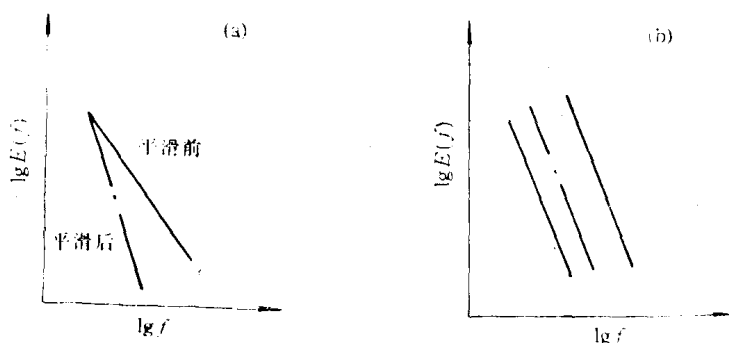


图 4 平滑前后气候资料的功率谱(a)与自相似气候资料的功率谱(b)

对于图 4(b)只是将原气候资料粗视化, 并不改变其结构, 意味着气候资料的局部放大就和整体一样, 这是自相似结构的特征。但是图 4(a)将原气候资料平滑后, 已经将高频成分滤掉, 使能谱斜率加大, 此时气候序列的结构已不同于原气候序列——虽然两者都各具各自的自相似结构。大家知道, 白噪声的能谱是平谱($\beta=0$), 每一点都毫不相关, 但它的积分就是褐色噪声(即布朗运动), 每一点之间就相关多了。这就从理论上说明了气候资料平滑前后的联系和差别。

参 考 文 献

- [1] Mandelbrot, B. B., 1982, *The Fractal Geometry of Nature*, Freeman.
- [2] 高安秀树(沈步明、常子文译), 1989, 分数维, 地质出版社。
- [3] 林振山, 1991, 长期预报的相空间模式和气候层次理论, 博士论文。
- [4] Turcotte, D. L., 1989, *Pure and Applied Geophysics*, 131, 171—196.
- [5] Liu Shida, Zheng Zuguang, Zhao Hanguang, 1990, *Some nonlinear Characters of the climate*, Annual Report of LASG, 176—184.

An Approach to Climatic Hierarchy

Liu Shida Zheng Zuguang
(Peking University)(Beijing Institute of Meteorology)

Lin Zhenshan
(Nanjing University)

Abstract

In this paper, we discuss some dynamical relation between different hierarchies in climatic systems. It is shown that the interactions between different hierarchies are nonlinear. We propose an approach to the following problems:

(1) From the viewpoint of the lower hierarchy, the climatic changes are relatively indeterministic. But from the viewpoint of the higher hierarchy, the climatic changes are relatively deterministic.

(2) The lower climatic hierarchy is controlled by the higher climatic hierarchy. Conversely, the lower climatic hierarchy feeds back to the higher climatic hierarchy.

(3) The information of the lower climatic hierarchy is reduced by the higher climatic hierarchy.

These relations can be quantitatively described by the nonlinear dynamical theory.

大气低阶斜压模式的确定周期性和噪声周期性

缪 锦 海

(北京气象学院)

提 要

在大气低阶斜压模式中,对应不同的加热强迫可以出现平衡态、确定性周期解(极限环)、噪声周期解(半周期态)和混沌解。

半周期性出现在半周期带套上下界内的一些范围内,其上界 μ' 为确定周期的分叉点即倍周期分叉,而其下界 μ'' 为混沌区内的倒分叉点,

而

$$r = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{(\mu'' - \mu')_{m+1}}{(\mu'' - \mu')_m}$$

为 Feigenbaum 数的倒数。

一、引 言

最近, Lorenz^[1] 提出噪声周期性的概念,并研究了二次映射中噪声周期性。确定周期性和噪声周期性的发现和认识是对周期和混沌、确定性和随机性认识的深入。这将会促使对大气运动中周期性认识的进一步深化。

首先,我们在 Lorenz 研究噪声周期性的基础上,结合著名的非线性映射虫口模型来讨论混沌区与噪声周期性的联系;然后,讨论在大气低阶斜压模式中是否存在噪声周期性,我们发现在不同的外参数——加热强迫参数条件下,可以出现平衡态、确定周期态、噪声周期态和混沌态等。

二、逻辑模型(虫口模型)中的噪声周期性

首先说明一下不同周期性的定义。

1. 周期性及其稳定性的定义

对映射

$$x_{n+1} = f(x_n) \quad (1)$$

所产生的序列, $\{x_0, x_1, x_2, \dots\}$ 记为 $\{x_0\}$, 而(1)式的 N 次迭代 f^N 所产生的序列 $\{x_0, x_N, x_{2N}, \dots\}$ 记为 $\{x_0\}_N$ 。

当 $x_N = x_0, x_m \neq x_0$, 对于 $0 < m < N$ 时,称序列 $\{x_0\}$ 为周期 N 的周期序列。当 $x_k + N = x_k$, 对于 $k > 0$ 时,序列 $\{x_0\}$ 称为终结周期的(eventually periodic)。当 $\{y_0\}$ 是周期的,并假定当 $k \rightarrow \infty, x_k - y_k \rightarrow 0$, 则称 $\{x_0\}$ 是渐近周期的(asymptotically periodic)。其他则为非周期的。当周期序列 $\{x_0\}$ 的周期 $N=1$ 时,称为定常序列。

一个非周期序列 $\{x_0\}$ 在 $\{x_k\}_N$, 对 $0 \leq k < N$ 的排列是不相交的, 而 $\{x_k\}_m$, 对 $0 \leq k < m$, $m > N$ 的排列是部分重叠时, 称 $\{x_0\}$ 为周期 N 的半周期序列, 也称噪声周期序列, 如图 1。其方差谱的特征为在连续谱中包含有周期 N 的线谱。

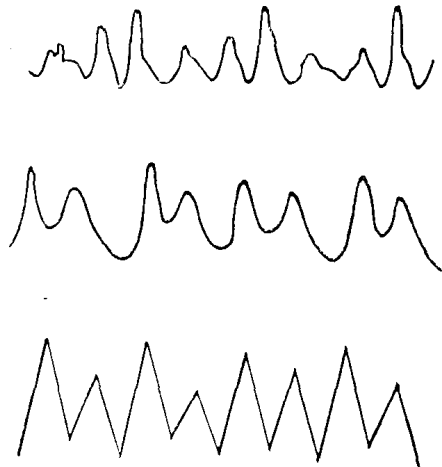


图 1 半周期变化的例子(引自文献[1])

当 $y_0 - x_0$ 充分小, 对每个序列 $\{y_0\}$ 都存在 $y_k - x_k \rightarrow 0$, 对 $k \rightarrow \infty$ 时, 称序列 $\{x_0\}$ 是稳定的。定义

$$A = \prod_{n=0}^{k-1} f'(x_n) \quad (2)$$

当 $|A| < 1$, 则 $\{x_0\}$ 是稳定的, 当 $|A| > 1$, 则称序列 $\{x_0\}$ 是不稳定的。

2. 虫口模型的半周期性

虫口模型

$$x_{n+1} = \mu x_n (1 - x_n) \quad (3)$$

是生态学中为描述生物群体世代序列中个体数目的变化的, x_{n+1} 代表第 $n+1$ 世代的出生数。它一方面与 n 代的个体数 x_n 成正比, 另一方面, 每个个体的食物来源因其他个体的存在而减少, 因而降低了 x_{n+1} 的存活率。我们讨论这模型是因为这模型已被详细研究过其混沌结构。

根据 Lorenz 提出的计算半周期带套的上下界 μ' , μ'' 和宽度 $\mu'' - \mu'$ 的方法, 计算这模型的半周期带套的上下界 μ' , μ'' 等如表 1, 其中 N 为周期, m 为自然数

而
$$\gamma = \frac{(\mu'' - \mu')_{m+1}}{(\mu'' - \mu')_m} \quad (4)$$

从表 1 中可以得到如下三个重要的结果:

- (1) μ' 为确定周期的分叉点, 即倍周期分叉(详见文献[2])。
- (2) μ'' 为混沌区内的倒分叉点^[1], 而半周期性就出现在半周期带套上下界内的一些 μ 值内。
- (3) γ 值当 $m \rightarrow \infty$ 时趋向于 0.214169……, 是 Feigenbaum 数的倒数, 因而, 也是一无理数。

表 1 虫口模型的计算值

m	N	μ'	μ''	$\mu'' - \mu'$	γ
0	1	1.0	4.0	3.0	0.226191
1	2	3.0	3.678573512	0.678573512	0.210858
2	4	3.449489743	3.592572182	0.143082439	0.214664
3	8	3.544090360	3.574804940	0.030714580	0.214187
4	16	3.564407265	3.570985939	0.006578674	0.214067
5	32	3.568759420	3.570167695	0.001408275	0.214370
6	64	3.569691608	3.569993502	0.000301894	0.214092
7	128	3.569891253	3.569955391	0.000064633	

三、大气低阶斜压模式中的运动特征

1. 二层斜压模式^[3]及其计算方法

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_1 \frac{\partial}{\partial x} + v_1 \frac{\partial}{\partial y}\right)(\nabla^2 \psi_1 + \beta^* y) = -f_0 H^{-1} w - k'_d \nabla^2 (\psi_1 - \psi_2) \quad (5)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_2 \frac{\partial}{\partial x} + v_2 \frac{\partial}{\partial y}\right)(\nabla^2 \psi_2 + \beta^* y + f H^{-1} h) = f_0 H^{-1} w + k'_d \nabla^2 (\psi_1 - \psi_2) - k_d \nabla^2 \psi_2 \quad (6)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u_m \frac{\partial}{\partial x} + v_m \frac{\partial}{\partial y}\right)(\psi_1 - \psi_2) + L_0^2 f_0 H^{-1} w = L_0^2 h_d [(\psi_1 - \psi_2)^* - (\psi_1 - \psi_2)] \quad (7)$$

在方程中 $u_m = (u_1 + u_2)/2$, $v_m = (v_1 + v_2)/2$, w 为在 500hPa 处的垂直速度, 下标 1, 2 分别表示上、下层。 f_0 为科里奥利参数, $\beta^* = df/dy$, ψ 为地转流函数, $\lambda = NH/f_0$ 为罗斯贝变形半径; N 是大气的浮力频率, H 为标准高度。 k_d 和 k'_d 分别表示由边界层内摩擦耦合和大气内部摩擦所引起的涡旋伸展的系数。方程(7)右端表示牛顿加热项, h 为地形高度。

对以上方程进行无量纲化, 并定义

$$\psi_1 = \psi + \theta, \quad \psi_2 = \psi - \theta$$

在 x 方向为周期边条件, y 方向为封闭边条件下, 可选取下列基函数:

$$\sqrt{2} \cos my, \quad 2 \cos nx \sin my, \quad 2 \sin nx \sin my, \dots, n, m = 1, 2, \dots$$

这样, $\psi, \theta, \theta^*, h, w$ 等可以展开并取前 6 项:

$$\psi = \sum_{n=1}^6 \psi_n F_n, \quad \theta = \sum_{n=1}^6 \theta_n F_n, \quad \theta^* = \sum_{n=1}^6 \theta_n^* F_n, \quad w = - \sum_{n=1}^6 w_n F_n, \quad h = \sum_{n=1}^6 h_n F_n$$

$$\begin{aligned} \text{我们取} \quad F_A &= \sqrt{2} \cos y, & F_K &= 2 \cos nx \sin y, & F_L &= 2 \sin nx \sin y, \\ F_C &= \sqrt{2} \cos 2y, & F_M &= 2 \cos nx \sin 2y, & F_N &= 2 \sin nx \sin 2y. \end{aligned}$$

这样, (5)–(7) 方程可变为—组谱系数方程:

$$\begin{aligned} \dot{\psi}_A &= \frac{1}{2} h_{01} (\psi_L - \theta_L) - K (\psi_A - \theta_A) \\ \dot{\psi}_K &= -\beta \alpha (\psi_L \psi_A + \theta_L \theta_A) - \delta \alpha'' (\psi_N \psi_C + \theta_N \theta_C) - \beta_1 \psi_L - K (\psi_K - \theta_K) \\ \dot{\psi}_L &= \beta \alpha (\psi_A \psi_K + \theta_A \theta_K) + \delta \alpha'' (\psi_L \psi_M + \theta_L \theta_M) - \beta \psi_K = \frac{1}{2} h_{n1} (\psi_A - \theta_A) - K (\psi_L - \theta_L) \\ \dot{\psi}_C &= \varepsilon \alpha' (\psi_K \psi_N + \theta_K \theta_N) - \varepsilon \alpha'' (\psi_M \psi_L + \theta_M \theta_L) + \frac{1}{2} h_{02} (\psi_N - \theta_N) - K (\psi_C - \theta_C) \\ \dot{\psi}_M &= -\beta' \alpha' (\psi_N \psi_A + \theta_N \theta_A) - \delta' \alpha'' (\psi_L \psi_C + \theta_L \theta_C) + \beta_2 \psi_N - K (\psi_M - \theta_M) \\ \dot{\psi}_N &= \beta' \alpha' (\psi_A \psi_M + \theta_A \theta_M) + \delta' \alpha'' (\psi_C \psi_K + \theta_C \theta_K) - \beta_2 \psi_M \\ &\quad - \frac{1}{2} h_{n2} (\psi_C - \theta_C) - K (\psi_N - \theta_N) \\ \dot{\theta}_A &= (1 + \delta_0)^{-1} \left\{ -\alpha (\theta_K \psi_L - \psi_K \theta_L) - \alpha' (\theta_M \psi_N - \psi_M \theta_N) \right. \\ &\quad \left. + [\sigma_0 (K + 2K') - h''] \theta_A + h'' \theta_A^* - \frac{\sigma_0}{2} h_{01} \psi_L + \frac{\sigma_0}{2} h_{01} \theta_L + K \sigma_0 \psi_A \right\} \\ \dot{\theta}_K &= (1 - \beta + \sigma_0)^{-1} \left\{ [-\alpha \beta \sigma_0 - (1 - \beta) \alpha] \theta_L \psi_A + [-\sigma_0 \alpha \beta - (1 - \beta) \alpha] \psi_L \theta_A \right. \\ &\quad \left. + [-\delta \alpha'' \sigma_0 - (1 - \beta) \alpha''] \theta_N \psi_C + [-\delta \alpha'' \sigma_0 + (1 - \beta) \alpha''] \psi_N \theta_C \right. \\ &\quad \left. + [-(1 - \beta) h'' - \sigma_0 \beta_1] \theta_K + (1 - \beta) h'' \theta_K^* + \frac{\sigma_0}{2} h_{n1} \psi_A - \frac{\sigma_0}{2} h_{n1} \theta_A + K \sigma_0 \psi_C \right\} \end{aligned}$$